

☀ | به نام خداوند خورشید و ماه
🌙 که دل را به نامش خرد داد راه |

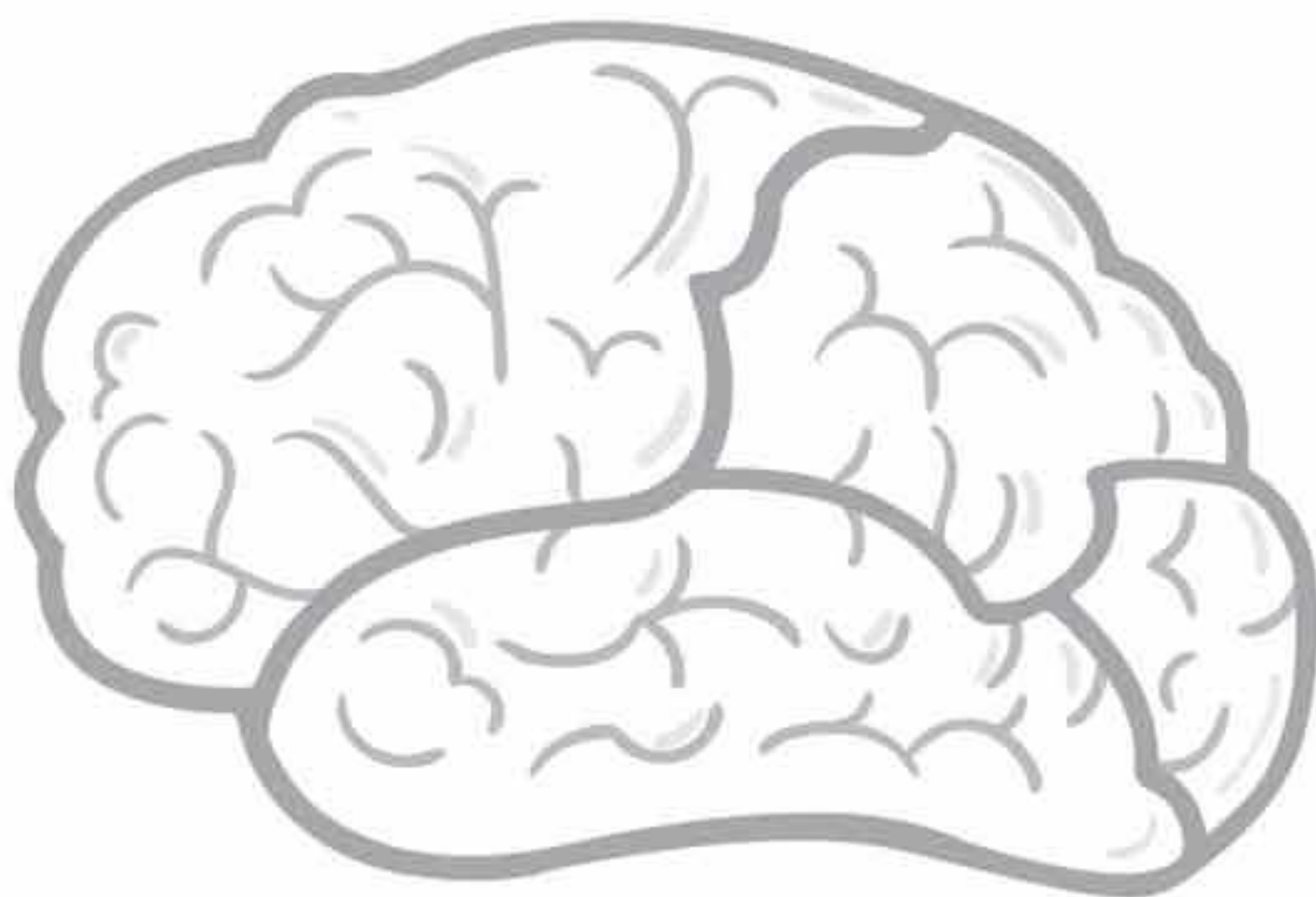
پنجم و ششم

ریاضی کمپلکس

هوش، استعداد و خلاقیت ریاضی

مرجع دوره‌های آموزش فرامدرسه‌ای

مؤلف: مهندس مصطفی باقری



به همراه آخرین مجموعه
سوالات ریاضی آزمون‌های
ورودی مدارس نمونه دولتی
و تیزهوشان ۳۰ استان
به صورت طبقه‌بندی شده



مهروماه



آسمان فرصت پرواز بلند است
قصه این است چه اندازه کبوتر باشی

درباره‌ی ریاضی کمپلکس

مجموعه کتاب‌های «ریاضی کمپلکس» که برای دانش‌آموزان مقاطع چهارم ابتدایی تا نهم متوسطه برنامه‌ریزی شده، یادگار سنت حسته‌ای است که تجربیات بیش از دو دهه آموزش، مطالعه، تحقیق و تدریس ریاضیات این حقیر را در معتبرترین مراکز آموزشی کشور دربر می‌گیرد. لذا در شکل‌گیری آن، تمامی دانش‌آموزان و همکاران محترمی که در طی سال‌های گذشته در خدمتشان بوده‌ام، نقش به‌سزایی داشته‌اند و جا دارد آرزوی قلبی خود را برای موفقیت و شادکامی آنها تقدیم حضورشان نمایم.

این مجموعه کتاب‌ها برای چه کسانی نوشته شده است؟

این مجموعه اساساً برای کمک به کسانی نوشته شده که دست‌اندرکار آموزش دوره‌های «فرامدرسه‌ای» هستند؛ لذا برای مدیران و معلمان مدارس، آموزشگاه‌ها و مؤسسات آموزشی که قصد دارند عده‌ای از دانش‌آموزان را برای رقابت در مسابقات ریاضی در عرصه‌های بین‌المللی و یا ورودی مدارس برتر و مراکز تیزهوشان و... آماده کنند، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

البته که بی‌شک خود دانش‌آموزان هم می‌توانند به‌تنهایی از این کتاب استفاده کنند.

این مجموعه کتاب‌ها شامل چه مطالبی است؟

نگارنده، که سعادت آموزش موفق به چندین هزار دانش‌آموز را در معتبرترین مراکز آموزشی سراسر کشور داشته‌ام، به‌شدت حامی این دیدگاه هستم که در کلاس‌هایم حداکثر شور و شوق را در بین دانش‌آموزان پدید آورم و در این کتاب‌ها هم تلاش کرده‌ام تا از همین دیدگاه پیروی کنم؛ لذا همان‌طور که در کتاب خواهید دید، کوشش نموده‌ام تا مطالب ریاضی را توأم با لذت و سرگرمی و مزاح با دانش‌آموزان در میان بگذارم. هرچند تنوع مطالب ارائه‌شده در این مجموعه زیاد است، اما ساختار کلی و بیان این کتاب‌ها یکسان است که شامل بخش‌های مقدمات حل مسئله، مبانی حل مسئله، استراتژی‌های حل مسئله، تکنیک‌های حل مسئله، فنون حل مسئله و کارزار حل مسئله می‌باشد که همان‌طور که از نام آنها مشهود است، همگی در مسیر واحدی که هدف اصلی کتاب را دربر می‌گیرد، گام برمی‌دارند و آن هدف چیزی نیست جز مسلح کردن و بالا بردن توانایی دانش‌آموزان در حل مسئله.

آنچه در ریاضی کمپلکس پنجم و ششم خواهید دید

در معماری این کتاب سعی شده مطالب در چهارچوب ترسیم‌شده، به‌صورت زیر آموزش داده شود:

■ در فصل **مقدمات حل مسئله** اشاراتی به گذشته‌ی عددنویسی و ریشه‌های تاریخی اعداد داشته‌ایم. (در همین جا توصیه می‌کنم در حل مسائل این فصل به دانش‌آموزان سخت نگیرید.)

■ در فصل **مبانی حل مسئله** طبق شیوه‌نامه‌ی ترسیم‌شده برای این کتاب، به مطالب و سرفصل‌هایی پرداخته شده که دانش‌آموزان در پایه‌ی ششم ابتدایی در مدرسه فرا می‌گیرند. همچنین در پایان هر قسمت از این فصل، پرسش‌های چهارگزینه‌ای سؤالات ریاضی آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان موسوم به ۳۰ استان و همچنین سؤالات ۲ دوره آزمون سراسری تیزهوشان به‌صورت طبقه‌بندی شده آورده شده‌اند.

■ در فصل **فنون حل مسئله** در این کتاب به آموزش مقدماتی فنون شمارش و فنون تخمین زدن و برآورد که از



فنون بسیار مهم هستند، پرداخته‌ایم و در این زمینه، عامدانه خیلی پیشروی نکرده‌ایم و دانش‌آموز را برای کتاب بعدی و سال‌های بعد آماده کرده‌ایم.

■ در فصل استراتژی‌های حل مسئله با رعایت حدود مطالب برای دانش‌آموزان ۱۰ تا ۱۱ ساله، به معرفی استراتژی‌های حل مسئله و آموزش آنها با حل سؤالات کلاسیک ریاضی به صورت قدم به قدم و با حوصله پرداخته‌ایم. بعد از آموزش استراتژی، باز هم از سؤالات آزمون‌های ورودی تیزهوشان و مدارس نمونه دولتی سال‌های گذشته استفاده کرده‌ایم. بدیهی است که حل هر مسئله ممکن است با چند استراتژی امکان‌پذیر باشد، اما چنانچه با استراتژی گفته‌شده در کتاب حل شود، می‌تواند به ورزیده شدن دانش‌آموزان کمک کند.

■ در فصل تکنیک‌های حل مسئله سعی در توانمندسازی دانش‌آموزان برای حل مسائل کمی دشوارتر از سطح عمومی نموده‌ایم.

■ در فصل کارزار حل مسئله کامل‌ترین مجموعه سؤالات مسابقات بین‌المللی ریاضی کانگورو از سال ۱۹۹۸ تا ۲۰۱۹ را جمع‌آوری و ترجمه کرده‌ایم. ترجمه‌ی سؤالات، از مسابقات برگزارشده در کانادا و آمریکا صورت گرفته است و در ترجمه سعی شده به اصل سؤالات وفادار بمانیم، اما در جاهایی اقدام به بومی‌سازی و بازطراحی کرده‌ایم. پاسخ‌نامه‌ی این بخش، به صورت کاملاً تشریحی در دسترس شما خواهد بود.

کلام آخر در مورد استفاده‌ی بهتر از این کتاب

همان‌طور که اشاره شد، سعی شده است تا در این کتاب بهترین ابزار لازم برای تدریس (یا یادگیری) از نظر محتوی، در دسترس مخاطبین باشد. اما به عنوان توصیه باید بگویم، لازم نیست مطالب کتاب به ترتیب آموزش داده شود. همچنین برگزاری جلسات طولانی که فقط به یک موضوع اختصاص داشته باشد هم مناسب نیست و عوض کردن بحث حتی در یک جلسه هم، نتیجه‌ی بهتری خواهد داشت. از آنجایی که «آموزش»، خود، کاری خلاقانه است، با توجه به دانش‌آموزان و مخاطبین، ترتیب آموزش فصل‌ها را، اگر لازم دانستید، تغییر دهید.

در پایان خواهشمندم اشکالات احتمالی موجود در کتاب و همچنین نظرات و پیشنهادات خود را درباره‌ی این کتاب از طریق آدرس الکترونیکی hamrah.m@gmail.com با بنده مطرح نمایید.

تقدیر و تقدیم



با کسب اجازه از ساحت مقدس امام زمان (عج)، ادای احترام به روح پدر بزرگوارم، قدردانی از صادر ارجمندم و اعضای خانواده‌ام و به نیابت از متولی این امر، مدیر فرهیخته و توانمند انتشارات مهرماه جناب آقای احمد اختیاری و همچنین همکارانی که زحمت آنها در پیدایش این مجموعه بسیار فراتر از اندیشه‌های این حقیر بود، از جمله همکار ارجمند و گرامی ام سرکار خانم فرحناز اسرافیلی و خانم‌ها فریدون نژاد و ملکی که نه ویراستار بلکه به واقع دستیاران من در تألیف این کتاب بوده‌اند، همچنین سرکار خانم سیاوشی مدیر محترم تولید و جناب آقای صفایی مدیر فنی و آقایان صادقی و صادقی نژاد در واحد چاپ و دیگر سرورانم در بخش‌های هنری، تایپ، صفحه‌آرایی، تولید، واحد مالی، فروش و روابط عمومی که همگی در پیدایش این اثر سهم دارند،

این اثر را تقدیم می‌کنم به:

همه‌ی دانش‌آموزان و فرزندان عزیز سرزمینم و همه‌ی همکاران و عزیزانی که می‌دانند «سمپاد» مهر است و تلاش می‌کنند تا آن را زنده و پویا نگه دارند.

اردتمند شما مصطفی باقری
مهرماه ۱۳۹۸

فهرست



فصل ۱: مقدمات حل مسئله ۷

مبحث ۲: حل مسئله‌های ساده‌تر و مرتبط با مسئله‌ی اصلی	۱۲۸
مبحث ۴: رسم شکل	۱۴۰
مبحث ۵: تنظیم جدول نظام‌دار	۱۴۶
مبحث ۶: روش وارونه	۱۵۰
مبحث ۷: حذف حالت‌های نامطلوب	۱۵۲
مبحث ۸: الگویابی عددی	۱۵۷
مبحث ۹: استفاده از عقل و درایت و شعور	۱۵۸
مبحث ۱۰: استفاده از روش مدل‌سازی	۱۶۱
مبحث ۱۱: استفاده از حروف و شکل‌ها و نمادها به جای مقادیر مجهول	۱۶۴
مبحث ۱۲: زیرمسئله‌ها (مسئله‌های درون مسئله)	۱۶۹
مسائل گوناگون	۱۷۵
پاسخ‌نامه فصل پنجم	۱۸۰



فصل ۵: تکنیک‌های حل مسئله ۱۸۱

مبحث ۱: میانگین	۱۸۲
مبحث ۲: ساعت	۱۸۳
مبحث ۳: مسئله‌های مربوط به سن	۱۸۵
مبحث ۴: مساحت	۱۸۷
مبحث ۵: ب.م.م. و ک.م.م.	۱۸۹
مبحث ۶: زمان و کار	۱۹۲
مبحث ۷: ترکیب یا مخلوط	۱۹۴
مبحث ۸: قاعده‌ی زنجیره‌ای	۱۹۶
مبحث ۹: لوله‌ها و جریان‌ها	۱۹۸
مبحث ۱۰: شراکت	۱۹۹
مبحث ۱۱: سود و زیان	۲۰۱
مبحث ۱۲: سود ساده	۲۰۲
مبحث ۱۳: بازی و مسابقه	۲۰۳
مبحث ۱۴: مسئله‌های مربوط به سرعت	۲۰۵
پاسخ‌نامه فصل سوم	۲۱۰



فصل ۲: مبانی حل مسئله ۱۹

(مطابق با سرفصل‌های کتاب درسی ریاضی ششم)

عدد و الگوهای عددی	۲۰
عددهای صحیح	۳۴
کسر	۳۶
عددهای اعشاری	۴۶
تقارن و مختصات	۵۳
اندازه‌گیری	۵۹
تناسب و درصد	۷۷
تقریب	۸۵
پاسخ‌نامه فصل دوم	۹۰



فصل ۳: فنون حل مسئله ۱۲۱

فنون شمارش	۱۲۲
فنون تخمین زدن	۱۲۶
پاسخ‌نامه فصل چهارم	۱۲۸



فصل ۴: استراتژی‌های حل مسئله ۱۳۱

مبحث ۱: حدس و آزمایش	۱۳۲
مبحث ۲: الگوسازی	۱۳۴



۲۲۵	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۱۹۹۸	۲۳۴	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۱۹۹۸
۲۲۸	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۱۹۹۹	۲۳۷	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۱۹۹۹
۲۳۲	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۰	۲۴۱	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۰
۲۳۸	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۱	۲۴۴	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۱
۲۴۰	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۲	۲۴۸	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۲
۲۴۲	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۳	۲۵۲	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۳
۲۴۷	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۴	۲۵۶	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۴
۲۵۰	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۵	۲۵۹	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۵
۲۵۲	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۶	۲۶۳	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۶
۲۵۶	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۷	۲۶۷	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۷
۲۵۹	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۸	۲۷۱	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۸
۲۶۲	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۹	۲۷۵	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۹
۲۶۵	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۰	۲۸۰	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۰
۲۶۸	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۱	۲۸۵	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۱
۲۷۰	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۲	۲۸۹	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۲
۲۷۲	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۳	۲۹۴	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۳
۲۷۶	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۴	۲۹۸	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۴
۲۷۸	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۵	۳۰۲	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۵
۲۸۰	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۶	۳۰۵	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۶
۲۸۲	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۷	۳۱۰	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۷
۲۸۵	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۸	۳۱۵	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۸
۲۸۸	پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۹	۳۲۰	مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۹



سیستم عددنویسی امروزی (هندی - عربی، فارسی)

سیستم عددنویسی امروزی یک سیستم بسیار بسیار هوشمندانه و کارآمده که بدون شک، هوش و ذکاوت ایرانی‌ها در اون نقش داشته. این سیستم عددنویسی که از حدود سال‌های ۸۰۰ میلادی شکل گرفته، در تاریخ به سیستم عددنویسی هندی - عربی نام گرفته؛ اما اگر نگاه دقیق‌تری به تاریخ بیندازیم، متوجه میشیم که این سیستم عددنویسی واس ماس؛ یعنی کلتش واس ماس!

در این سیستم عددنویسی، ما فقط از ۱۰ علامت استفاده می‌کنیم که به اون رقم می‌گیم. بده رقم‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹. استفاده از این رقم‌ها، همچنین ابتکار بسیار عالی ارزش مکانی، از این سیستم، یک سیستم بی‌نظیر و بسیار عالی و هوشمندانه رو تا به امروز برای ما به یادگار گذاشته. در این روش که بر مبنای ده پایه‌گذاری شده، هر رقم در ارزش مکانی خودش ضرب میشه و با بقیه به همین ترتیب جمع میشه؛ مثلاً در عدد ۲۳، رقم ۲ در جایگاه دهگان و رقم ۳ در جایگاه یکان قرار داره که به معنی $2 \times 10 + 3$ است.

واقعاً همه‌ی دنیا باید از دانشمندان نابغه‌ی هندی، عربی و فارسی سپاسگذار باشن که این سیستم عددنویسی رو ابداع کردن وگرنه ما هم باید مثل مصری‌ها از شترتنگ و کفچه‌مار یا مثل رومی‌ها از میخ‌طوبله یا مثل چینی‌ها از زولیا یا بامیه یا مثل اقوام مختلف دیگه از سیستم‌های بدشکل اون زمون استفاده می‌کردیم.

اگره اینجوری بود، من عمراً معلم ریاضی می‌شدم؛ یادمه به یار سر کلاس به این موضوع فکر کردم و انقدر ناراحت شدم که یک هفته رفته بودم ته کلاس نشسته بودم و گریه می‌کردم و می‌گفتم مامانم کی میار دنبالم!

نام‌گذاری عددهای بزرگ

بشر در اوایل ظهور اعداد همون‌طوری که دیدیم، کار خودش رو راه می‌انداخت. در حقیقت اون زمونا خیلی نیازی به دونه‌ستن عددهای بزرگ وجود نداشت به همین دلیل برای عددهای بزرگ اسم خاصی در نظر نمی‌گرفتن. اگره بخوایم تو زمان‌های خیلی قدیم، دنبال واژه برای عددهای بزرگ باشیم، به واژه‌ی «رواوا» (r'vavah) به معنی ده هزار برخورد می‌کنیم که در ترجمه‌ی اصلی قدیمی تورات وجود داشته.

به مرور زمان دو دسته از اشخاص، نیازمند استفاده از عددهای بزرگ شدند. دسته‌ی اول پادشاهان، یازرگانان، دزدان و اغتلاک‌گران (۱) بودند که برای مناسبه‌ی ثروت‌های بازآورده‌شون به عددهای بزرگ نیاز داشتن. دسته‌ی دوم علما، دانشمندان، اندیشمندان و متفکرانی بودند که آفتاب زیار به کله‌شون فورده بود و در انجام مناسبات به عددهای بزرگ نیاز داشتن. از جمله کسانی که به نظر زیار آفتاب به کله‌اش فورده بود، ارشمیدس بود (که مورخان از اون به عنوان یکی از بزرگ‌ترین نوابغ بشر در کل تاریخ یاد می‌کنند). این ارشمیدس آبروریزی زیاد کرده بود. به بار که مادرش به فاطمه بوی کندش یا لگد از فونه انداخته بودش بیرون که بده هموم عمومی. آقا وسط کار که توی هموم پیورده، بکوه به کشفی میکنه و همون‌جوری لغت می‌پره بیرون و هوار میزنه: «یافتتم، یافتتم»

میکن وقتی رفته فونه، مادرش حسابی کلتش زده که ذلیل‌فروده، تو برای ما تو مثل آبرو نداشتی!

این ارشمیدس اختراع‌های خیلی جالبی هم داشته. به روزی که حسابی تو موش آفتاب فورده بود، کتابی می‌نویسه که به رساله‌ی «یک‌شماری معروفه» گویا اون روز رفته پورده کنار ساحل سیراکوز (توی مثل فودشون) برای فاک‌بازی؛ و میکه من نه تنها می‌تونم تعداد شن‌های موجود توی سطل بازی‌مون رو حساب کنم، بلکه می‌تونم تعداد همه‌ی شن‌های ساحل دریا و حتی تعداد کل شن‌هایی که میشه باهاش گره‌ی زمین رو پر کرد، حساب کنم و شروع می‌کنه به حساب کردن. این مقاله‌ی ارشمیدس واقعاً نشون‌دهنده‌ی نبوغ و خلاقیت فراوان بشر به‌شمار میاد. (البته میکن بعد از این کار اومدن با خم‌خون برداشتن تیمارستان! فونوارش سند بردن آزارش کردن!)

بگذریم، تقریباً دو هزار سال دیگه طول کشید تا به ایتالیایی در قرن سیزدهم (که اسمش یارم نیست، ولی می‌دونم اسمش هرچی پورده، لئوناردو دی‌کاپریو نبوده!) واژه‌ی «میلیون» رو اختراع کرد که به معنی «هزار بزرگ» است و شما الان میلیون رو می‌شناسین. بعد از چند قرن، واژه‌ی «بیلیون» در آغاز قرن هفدهم در انگلستان اختراع شد که همون میلیارده خودمونه! هرچند اون موقع‌ها این عدد فقط یک عدد شگفت‌آور بود و کاربردی نداشت.





بشر باید وارد قرن بیستم می‌شد تا عددهای بزرگ در علوم و اقتصاد به صحنه وارد شوند. بعد از بیلیون یا همون میلیارد خودمون، تریلیون‌ها اومدند. حتماً می‌گید بعد از تریلیون‌ها چیا اومدن! برای اینکه فوراً رو از سر سؤال‌های مشابه خلاص کنیم، شما رو به ارامه‌ی برنامه، پیش‌سید ارامه‌ی کتاب دعوت می‌کنم تا توی جدول زیر نام عدد‌های بزرگ‌تر رو ببینید:

۱	۱ با ۶ تا صفر	میلیون	Million
۲	۱ با ۹ تا صفر	بیلیون (میلیارد)	Billion
۳	۱ با ۱۲ تا صفر	تریلیون	Trillion
۴	۱ با ۱۵ تا صفر	کوادریلیون	Quadrillion
۵	۱ با ۱۸ تا صفر	کوینتیلیون	Quintillion
۶	۱ با ۲۱ تا صفر	سکستیلیون	Sextillion
۷	۱ با ۲۴ تا صفر	سپتیلیون	Septillion
۸	۱ با ۲۷ تا صفر	اکتیلیون	Octillion
۹	۱ با ۳۰ تا صفر	نونیلیون	Nonillion
۱۰	۱ با ۳۳ تا صفر	دسیلیون	Decillion
۱۱	۱ با ۳۶ تا صفر	اندسیلیون	Undecillion
۱۲	۱ با ۳۹ تا صفر	دیودسیلیون	Duodecillion
۱۳	۱ با ۴۲ تا صفر	تری‌دسیلیون	Tredecillion
۱۴	۱ با ۴۵ تا صفر	کواتریدسیلیون	Quattuordecillion
۱۵	۱ با ۴۸ تا صفر	کوینتدسیلیون	Quindecillion
۱۶	۱ با ۵۱ تا صفر	سکسدسیلیون	Sextdecillion
۱۷	۱ با ۵۴ تا صفر	سپتدسیلیون	Septendecillion
۱۸	۱ با ۵۷ تا صفر	اکتودسیلیون	Octodecillion
۱۹	۱ با ۶۰ تا صفر	نومدسیلیون	Novemdecillion
۲۰	۱ با ۶۳ تا صفر	ویجینتیلیون	Vigintillion

شاید بگین چرا واژه‌نامه‌ها در ویجینتیلیون متوقف شده؟ به سه دلیل:

- ۱ به نظر می‌رسه برای کار با عددهایی که ممکنه در زمینه‌ی عمومی یا علمی باهاشون روبه‌رو بشیم، این عدد به قدر کافی بزرگ باشه و نیاز رو برآورده کنه. بله، کار علما و دانشمندان که با همین نام‌گذاری‌ها راه می‌افته، مگر اینکه یک شاید دزد بخواد از عددهای بزرگ‌تری برای اختلاس استفاده کنه!
- ۲ بالاخره نامگذاری‌ها باید به جا تموم می‌شد.

۳ هر دو دلیل بالا!

ضمناً به این نکته هم دقت کنید با این نام‌گذاری‌هایی که انجام شده، اگر می‌خواستن برای عددهای بزرگ‌تر هم به همین ترتیب پیش برن، احتمالاً به مشکلات گفتاری و عبارت‌های ناهنجار می‌رسیدن که نه تنها افتخاری برای بشر محسوب نمی‌شد، بلکه ممکن بود منجر به فاجعه بشه! البته در گوش‌ی بهتون بگم که بعد از ویجینتیلیون، واژه‌ای که برای عدد ۱ با ۶۶ صفر در جلوی اون ظاهر میشه، واژه‌ی «ویجنتی‌ات یوتیوس» است! (Viginti at unus)

به هر حال، با این نام‌های دیوانه‌کننده‌ی بی‌ربخت می‌تونیم عددهایی رو که کوچک‌تر از $999,000,999$ هستند، نام‌گذاری کنیم. برای عددهای بزرگ‌تر فرهنگ لغات چیزی نمی‌گه و شما می‌تونین برای خودتون (و فقط برای خودتون) هر اسمی خواستید انتخاب کنید.

بعضی از مردم هم برای خودشون این کار رو انجام دادن. برای مثال کاسنر (Kasner) و نیومن (Newman) در اثر لذت‌بخش «ریاضیات و تخیل» به عددهای «گوگول» و «گوگول پلکس» اشاره کردن که این نام‌ها به هیچ وجه استاندارد نیستند.





● شخصیت عددها

الگوهای عددی - هندسی

در گذشته، آزمون اعتبار یک ریاضی دان این بود که می‌تونه با عددهای بزرگ کار کنه یا نه. سه قرن پیش، دوتا از بزرگ‌ترین ریاضی دانان فرانسوی، مرسن و فرما با هم مکاتبه داشتن.

مرسن از فرما خواست که عدد بزرگ 100895598169 رو تجزیه کنه. فرما برای او نوشت که این عدد برابر با 112303×8984223 است و نمیتونه به عامل‌های کوچک‌تری تجزیه بشه. البته رسیدن به این جواب انصافاً کار خیلی سختیه، در قدیم چنین فکر می‌کردند که عددها مانند انسان‌ها شخصیت دارند! همان‌طور که آدم‌های چاق، قدبلند، امیدوار و شرافتمند وجود دارند، عددهای زوج، فرد، مثلثی، مربعی و... هم وجود دارند.

بیشتر این تفکرات هم از کور فیثاغورس بلند میشه! فیثاغورس که معروف مقورثون هست! بله، این یونانی که حدود ۵۴۰ سال قبل از میلاد مسیح در یکی از گوشه‌های کناره‌های یونان با کریه پهنیا اومد، بعدها شد یک استاد ریاضی که کریه‌ی خیلی‌ها رو در آورد. فیثاغورس فکر می‌کرد همه‌چی از عدد درست شده و فوراً کش این بود که با عددها ور بده و اونا رو دسته‌بندی کنه. اون موقع‌ها تو یونان نه برق بود، نه تلویزیون، نه اینترنت و نه موبایل؛ بنابراین مردم مسابی وقت زیاد می‌آوردن! اونایی که باهوش‌تر بودن، به زن و زندگی می‌رسیدن و کسب و کار و تجارت و پرو و بیایی داشتن، اونایی هم که پول نداشتن و بیکار و علاف بودن، می‌رفتن پیش فیثاغورس ریاضی بخونن!

فیثاغورس جزه‌کسایی بود که به‌فوقی یاد گرفته بود از ریاضی پول در بياره! اون مدت زیادی از عمرش رو صرف کلتبار رفتن با عددها کرده بود تا جایی که زده بود به سرش و می‌گفت که در دنیا، همه چیز از عددها درست شده! تازه کلی هم برای خودش مرید پیدا کرده بود که اینا هم اسمشون رو گذاشته بودن «فیثاغورسیون». این‌ها دنیاه روی مکتبی بودن که فیثا بنا کرده بود و می‌گفتن دنیا یعنی عدد و عدد یعنی دنیا. فب اون موقع‌ها هم که عددها زیاده بودن و شکل‌های هندسی هم کم بودن؛ برای همین این آقایون گیر داده بودن به عددهای طبیعی! فب فکر کن شما رو به عمر با عددهای طبیعی (۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ...) تنها بزارن! چیکار می‌کنی؟ هی با عددها بازی می‌کنی! بله، اوتا هم همین کار رو کردن؛ هی با عددها بازی می‌کردن و اوتا رو دسته‌بندی می‌کردن.

عددهای زوج و فرد رو که می‌شناسین. اونا این دسته‌بندی رو به وجود آوردن. تازه، کلی دسته‌بندی دیگه هم درباره‌ی عددها انجام دادن که اگه بخوام همه‌شون رو براتون بگم، خودش به کتاب میشه اندازه‌ی همین کتابی که تو دستتونه. (شاید به روزی این کار رو بکنم!)

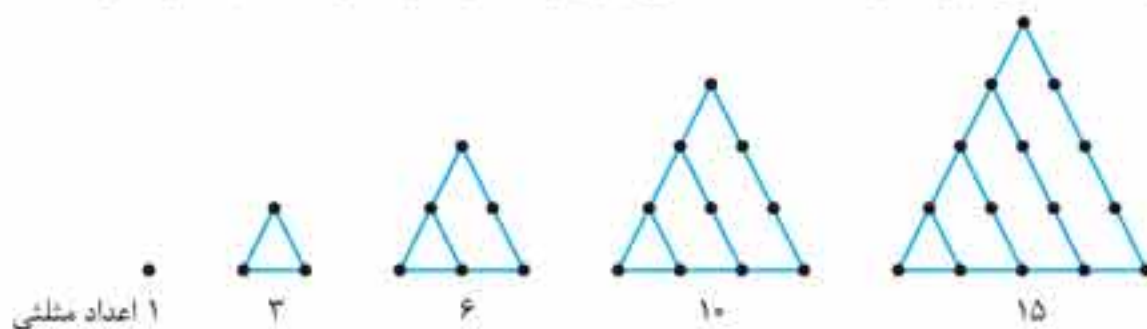
از جمله دسته‌بندی‌های دیگه‌ای که در مورد عددهای طبیعی به‌کار برده بودن (به‌جز زوج و فرد)، اعداد مثلثی، مربعی و مخمسی بوده! کلی هم پاهاش هال می‌کردن و اون رو هزه رمز و راز خودشون می‌نوشتن! در اینجا می‌خوام شما رو با این عددها آشنا کنم.

۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ...

اعداد مثلثی این جوری بودن:

اگه به کم فکر کنید، می‌تونید رابطه‌ی بین عددها رو پیدا کنید.

حالا چرا به اینا می‌گفتن اعداد مثلثی؟ چون الگوی عددی - هندسی زیر رو تو ذهنشون برای این عددها پیدا کرده بودن.

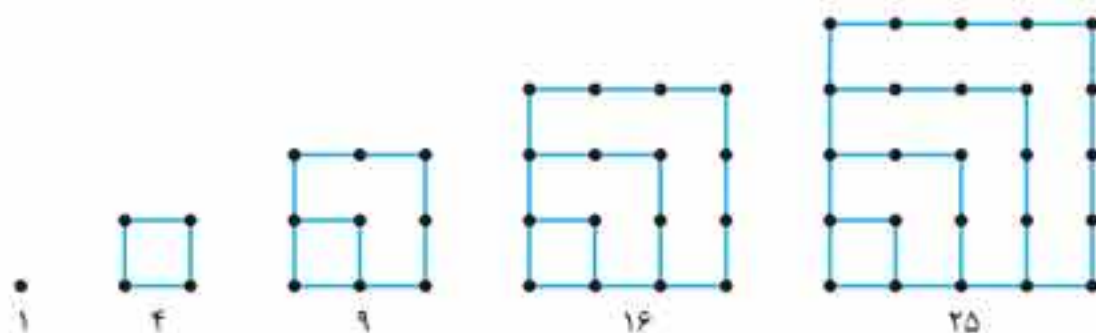


می‌تونید عدد بعدی مثلثی رو حدس بزنید؟ (مطمئنم که اگه به کم فکر کنید، پیداش می‌کنید.)

۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ...

اعداد مربعی این جوری بودن:

حالا چرا به اینا می‌گفتن اعداد مربعی؟ چون الگوی عددی - هندسی زیر رو تو ذهنشون برای این عددها پیدا کرده بودن:

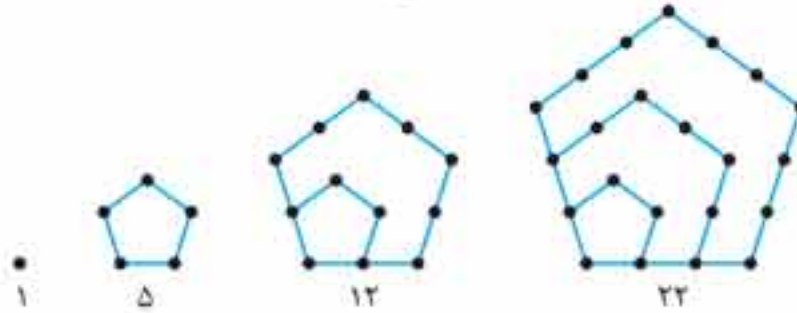


می‌تونید عدد بعدی مربعی رو حدس بزنید؟ (می‌دونم عین هلو می‌تونین!)

۱، ۵، ۱۲، ۲۲،

اعداد مخمسی (پنج ضلعی) این جوری بودن:

حالا چرا می‌گفتن مخمسی (پنج ضلعی)؟ چون این الگوی عددی - هندسی رو تو ذهنشون برای این عددها داشتن.



مطمئنم که می‌تونید عدد بعدیش رو پیدا کنید.

اون موقع‌ها فیثاغورسی‌ها از این عددها به عنوان رمز بین خورشون استفاده می‌کردن؛ مثلاً مکالمه‌ی بین دو تا مسافرکش فیثاغورسی رو ببینید؛ (البته

اون موقع‌ها فوراً برای مسافرکشی نبوده ولی چهاربایانی بودند که صاحبانشون از اوتا به عنوان وسیله‌ی حمل و نقل استفاده می‌کردن!)

مسافر آقا چقدر می‌گیری من رو تا دروازه یونان ببری؟

راننده‌ی الاغ داره ۲۸ تا تخم مرغ می‌گیرم!

مسافر؛ چرا اینقدر کمرون؟

راننده‌ی الاغ داره آقا نرخ الاغ دارها همیشه کمرون بهترن نگفتم!

مسافر؛ بگوام اینقدر پول بدم شب به جای الاغ با اسب میرم!

مسافر به راننده‌ی اسب داره آقا چقدر می‌گیری من رو ببری دروازه یونان؟

در این هنگام راننده‌ی الاغ دارها به راننده‌ی اسب دار میگه: «من بهش گفتم اندازه‌ی هفتمین عدد مثلثی تخم مرغ برده تو کمتر از هفتمین عدد مربعی

نگواه (مسافر بدبخت هم که نمی‌فهمیده این دوتا مسافرکش فیثاغورسی به هم چی میکنن!)

می‌تونید بگید راننده‌ی اسب دار حداقل چندتا تخم مرغ از این مسافر بدبخت طلب کرده؟

میکن به روزی فیثاغورس از یکی از شاگردانش پرسیده: «بگو ببینم وزن تو چند کیلوست؟»

شاگرد گفته: «قربانت کردم استار، به اندازه‌ی هشتمین عدد مخمسی است.»

میکن فیثاغورس با تکره به جان شاگرد افتاد و سیاه و کبودش کرد و بهش گفته: «وقتی ازت سوال می‌پرسم، مثل آدم جواب بده گامبوا!»

آیا می‌تونید بگید که وزن شاگرد بدبخت برکشته چند کیلو بوده؟

فرمولی برای یافتن سریع اعداد مثلثی، مربعی و مخمسی

قبل از اینکه فرمول‌های زیر رو ببینید، سعی کنید خودتون الگوها رو کشف کنید. آه نتونستید فدای سرتون؛ فرمول‌ها رو ببینید.

$$\text{اولین عدد مثلثی} = 1 = \frac{1 \times (1+1)}{2}$$

$$\text{دومین عدد مثلثی} = 3 = \frac{2 \times (2+1)}{2}$$

$$\text{سومین عدد مثلثی} = 6 = \frac{3 \times (3+1)}{2}$$

$$\text{چهارمین عدد مثلثی} = 10 = \frac{4 \times (4+1)}{2}$$

⋮

$$\Delta \text{ امین عدد مثلثی} = \frac{\Delta(\Delta+1)}{2}$$

در رابطه‌ی بالا به راحتی می‌تونید به جای مثلث هر عددی رو که می‌خواید، قرار بدید تا به سرعت عدد مربوطه رو به دست بیارید. مثلاً برای پیدا کردن

دوازدهمین عدد مثلثی کافیه به جای مثلث، عدد ۱۲ رو قرار بدید؛ اینجوری میشه:

$$12 \text{ امین عدد مثلثی} = \frac{12 \times (12+1)}{2} = \frac{12 \times 13}{2} = 78$$



۵۷. با توجه به الگویی که در عبارت زیر وجود دارد به جای «؟» کدام گزینه قرار می‌گیرد؟ (آزمون ورودی تیزهوشان ۹۳-۹۴، استان‌های همدان و لرستان)

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{12}, \frac{1}{2}, \frac{2}{6}, ?$$

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

۵۸. در الگوی عددی زیر، عدد بعدی کدام است؟ (آزمون ورودی تیزهوشان ۹۳-۹۴، استان‌های البرز و قزوین)

۲، ۵، ۱۰، ۱۷، ؟

۲۶ (۴)

۳۴ (۳)

۲۴ (۲)

۱۷۰ (۱)

۶	۱۱	۹	۴۱	۸۱
---	----	---	----	----

۵۹. در شکل مقابل به جای علامت سوال چه عددی باید قرار گیرد؟

۲۱ (۴)

۱۲ (۳)

۲۵ (۲)

۳۱ (۱)

در سؤال‌های ۶۰ تا ۶۶، با توجه به تساوی‌های داده شده، تساوی بعدی کدام است؟

$3 \times 3 = 9$

$33 \times 33 = 1089$

$333 \times 333 = 110889$

$3333 \times 3333 = 1112889$ (۲)

$3333 \times 3333 = 11108889$ (۴)

$333 \times 3333 = 11108889$ (۱)

$3333 \times 3333 = 1118889$ (۳)

$(1 \times 9) - 7 = 2$

$(21 \times 9) - 7 = 182$

$(321 \times 9) - 7 = 2882$

$(432 \times 9) - 7 = 3882$ (۲)

$(4321 \times 9) - 7 = 38882$ (۴)

$(4321 \times 9) - 7 = 3881$ (۱)

$(4321 \times 9) - 7 = 38882$ (۳)

$6 \times 8 = 7 \times 9 - 15$

$8 \times 10 = 9 \times 11 - 19$

$10 \times 12 = 13 \times 19 - 23$ (۲)

$10 \times 12 = 11 \times 13 + 21$ (۴)

$10 \times 12 = 11 \times 13 - 21$ (۱)

$10 \times 12 = 11 \times 13 - 23$ (۳)

$(5 \times 1) \times (2 \times 1) = 10$

$(5 \times 10) \times (2 \times 2) = 200$

$(5 \times 100) \times (2 \times 3) = 3000$

$(5 \times 1000) \times (2 \times 4) = 35000$ (۲)

$(5 \times 1000) \times (2 \times 4) = 40000$ (۴)

$(5 \times 1000) \times (2 \times 4) = 45000$ (۱)

$(5 \times 1000) \times (2 \times 4) = 4000$ (۳)

$9 \times 10 = 11 \times 12 - (9 + 10 + 11 + 12)$

$10 \times 11 = 12 \times 13 - (10 + 11 + 12 + 13)$

$12 \times 13 = 14 \times 15 - (12 + 13 + 14 + 15)$ (۲)

$11 \times 12 = 13 \times 14 - (9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14)$ (۱)

$11 \times 12 = 13 \times 14 - (11 + 12 + 13 + 14)$ (۴)

$12 \times 13 = 14 \times 15 - (11 + 10 + 9 + 8)$ (۳)

$18 + 81 = 99$

$19 + 91 = 110$

$20 + 101 = 121$ (۴)

$101 + 20 = 121$ (۳)

$88 + 33 = 121$ (۲)

$20 + 101 = 162$ (۱)

$300 - 9 = 291$

$3000 - 89 = 2911$

$30000 - 789 = 29211$

$300000 - 6789 = 293211$ (۲)

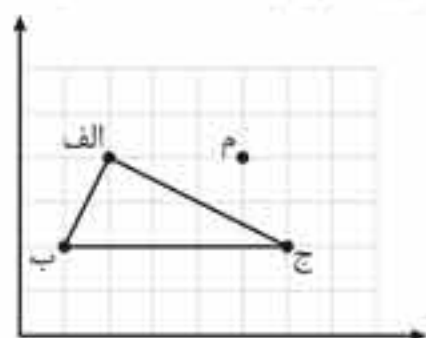
$300000 - 6789 = 23211$ (۴)

$300000 - 6789 = 293211$ (۱)

$300000 - 6789 = 23211$ (۳)



(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان کرمان)



۲۰۷. با توجه به مرکز تقارن نقطه‌ی «م» قرینه‌ی نقطه‌ی «ج» کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

اندازه‌گیری

در زمان‌های قدیم جایی بود که به اون یونان می‌گفتن، البته در زمان‌های جدید هم به اون یونان می‌گن. اما در زمان‌های قدیم اونجا یونان باستان بود، البته در زمان‌های قدیم همه‌جا باستان بود، اما همه‌جا یونان نبود. به هر حال در اون زمان فیلسوف‌هایی هم زندگی می‌کردند که در اصل فقط فیلسوف نبودند، بلکه دانشمند هم بودند. به همین دلیل از همه‌ی علوم سر در می‌آوردند. یکی از علومی که فیلسوف‌های یونان باستان اون رو خیلی دوست داشتند و البته خیلی هم بلد بودند، ریاضی و هندسه بود. اونای خیلی ریاضی‌دان‌های یامعلوماتی بودند و ریاضی‌شون منی از فیلسوف‌های امروزی هم بهتر بود! قضیه‌ی تالس، قضیه‌ی فیثاغورس، جدول ضرب و هزاران هزار مسئله‌ی پیچیده‌ی دیگر رو اونای کامک هم می‌تونستند حل کنند.

پس به این نتیجه می‌رسیم که فیلسوف‌های قدیم ریاضی‌دان هم بودند. آگه تا الان زنده بودند، هم در دانشکده‌ی فلسفه تدریس می‌کردند، هم در دانشکده‌ی علوم و هم در دانشکده‌ی فنی مهندسی.

افلاطون هم چون می‌دانست در سه‌تا دانشکده درس دادن خیلی منفعت داره، اولین کسی بود که دانشگاه زد تا به این ترتیب خودش و دوستانش بتونن اونجا درس بدن. اما چون ریاضی‌شون اونقدرها هم خوب نبود، (البته خوب بود، ولی نه به خوبی سقراط) یالای در دانشگاهش نوشت «هرکس هندسه نمی‌داند، وارد نشود» منظورش این بود که آگه می‌خواید هندسه یاد بگیرید، روی من حساب نکنید! ولی می‌تونید برید پیش سقراط! اون موقع سقراط پاپره‌توی کوبه‌ها می‌گشت و به مردم می‌گفت که حرف دهنشان را بفهمند. سقراط می‌گفت فضیلت دانش است و دانش فضیلت. (پیدا است که خود سقراط حرف دهنش رو فهمیده).

آگه فکر کردین ریاضی فقط شامله چیزهای هستش که به عدد و رقم و این‌ها مربوط میشه کاملاً در اشتباهین. به بخش ریاضی فقط به نقطه و خط و شکل‌های بی‌ریخت و این جور چیزا مربوط میشه که خود ریاضی‌دان‌ها خیلی باهوش فال می‌کنن و اسم این شاخه‌ی ریاضی رو گذاشتن «هندسه»! هندسه زاده‌ی نیاز انسان به اندازه‌گیری زمین و آگه فضولیتون کل کرده که چرا اسمش رو گذاشتن هندسه! مثلاً گذاشتن «هند یک» یا «هند دو» باید بگم این نامگذاری ۳ دلیل عمده داشته:

اول اینکه معنی واژه‌ی هندسه در تحلیل آخر به «اندازه‌گیری زمین» برمی‌گردد که در واقع علت اصلی به وجود اومدن این شاخه از علم شده!

دوم، دوست داشتن! به هر حال دوست داشتن هم برای خودش جواب موفقیه!

سوم، به هر دو دلیل بالا!

بله در چند هزار سال پیش از این، در بابل، منطقه‌ی مشهور به عیلام، مصر و سرزمین‌هایی که بچه درس‌فون‌های اون موقع توش زندگی می‌کردن.

هندسه شامل قاعده‌هایی برای اندازه‌گیری مساحت و مرزهای زمین‌های کشاورزی بود.

نقش اساسی رو در انتقال به دوره‌ی هندسه نظری، دانشمندانی از یونان باستان بازی

کردند، تالس، دموکریت، آدوکس، فیثاغورس، اقلیدس، ارشمیدس و دیگران که هندسه‌ی

کاربردی پیش از خودشون رو با منطق و استدلال همراه کردند. (این اسم‌ها رو باباهای اینا

روشون گذاشتن و من بی‌تقصیرم ولی آگه بخواهین حاضرم بابتش از شما عذرخواهی کنم!)

اما بدون شک نقش اصلی این جنایتا (پیش‌شیر خدمت) رو مریون اقلیدس، ریاضی‌دان

یونانی هستیم. اون تونست در حدود سده‌ی سوم پیش از میلاد مسیح (یعنی حدود

۲۳۰۰ سال پیش!) مفهوم‌های هندسی، تعریف اونای و استدلال‌های مربوط به اونای رو به

صورت منظم و کلاسیک در کتاب «مقدمات» بیاره. اعتبار کتاب اقلیدس از این‌جا معلوم

میشه که در طول بیش از دو هزار سال که از زمان نوشتن اون می‌گذره همه‌ی هندسه‌ی



مقدماتی یا عین کار اقلیدسه یا تحت تأثیر نوشته‌ی اون بوده! در مقدمات اقلیدس، بسیاری از مسئله‌های ساختمانی هندسه حل شده، ولی همه‌ی این مسئله‌ها همراه با استدلال بوده (یعنی همین جوری الکی فرض نکرده‌ا) و به یاری پرگار و خطکش حل شدن! اون موقع به جزاین آت و اشغال‌ها چیز دیگه‌ای نبوده! در «مقدمات» اقلیدس تقریباً همه‌ی مسئله‌هایی که امروز در مدارس و دانشگاه‌ها مطرح میشه حل شده. (بین چه فل المسائل غایبه!) همون طور که بهتون گفته بودم، هندسه چند هزار سال پیش به وجود آمد و شامل قاعده‌هایی برای اندازه‌گیری مساحت و مرزهای زمین‌های کشاورزی بود. در سده‌های بعدی که این کشاورزها وضعشون خوب شد، گفتن بیکار کنیم که راحت تر پول در بیاریم! فلاسه دنیال به کار نون و آب‌انتر می‌گشتن، گفتن بزنیم تو کار دیزینس!

بله، در سده‌های بعد که داد و ستد کالا و صنعت پیش رفت، هندسه و مفهوم‌های اون هم پیچیده‌تر شد و در برابر هندسه دانان مسئله‌هایی مطرح شد که مربوط به اندازه‌گیری حجم ظرف‌ها و حجم جسم‌های مختلف و به طور کلی مسئله‌های مربوط به شکل و اندازه‌ی اجسام گوناگون بود. بابلی‌های باستان برای محاسبه‌ی مقدار مصالحی که برای ساختمان‌های خود و همچنین برای گنجایش ظرف‌ها و حوضچه‌ها و... لازم داشتند، دستوره‌ای جالبی پیدا کردند. اونا در محاسبات خودشون خیلی پیشرفته بودند و می‌تونستن حجم مکعب مستطیل و هرم ناقص رو هم به درستی محاسبه کنند! ولی تا امروز معلوم نشده چگونه این دستورها و فرمول‌ها رو پیدا کرده بودند!

مصری‌ها هم خوراکشون پیدا کردن حجم منشور و هرم بود! همین طور که هندسه و ریاضی داشت پیشرفت می‌کرد و محاسبات پیچیده‌تر می‌شد، دانشمندا و ریاضی‌دان‌ها به فکر افتادن که از واحدهای اندازه‌گیری استفاده کنن تا اندازه‌های گفته شده توسط اونا استاندارد باشه و در همه جای دنیا یکسان باشه. مثلاً ۱ متر در همه جای دنیا ۱ متره اما واجب از این دست به اون دست فرق می‌کنه!

بعد از این که دانشمندان این تصمیم رو گرفتن، دور هم جمع شدن و با هم توافق کردن که واحداستاندارد برای اندازه‌گیری طول، متر؛ برای اندازه‌گیری مساحت، مترمربع و برای اندازه‌گیری حجم، مترمکعب باشه، البته این واحدها همان طور که در زیر می‌بینید قابل تبدیل به واحدهای کوچک‌تری هم هستن:

واحد‌های بزرگ‌تر از متر	۱ کیلومتر = $\frac{1}{1000}$ متر	-	-	۱ متر	۱۰ دسی متر = $\frac{1}{10}$ متر	۱۰۰ سانتی متر = $\frac{1}{100}$ متر	۱۰۰۰ میلی متر = $\frac{1}{1000}$ متر	واحد‌های کوچک‌تر از متر
واحد‌های بزرگ‌تر از متر مربع	۱ کیلومتر مربع = $\frac{1}{1000000}$ متر مربع	-	-	۱ متر مربع	۱۰ دسی متر مربع = $\frac{1}{100}$ متر مربع	۱۰۰ سانتی متر مربع = $\frac{1}{10000}$ متر مربع	۱۰۰۰ میلی متر مربع = $\frac{1}{1000000}$ متر مربع	واحد‌های کوچک‌تر از متر مربع
واحد‌های بزرگ‌تر از متر مکعب	۱ کیلومتر مکعب = $\frac{1}{1000000000}$ متر مکعب	-	-	۱ متر مکعب	۱۰ دسی متر مکعب = $\frac{1}{1000}$ متر مکعب (لیتر)	۱۰۰ سانتی متر مکعب = $\frac{1}{1000000}$ متر مکعب (سی‌سی یا میلی‌لیتر)	۱۰۰۰ میلی متر مکعب = $\frac{1}{1000000000}$ متر مکعب	واحد‌های کوچک‌تر از متر مکعب

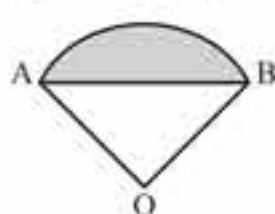
البته برای اندازه‌گیری مساحت واحد دیگه‌ای به نام هکتار هم وجود داره. این واحد برای اندازه‌گیری سطح‌های بزرگ مانند زمین‌های کشاورزی به کار میره، هر هکتار برابر با ۱۰۰۰۰ مترمربعه.

در مورد حجم هم باید بگیم که یک متر مکعب، حجم مکعبیه که طول هریک از ضلع‌های اون یک متره. اینم بهتون بگم که برای بیان حجم مایعات معمولاً از واحدهای لیتر یا میلی‌لیتر استفاده میشه.

واحد اندازه‌گیری جرم، کیلوگرمه. ۱ کیلوگرم برابر ۱۰۰۰ گرم و $\frac{1}{1000}$ تن است. خویه بدونید که جرم ۱ سی‌سی آب تقریباً ۱ گرمه.

حالا که در مورد واحدهای اندازه‌گیری صحبت کردیم، بریم سراغ خود اندازه‌گیری‌ها، چیزی که در اینجا خیلی برای ما مهمه، محاسبه‌ی مساحت و اندازه‌گیری زاویه است. یکی از شکل‌هایی که محاسبه‌ی محیط و مساحت اون خیلی مهمه، دایره است. دایره منحنی بسته‌ایه که فاصله‌ی هر نقطه از منحنی از یک نقطه‌ی ثابت درون اون به یک اندازه است. به این نقطه‌ی ثابت، مرکز دایره و به پاره‌خطی که مرکز دایره رو به محیط اون وصل میکنه، شعاع دایره میگن. محیط و مساحت دایره از رابطه‌های زیر به دست میاد:

$$\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی} = \text{مساحت دایره}$$



البته در دایره‌ها مفاهیم دیگه‌ای هم وجود داره. مثلاً به چیزی هست بهش میگن قطاع. حالا این قطاع به ۲ هر کی ندره فکر می‌کنه! خیلی فته! قطاع در واقع شامل دو شعاع و قسمتی از محیط دایره است. مثل شکل مقابل: به قسمتی از دایره هم که بین کمان و وتر مربوط به اون قرار داره، قطعه میگن. محیط و مساحت قطاع دایره هم به زاویه‌ی مرکزی و شعاع اون بستگی داره.



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

مساحت

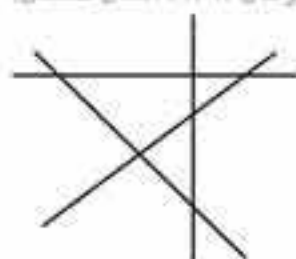
۲۰۸. نسبت طول به عرض مستطیلی $\frac{7}{4}$ و محیط آن ۴۴ میلی‌متر می‌باشد. مساحت این مستطیل چند سانتی‌متر مربع می‌باشد؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های البرز و قزوین)

- (۱) $1/12$ (۲) $11/2$ (۳) 448 (۴) $4/48$

۲۰۹. محیط چرخ جلوی یک دوچرخه $1/3$ متر است. این چرخ در طول زمین فوتبال ۸۰ دور و در عرض زمین فوتبال ۵۰ دور کامل می‌زند. مساحت این زمین چند مترمربع است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان گلستان)

- (۱) 6760 (۲) 6970 (۳) 9670 (۴) 7660

۲۱۰. با توجه به شکل، تعداد نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها به ترتیب از چپ به راست در کدام گزینه آمده است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان گلستان)

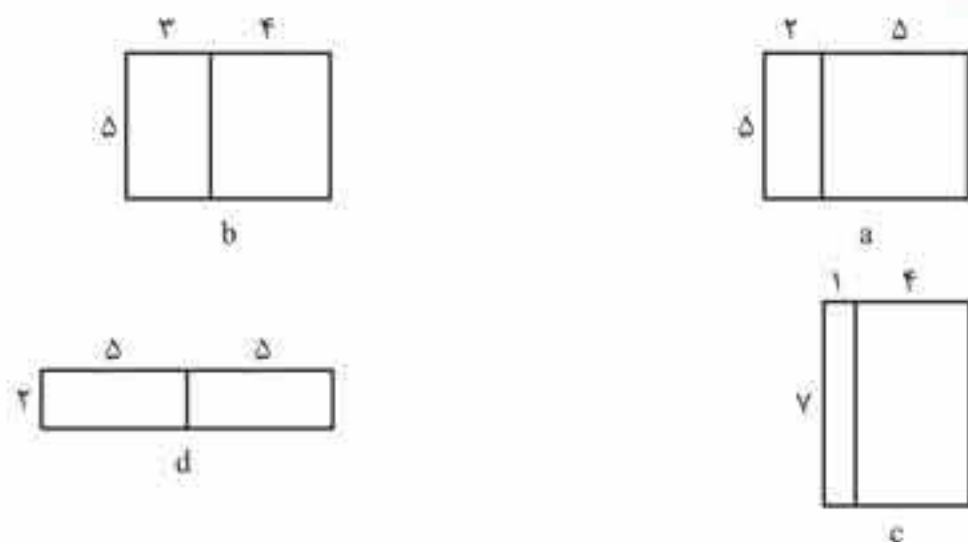


- (۱) $24-36$ (۲) $12-24$ (۳) $24-12$ (۴) $36-24$

۲۱۱. علی توپ فوتبالی داشت که آسیب دیده بود. برای پیدا کردن مساحت رویه‌ی توپ آن را باز کرد و کنار هم قراردادن قطعه‌ها، مربعی به ضلع تقریباً ۳۵ سانتی‌متر به دست آورد. مساحت تقریبی رویه‌ی توپ او کدام گزینه است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های فارس و کهگیلویه و بویر احمد)

- (۱) $1/1225$ میلی‌متر مربع (۲) $1/225$ مترمربع
(۳) $122/5$ دسی‌متر مربع (۴) $12/25$ دسی‌متر مربع

۲۱۲. کدام شکل می‌تواند جواب $5 \times (2+5)$ باشد؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان کردستان)



- (۱) a (۲) b (۳) a, b (۴) d, c

۲۱۳. قاعده‌ی مثلثی با ضلع مربع با محیط ۲۵۱۲ برابر است. اگر ارتفاع مثلث ۴۲ باشد، مساحت مثلث برابر است با:
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان یزد)

- (۱) $6/28$ (۲) $14/188$ (۳) $26/37$ (۴) $13/188$

۲۱۴. اگر بخواهیم دیواره‌های استخر را کاشی کنیم، به چند مترمربع کاشی نیاز داریم؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان یزد)

- (۱) 204 (۲) 224 (۳) 562 (۴) 622

۲۱۵. اگر بخواهیم کف استخر را با سرامیک‌هایی به ابعاد ۲۰ سانتی‌متر فرش کنیم، به چند سرامیک نیاز داریم؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان یزد)

- (۱) ۴۰۰۰ (۲) ۴۵۰۰ (۳) ۵۰۰۰ (۴) ۵۲۵۰

۲۱۶. اگر وسط اضلاع مستطیلی را به یکدیگر وصل کنیم و مجدداً وسط اضلاع شکل حاصل را به یکدیگر متصل کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های البرز و قزوین)

- (۱) مربع (۲) لوزی (۳) مستطیل (۴) متوازی‌الاضلاع

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های البرز و قزوین)

۲۱۷. اضلاع مکعبی $\frac{۱}{۱۰}$ برابر شده است، سطح آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{۱}{۱۰}$ (۲) $\frac{۱}{۱۰۰}$ (۳) $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ (۴) تغییری نمی‌کند.

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان قرا)

۲۱۸. برای ساخت کدام یک از یک مکعب مستطیل‌های زیر، به مقوای بیشتری نیاز داریم؟

- (۱) ۴، ۵، ۶ (۲) ۳، ۵، ۷ (۳) ۳، ۴، ۸ (۴) ۲، ۶، ۸

۲۱۹. ارتفاع مثلثی ۹٪ و قاعده‌ی آن ۴٪ افزایش یافته است. چند درصد به مساحت شکل افزوده شده است؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان هرمزگان)

- (۱) ۱۳٪ (۲) ۳۶٪ (۳) ۱۳/۲۶٪ (۴) ۱۳/۵٪

۲۲۰. طول، عرض و ارتفاع استخری به ترتیب ۳، ۴ و ۲ متر است. می‌خواهیم داخل استخر را رنگ آمیزی کنیم. اگر برای هر مترمربع ۴۵۰ گرم رنگ نیاز باشد، چقدر رنگ مصرف می‌شود؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان هرمزگان)

- (۱) ۱۸ کیلوگرم (۲) ۱۸۰۰ گرم (۳) $۱۰/۸$ کیلوگرم (۴) ۱۰۸۰ گرم

۲۲۱. شکل زیر از یک مربع و یک مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است. اگر محیط شکل ۱۱۵ سانتی‌متر باشد، مساحت مربع چند سانتی‌متر مربع است؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان ایلام)



- (۱) ۴۸۴ (۲) ۵۲۹ (۳) ۴۴۱ (۴) ۵۷۶

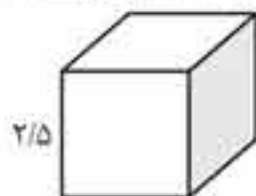
۲۲۲. سالی است به شکل مستطیل به طول ۳۶ متر و عرض ۲۴ متر. اگر بخواهیم کف سالن را با آجرهای تزئینی به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۱۸، ۱۲ و ۶ سانتی‌متر بپوشانیم، حداکثر تعداد آجری که می‌توانیم استفاده کنیم چقدر است؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های فارس و کهگیلویه و بویر احمد)

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) ۱۲۰۰۰۰

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان کرمانشاه)

۲۲۳. مساحت شکل روبه‌رو چقدر است؟ (تمام سطوح)



- (۱) $۶/۲۵$ (۲) $۱۵/۶۳$ (۳) $۳۷/۵$ (۴) $۱۲/۵$

۲۲۴. ۱۰۰۰ قطعه چوب مکعب‌شکل توپر به ابعاد ۲ سانتی‌متر داریم. آنها را به شکل یک مکعب توپر روی هم می‌چینیم. ۲۰٪ سطح مکعب جدید را رنگ می‌زنیم. چند سانتی‌متر مربع رنگ می‌شود؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های فارس و کهگیلویه و بویر احمد)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۶۰۰

۲۲۵. قطر لیوانی به شکل استوانه، ۱۰ سانتی‌متر است. اگر ارتفاع این لیوان ۱۲ سانتی‌متر باشد، مساحت این لیوان چند سانتی‌متر مربع است؟ (عدد پی را ۳ در نظر بگیرید.)

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های البرز و قزوین)

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۲۰ (۳) $۳۱/۴$ (۴) ۴۳۵

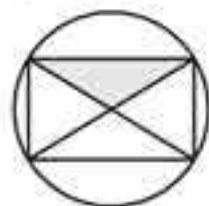
۲۲۶. یک چرخ برای طی نمودن $۱۸۸/۴$ سانتی‌متر ۵ دور می‌زند. مساحت این چرخ چند سانتی‌متر مربع می‌باشد؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان اصفهان)

- (۱) $۳۷/۶۸$ (۲) $۱۸/۸۴$ (۳) $۱۱۳/۰۴$ (۴) $۴۵۲/۱۶$



(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان کردستان)



۲۲۷. با توجه به شکل زیر نسبت مساحت قسمت رنگی به دایره چقدر است؟

(۲) $\frac{10}{628}$

(۱) $\frac{1}{628}$

(۴) $\frac{10}{628}$

(۳) $\frac{10}{628}$

۲۲۸. مساحت دو دایره‌ی درون مستطیل ۱۵۷ سانتی‌متر مربع است. طول و عرض مستطیل چند سانتی‌متر است؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های مازندران و سمنان)



(۲) ۵ و ۱۰

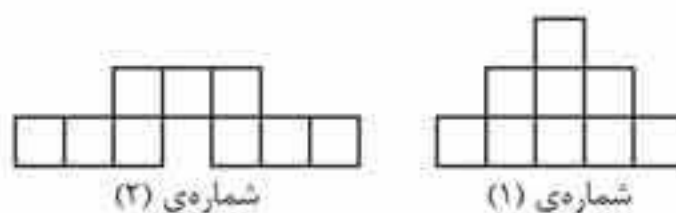
(۱) ۱۰ و ۲۰

(۴) ۱۰ و ۱۵

(۳) ۲۰ و ۳۰

۲۲۹. شکل‌های شماره‌ی ۱ و شماره‌ی ۲ از مربع‌های یکسان ساخته شده‌اند. کدام عبارت زیر، در مورد آنها درست می‌باشد؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان قم)



(۱) محیط‌های هر دو شکل با هم برابر است. (۲) مساحت شکل (۱) بیشتر است.

(۳) محیط شکل (۲) بیشتر است. (۴) محیط شکل (۱) بیشتر است.

۲۳۰. قرار است فردی سقف و دیوارهای کلاسی که طول و عرض و ارتفاع آن به ترتیب ۶، ۴ و ۸ متر است را رنگ‌آمیزی کند. حساب کنید او چند مترمربع رنگ‌آمیزی خواهد کرد؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان گیلان)

(۴) ۱۰۴ مترمربع

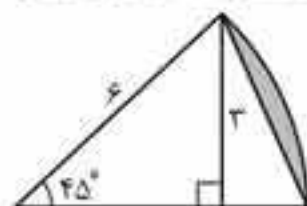
(۳) ۱۶۰ مترمربع

(۲) ۱۵۸ مترمربع

(۱) ۲۰۸ مترمربع

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان کرمان)

۲۳۱. مساحت قسمت هاشورزده برابر کدام گزینه است؟



(۱) $\frac{13}{14}$

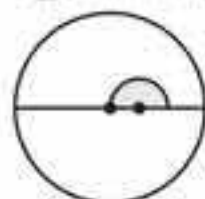
(۲) $\frac{5}{13}$

(۳) $\frac{19}{13}$

(۴) ۱۸

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان یزد)

۲۳۲. چه کسری از شکل رنگی است؟



(۲) $\frac{1}{16}$

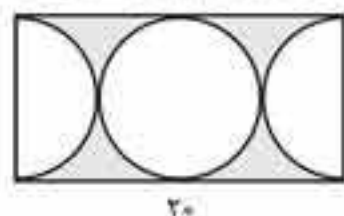
(۱) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{64}$

(۳) $\frac{1}{32}$

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان ایلام)

۲۳۳. در شکل زیر مساحت قسمت سایه‌زده شده، چقدر است؟



(۱) ۴۳ سانتی‌متر مربع

(۲) ۴۵ سانتی‌متر مربع

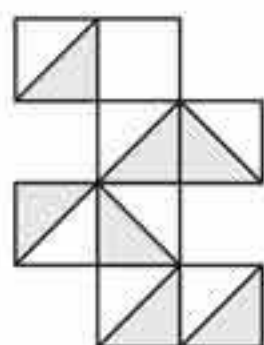
(۳) ۴۸ سانتی‌متر مربع

(۴) ۵۰ سانتی‌متر مربع

۲۳۴. اگر محیط شکل مقابل ۹۰ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی چند سانتی‌متر مربع است؟ (هر کدام از

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان‌های خراسان شمالی و خراسان جنوبی)

چهار ضلعی‌های کوچک مربع هستند.)



(۱) ۷۵

(۲) $\frac{87}{5}$

(۳) $\frac{19}{68}$

(۴) $\frac{24}{5}$

۲۳۵. طول مستطیلی $۰/۶$ متر و عرض آن ۳۰ میلی متر است. با حداقل چندتا از این مستطیل ها می توان یک مربع درست کرد؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان های فارس و کهگیلویه و بویر احمد)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲ (۴) ۱۰

۲۳۶. ضلع مربعی ۲ دسی متر است. اگر به هر ضلع آن ۵ میلی متر اضافه کنیم، به مساحتش چند سانتی متر مربع افزوده می شود؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان سیستان و بلوچستان)

- (۱) $۲۰/۲۵$ (۲) $۱/۰۲۵$ (۳) $۱۰/۲۵$ (۴) $۱۰۲/۵$

تبدیل واحدهای طولی

۲۳۷. $۷/۴۵$ متر مربع، چند دسی متر مربع است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان های مازندران و سمنان)

- (۱) $۷۴/۵$ (۲) ۷۴۵ (۳) $۰/۷۴۵$ (۴) $۰/۰۷۴۵$

۲۳۸. برای کدام گزینه واحد مناسبی بیان شده است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان های همدان و لرستان)

- (۱) $۶/۵$ متر مربع برای مساحت میز معلم
(۲) ۱۸۰۰ دسی متر مربع برای مساحت اتاق
(۳) ۲۰ دسی متر مربع برای مساحت یک اتاق
(۴) ۱۲۰۰۰۰ سانتی متر مربع برای مساحت زمین فوتبال

۲۳۹. عدد $۹۳/۴۱$ متر به ترتیب چند دسی متر و چند کیلومتر است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان های اردبیل و زنجان)

- (۱) $۰/۰۹۳۴۱۰۹/۳۴۱$ (۲) $۰/۰۹۳۴۱۰۰۹۳۴/۱$ (۳) $۹۳۰۱۰۰۹/۳۴۱$ (۴) $۹۳۴۱۰۰۹۳۴/۱$

۲۴۰. کدام رابطه نادرست است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان قم)

- (۱) ۱ متر مربع = ۱۰۰۰۰ سانتی متر مربع
(۲) ۱۰۰ متر مربع = ۱ دسی متر مربع
(۳) ۱ دسی متر مربع = ۱۰۰ سانتی متر مربع
(۴) ۱ سانتی متر مربع = ۱۰۰ میلی متر مربع

۲۴۱. $۰/۳۵$ متر و $۰/۴$ سانتی متر و $\frac{۴}{۵}$ دسی متر روی هم چند میلی متر است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان ایلام)

- (۱) ۳۹۴ (۲) ۴۳۴ (۳) $۳۴/۴$ (۴) ۳۸۵

۲۴۲. ترتیب واحدهای استاندارد اندازه گیری محیط، مساحت و حجم در کدام یک از گزینه های زیر نشان داده شده است؟

- (۱) متر مربع، متر، متر مکعب
(۲) سانتی متر، سانتی متر مربع، سانتی متر مکعب
(۳) سانتی متر مربع، دسی متر مربع، کیلومتر مربع
(۴) متر مربع، متر مکعب، کیلومتر مربع

۲۴۳. ۶۴۰۰ هکتار چند کیلومتر مربع است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان گیلان)

- (۱) $۶/۴$ (۲) ۶۴ (۳) ۶۴۰۰۰ (۴) ۶۴۰۰۰۰۰

۲۴۴. هر دسی متر مربع چند متر مربع می باشد؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان های آذربایجان و زنجان)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰ (۳) $۰/۰۱$ (۴) $۰/۱$

حجم و جرم

۲۴۵. به وسیله ی ۲۷ مکعب کوچک یک مکعب بزرگ درست کرده ایم. اگر این مکعب را داخل رنگ فرو ببریم، چند مکعب اصلاً رنگ نمی شود؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان گلستان)

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۸

۲۴۶. صفحه ی فلزی به شکل مستطیل به ابعاد ۱۰ و ۶ سانتی متر داریم. از چهار گوشه ی آن مربع هایی به ضلع ۱ سانتی متر جدا می کنیم و با بقیه ی آن جعبه ای می سازیم. حجم جعبه ی ساخته شده کدام مورد است؟
(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان کرمان)

- (۱) ۳۲ سانتی متر مکعب
(۲) $۰/۰۳۲$ دسی متر مکعب
(۳) گزینه ی ۱ و ۲
(۴) $۰/۳۲$ متر مکعب

پاسخ پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱. گزینه‌ی «۳»

همه‌ی عددها به‌جز عدد ۱۴، فرد هستند و فقط عدد ۱۴ زوج است.

۲. گزینه‌ی «۲»

الگوی دنباله‌ی داده‌شده به‌صورت روبه‌رو است:

$$2 \times 2 \times 2, 3 \times 3 \times 3, 4 \times 4 \times 4, \dots$$

بین عددهای داده‌شده، فقط عدد ۱۰۰ مکعب کامل نیست. مربع کامل است.

۳. گزینه‌ی «۳»

همه‌ی عددها به‌جز ۵۴ مضرب ۵ هستند.

۴. گزینه‌ی «۲»

در همه‌ی عددها به‌جز ۴۲۷، رقم وسط برابر با مجموع دو رقم دیگر است.

۵. گزینه‌ی «۱»

همه‌ی عددها به‌جز ۲۸، مضرب ۳ هستند.

۶. گزینه‌ی «۲»

همه‌ی عددها به‌جز ۲۳ مربع کامل هستند.

۷. گزینه‌ی «۳»

الگوی دنباله به‌صورت زیر است:

$$1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, \dots$$

اما به جای 5×5 ، عدد ۲۰ آمده که نادرست است.

۸. گزینه‌ی «۴»

الگوی این دنباله به‌صورت زیر است:

$$(1 \times 1) + 1, (2 \times 2) + 1, (3 \times 3) + 1, (4 \times 4) + 1, (5 \times 5) + 1, \\ (6 \times 6) + 1, (7 \times 7) + 1, (8 \times 8) + 1$$

بنابراین به‌جای عدد ۶۵، عدد ۶۴ آمده که نادرست است.

۹. گزینه‌ی «۳»

همه‌ی عددها به‌جز ۲۱، عددهای زوج هستند.

۱۰. گزینه‌ی «۲»

در همه‌ی عددها به‌جز عدد ۳۸۳، رقم وسط، حاصل ضرب دو رقم دیگر است.

۱۱. گزینه‌ی «۱»

در همه‌ی عددها به‌جز ۷۵۱، رقم وسط اختلاف دو رقم دیگر است.

۱۲. گزینه‌ی «۴»

همه‌ی عددها به‌جز ۸۱، عدد اول هستند.

۱۳. گزینه‌ی «۴»

همه‌ی عددها به‌جز ۱۲، عدد اول هستند.

۱۴. گزینه‌ی «۱»

در هر مرحله به‌طور متناوب عدد ۲۳ اضافه و عدد ۱۷ کم می‌شود:

$$82, 605, 588, 611, 594, 617, 600$$

+۲۳ -۱۷ +۲۳ -۱۷ +۲۳ -۱۷

بنابراین ۶۳۴ نادرست است و باید به جای آن ۵۹۴ باشد.

۱۵. گزینه‌ی «۳»

در دنباله‌ی داده‌شده همه‌ی عددها به‌جز ۲۷۹ مضرب ۱۱ هستند.

۱۶. گزینه‌ی «۱»

در این دنباله عددی که در هر مرحله به عدد قبلی اضافه می‌شود به‌صورت زیر است:

$$8, 13, 21, 32, 46, 63, 83$$

۵ ۸ ۱۱ ۱۴ ۱۷ ۲۰

بنابراین عدد ۴۷ نادرست است و باید عدد ۴۶ جایگزین آن شود.

۱۷. گزینه‌ی «۴»

عددهای این دنباله از الگوی زیر پیروی می‌کنند:

$$1 \times 1 \times 1, 2 \times 2 \times 2, 3 \times 3 \times 3, 4 \times 4 \times 4, \dots$$

بنابراین عدد ۱۲۴ نادرست است و باید عدد $5 \times 5 \times 5$ ، یعنی ۱۲۵ جایگزین آن شود.

۱۸. گزینه‌ی «۲»

$$1, 2, 6, 15, 31, 56, 92$$

+۱ +۴ +۹ +۱۶ +۲۵ +۳۶

بنابراین آخرین عدد این دنباله باید ۹۲ باشد نه ۹۱.

۱۹. گزینه‌ی «۲»

در این دنباله، در هر مرحله عددهای دنباله به‌ترتیب به اندازه‌ی ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ و ۱۱ واحد کم می‌شوند:

$$52, 51, 48, 44, 46, 27, 16$$

-۱ -۳ -۵ -۷ -۹ -۱۱

بنابراین عدد ۳۴ نادرست است و باید به جای آن ۴۶ باشد.

۲۰. گزینه‌ی «۲»

همه‌ی عددها به‌جز ۱۱ عدد مرکب‌اند.

۲۱. گزینه‌ی «۱»

در این دنباله، در هر مرحله عددها به‌ترتیب از عددهای ۲۵، ۲۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵ کم می‌شوند:

$$105, 85, 60, 30, -5, -45, -90$$

-۲۰ -۲۵ -۳۰ -۳۵ -۴۰ -۴۵

بنابراین عدد صفر نادرست است و باید به جای آن -۵ باشد.

۱۸۰. گزینه ۴»

می‌دانیم هر دقیقه ۶۰ ثانیه است. ابتدا مشخص می‌کنیم ۹ دقیقه چه کسری از ۶۰ دقیقه است؛ سپس آن را به صورت اعشاری می‌نویسیم:

$$\frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0.15$$

بنابراین ۶:۰۹ به صورت اعشاری برابر است با ۶.۱۵.

۱۸۱. گزینه ۳»

چون هر دو چرخ به هم متصل‌اند، مسافتی که می‌پیمایند برای هر دو چرخ یکسان است. مسافتی که چرخ بزرگ در ۹۰ دور طی کرده برابر است با:

$$25/2 \times 90 = 3168$$

دور $\Rightarrow 3168 \div 19/8 = 160$ تعداد دورهای چرخ کوچک

۱۸۲. گزینه ۲»

قد هر سه نفر را به سانتی‌متر تبدیل کرده و میانگین قد آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{قد محمد} = 161 \\ \text{قد رضا} = 149 \\ \text{قد حسین} = 152 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{161 + 149 + 152}{3}$$

$$= \frac{462}{3} = 154 \text{ سانتی‌متر}$$

$$161 - 154 = 7 = \text{اختلاف قد محمد با میانگین}$$

بنابراین:

۱۸۳. گزینه ۲»

خارج قسمت تغییر نمی‌کند ولی باقی‌مانده در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌شود.

$$0.93 \times \frac{1}{3} = 0.31$$

$$0.31 \times 2/2 = 0.62$$

۱۸۴. گزینه ۱»

در هر برگ کاغذ، دو صفحه وجود دارد؛ بنابراین تعداد برگ‌های کتاب برابر است با:

$$150 \div 2 = 75 \text{ برگ}$$

برای به‌دست آوردن ضخامت هر برگ، کافی است ضخامت کتاب را بر تعداد برگ‌ها تقسیم کنیم:

$$0.93 = 7 \div 75 \Rightarrow \text{میلی‌متر } 7 = 0.07 \text{ دسی‌متر}$$

۱۸۵. گزینه ۲»

$$\begin{array}{r} 9/7 \quad | \quad 0.7 \quad \xrightarrow{\times 10} \quad 97/.. \quad | \quad 7 \\ \underline{-91/..} \quad \quad \quad \underline{-91/..} \quad \quad \quad 13/85 \\ 6/.. \quad \quad \quad \underline{-5/60} \quad \quad \quad 6/.. \\ 0/40 \quad \quad \quad \underline{-0/35} \quad \quad \quad 0/40 \\ 0/05 \quad \quad \quad \underline{-0/05} \quad \quad \quad 0/05 \end{array}$$

$$6 \div 0.005 = 1200$$

۱۸۶. گزینه ۳»

$$\text{عدد اعشاری مورد نظر} = \frac{1}{60 \times 60} = \frac{1}{3600} = 0.00027$$

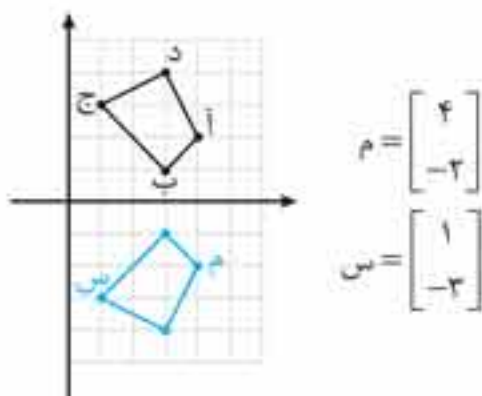
۱۸۷. گزینه ۲»

فرض می‌کنیم بعد از z سال قیمت کالای x ۴۰۰ تومان بیشتر از قیمت کالای y باشد؛ بنابراین:

$$(420 + 40z) - (630 + 15z) = 40 \Rightarrow 25z = 40 + 210 \Rightarrow z = \frac{250}{25} = 10$$

بنابراین ۱۰ سال بعد، یعنی در سال ۱۳۹۵ قیمت کالای x ، ۴۰ تومان بیشتر از قیمت کالای y خواهد بود.

۱۸۸. گزینه ۲»



۱۸۹. گزینه ۲»

نقاط داده‌شده را روی صفحه مختصات

مشخص می‌کنیم:

همان‌طور که می‌بینید قاعده‌ی

متوازی‌الاضلاع برابر ۴ و ارتفاع آن

۳ است؛ پس:

$$6 = 12 \div 2 = \text{نصف مساحت} \Rightarrow 3 \times 4 = 12 = \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{مساحت}$$

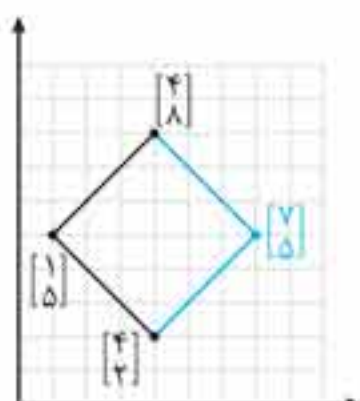
۱۹۰. گزینه ۱»

کافی است نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را با $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ جمع کنیم:

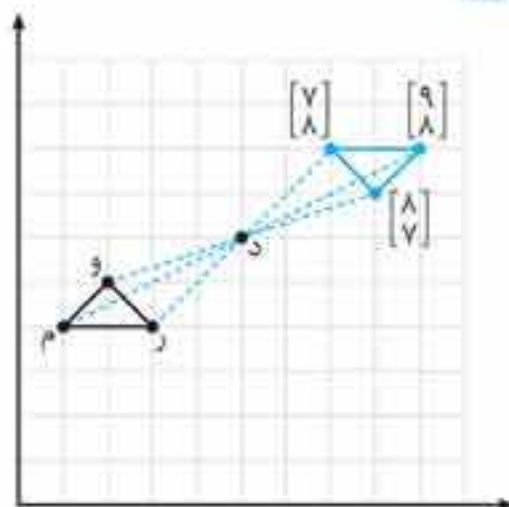
$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

۱۹۱. گزینه ۲»

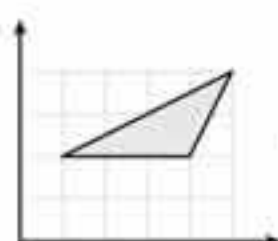
با توجه به شکل واضح است که مختصات رأس چهارم باید $\begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد.



۲۰۴. گزینه‌ی «۴»



۲۰۵. گزینه‌ی «۴»



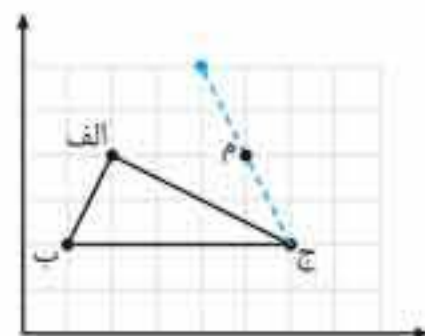
$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

۲۰۶. گزینه‌ی «۱»

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۲۰۷. گزینه‌ی «۲»

از نقطه‌ی «ج» به نقطه‌ی «م» وصل کرده و به همان اندازه در همان راستا ادامه می‌دهیم. با این کار به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ می‌رسیم.



۲۰۸. گزینه‌ی «۱»

$$22 = \text{مجموع طول و عرض} \Rightarrow 44 = \text{محیط مستطیل}$$

طول	۷	۱۴
عرض	۴	۸
مجموع	۱۱	۲۲

$$\text{مساحت} = 14 \times 8 = 112$$

۲۰۹. گزینه‌ی «۱»

$$\begin{aligned} \text{طول زمین فوتبال} &= 80 \times 1/3 = 104 \text{ متر} \\ \text{عرض زمین فوتبال} &= 50 \times 1/3 = 65 \text{ متر} \\ \text{مساحت} &= 104 \times 65 = 6760 \end{aligned}$$

۲۱۰. گزینه‌ی «۳»

روی هر خط ۶ نیم‌خط و ۳ پاره‌خط وجود دارد.

۲۱۱. گزینه‌ی «۴»

$$\begin{aligned} \text{سانتی‌متر مربع} &= 25 \times 25 = 1225 \\ \text{دسی‌متر مربع} &= 1225 \div 100 = 12.25 \end{aligned}$$

۲۱۲. گزینه‌ی «۱»

رابطه‌ی $5 \times (2 + 5)$ در واقع مساحت شکل «ا» است. مساحت شکل‌های دیگر برابر است با:

$$\text{مساحت} = 5 \times (2 + 5) = 35$$

$$\text{مساحت} = 5 \times (3 + 4) = 35$$

$$\text{مساحت} = 7 \times (1 + 4) = 35$$

$$\text{مساحت} = 2 \times (5 + 5) = 20$$

۲۱۳. گزینه‌ی «۴»

اندازه‌ی ضلع مربع و قاعده‌ی مثلث برابر است با:

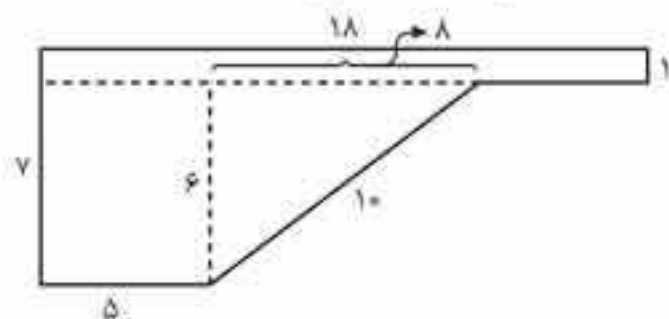
$$25/12 + 4 = 6/28$$

بنابراین مساحت مثلث برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{6/28 \times 4/2}{2} = 13/188$$

۲۱۴. گزینه‌ی «۲»

این استخر از دو دیواره‌ی به شکل زیر و دو دیواره‌ی مستطیلی شکل به ابعاد 1×10 و 7×10 تشکیل شده است:



را در ۳۰ ضرب می‌کنیم، سپس عددهای به‌دست آمده را از هم کم می‌کنیم؛ بنابراین:

$$(11 \times 30) - (5 \times 5 / 5) = 330 - 27 / 5 = 302 / 5$$

گزینه ۲۸۳ «۲»

$$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ \rightarrow 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$30^\circ = 90^\circ - 60^\circ \rightarrow 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\frac{30^\circ}{120^\circ} = \frac{1}{4} = 0.25$$

بنابراین:

گزینه ۲۸۴ «۲»

$$\text{تعداد پاره خط‌ها} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

گزینه ۲۸۵ «۳»

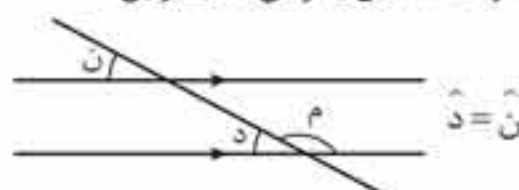
$$90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$$

$$180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$$

$$180^\circ - 142^\circ = 38^\circ$$

گزینه ۲۸۶ «۱»

زاویه‌های «ن» و «د» متقابل به رأس اند؛ بنابراین:



زاویه «د» مکمل زاویه «م» است؛ پس:

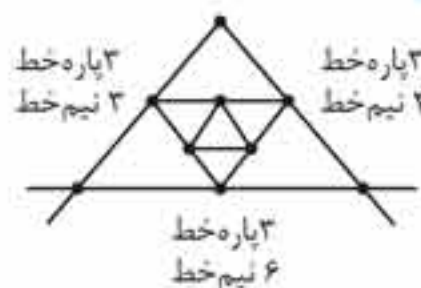
$$\hat{d} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ \Rightarrow \hat{n} = 35^\circ$$

گزینه ۲۸۷ «۳»

چون نیم خط یک نقطه در یک طرفش دارد و ۱۰ نقطه هم ما روی آن گذاشتیم، پس ۱۱ نقطه خواهیم داشت؛ بنابراین:

$$\text{تعداد پاره خط‌ها} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

گزینه ۲۸۸ «۴»



گزینه ۲۸۹ «۱»

اندازه‌ی هر زاویه‌ی یک n ضلعی منتظم از فرمول $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین:

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی ۹ ضلعی} = \frac{(9-2) \times 180^\circ}{9} = 140^\circ$$

گزینه ۲۹۰ «۲»

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه داخلی یک ۸ ضلعی منتظم} = \frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$$

یک زاویه را به نسبت $\frac{4}{5}$ تقسیم کردیم. اندازه‌ی هر کدام از این بخش‌ها برابر است با:

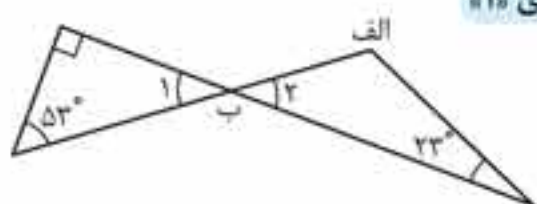
زاویه‌ی کوچک‌تر	۴	۶۰
زاویه‌ی بزرگ‌تر	۵	۷۵
مجموع	۹	۱۳۵

$\times 15$

$$\text{مکمل زاویه‌ی کوچک‌تر} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

بنابراین:

گزینه ۲۹۱ «۱»



زاویه‌های «۱» و «۲» متقابل به رأس اند؛ بنابراین:

$$\text{زاویه‌ی «۱»} = \text{زاویه‌ی «۲»}$$

$$\Rightarrow \text{زاویه‌ی «الف»} = 180^\circ - (23^\circ + 23^\circ) = 134^\circ$$

گزینه ۲۹۲ «۳»

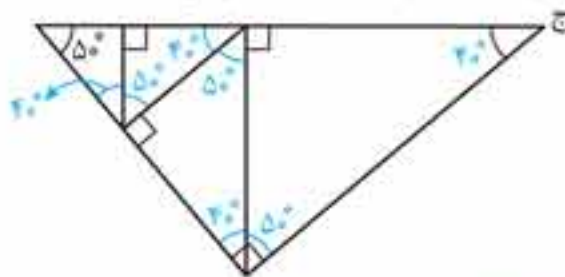
گزینه ۲۹۳ «۱»

پاره خط‌ها: (ب ج)، (ج د)، (د ب)، (ب ر)، (ر ج)، (ج ح)، (ح د)، (د ح) (ر ح)

نیم خط‌ها: (ب الف)، (ج الف)، (د الف)، (د ه)، (ه ج)، (ب ه)، (ب و)، (ر و)، (ح ط)، (د ط)

گزینه ۲۹۴ «۲»

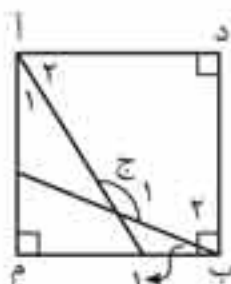
مجموع دو زاویه‌ی متمم 90° است؛ بنابراین:



گزینه ۲۹۵ «۳»

زاویه‌هایی که رأس آنها روی محیط دایره باشد و کمان مقابل آنها با هم مساوی باشد، با هم برابرند.

گزینه ۲۹۶ «۳»



$$\hat{b}_2 + \hat{r}_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی 360° درجه

است؛ بنابراین:

$$\hat{b}_2 + \hat{r}_2 + \hat{c}_1 + \hat{d} = 360^\circ \Rightarrow 150^\circ + 90^\circ + \hat{c}_1 = 360^\circ \Rightarrow \hat{c}_1 = 120^\circ$$

فنون حل مسئله



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱. با ارقام ۰، ۲، ۵، ۹ و ۷ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت که بر ۲۵ بخش‌پذیر باشند؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان گلستان)

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

۲. در صورتی که تکرار رقم‌ها مجاز باشد، با رقم‌های ۰، ۲، ۵ و ۷ چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت که بر ۲۵ بخش‌پذیر باشد؟

(آزمون ورودی تیزهوشان ۹۱-۹۲، استان بوشهر)

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۸

۳. با رقم‌های ۰، ۲، ۳، ۵ و ۶ چند عدد چهاررقمی زوج بدون تکرار رقم‌ها می‌توان نوشت؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۴۸
(۳) ۱۲۰
(۴) ۶۴

۴. با رقم‌های ۰، ۴، ۹، ۱، ۷ و ۵ چند عدد چهاررقمی زوج بدون تکرار رقم‌ها می‌توان نوشت؟

- (۱) ۱۰۸
(۲) ۱۲۰
(۳) ۶۰
(۴) ۴۸

۵. به چند حالت می‌توان ۲ کت، ۴ شلوار و ۳ پیراهن را با هم پوشید؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۲
(۳) ۲۴
(۴) ۳۰

۶. به چند حالت می‌توان به کمک انگشتان دو دست، عدد ۵ را نشان داد؟ (حالت‌های مختلف یک دست در نظر گرفته نشود.)

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

۷. به چند حالت می‌توان ۵ نفر را در یک صف قرار داد؟

- (۱) ۵
(۲) ۲۴
(۳) ۱۲۰
(۴) ۵۰

فنون تخمین زدن

چگونه تخمین بزنیم؟



در سال ۱۹۰۱، نوزادی در ایتالیا چشم به جهان گشود به نام انریکو فرمی. خاملی باباش فرمی بود و مادرش هم همسر باباش بود. می‌گفتن وقتی نوزاد بود، انقدر گریه می‌کرد که تا شش تا فونه اون ورتر هم شب‌ها خواب نداشتن! فرمی از همون موقع که بیه بود، نورکش تخمین زدن بوده. می‌گفتن به روز ملامتش اون رو تو فونه تنها گذاشته بوده و بهش میگفت «دزئیل مرده، ساعت ۱۲:۳۰ زیر دیک برنج رو خاموش کن، نسوزه، شب غونوازی بابات دارن میان، من برم شیر و پیام، انریکو زیر برنج رو خاموش نمی‌کنه و با یک نگاه به دیک برنج و شعله‌ی آتیش، تخمین می‌زنه که این ظرف و برنج‌های توش تا ساعت ۱۰:۰۰ خواهند سوخت. ساعت حدود ۱:۱۵ بوده که دور کل فونه رو می‌گیره. انریکو از تخمینی که زده بوده، خیلی راضی بوده، چون فقط ۱۵ دقیقه با چیزی که پیش‌بینی کرده بوده، اختلاف داشته! بعد که مادرش می‌آه، انریکو با خوشحالی موضوع رو به مادرش میگه و از نبوغ خودش در تخمین نسبتاً درستی که زده بوده، تعریف می‌کنه و میگه: «مامان بابت این پیش‌بینی، من یوم جایزه میدی؟»

می‌گفتن مادرش با جابجایی آشپز فونه جوری به اون جایزه داده که صورت انریکو تا سه ماه، مثل ته‌دیک همون برنج سوخته‌ها شده بود! به بار دیکه هم در یک مهمانی به یکی از خانم‌های خامیل که ۲۵ سال پیشتر نداشت، میگه که من تخمین می‌زنم شما ۴۰ سالتون باشه! می‌گفتن خانومه جوری انریکو رو ارب کرد که تا مدت‌ها فقط صدای ترمزدستی می‌داد! این نشون میده که انریکو عقل درست و حسابی نداشته!

آفه شوئی، شوئی، یا سن خانومه‌ها هم شوئی؟! از من به شما نصیحت، آکه فواستید سن خانومی رو تخمین بزنید، همیشه عبری بین ۱۸ تا ۲۵ رو انتظاب کنید!

انریکو فرمی بعدا که بزرگ‌تر شد، به خاطر پژوهش‌هایش روی نظریه‌ی فیزیک کوانتوم برنده‌ی جایزه‌ی نوبل شد. در ضمن به شانس دیکه هم آورد. اون به خاطر حل مسائل به ظاهر ناممکن با استفاده از تخمین درجه‌ی بزرگی، حسابی مشهور شد به طوری که اسمش رو روی ذراتی گذاشتند که نیمه از ذرات عالم رو تشکیل می‌دهند. (فرمیون‌ها)



روش فرمی در تخمین زدن: روش‌های زیادی برای تقریب زدن وجود دارد؛ اما یکی از قوی‌ترین اونا روش همون بجهی لوس ایتالیایی، یعنی فرمی است. قدرت این روش به این دلیل که هم ساده است، هم سریع، البته روش کاملاً مشخصی برای تقریب فرمی وجود ندارد؛ اما اولین قدم اینه که یک سری فرض‌های اساسی بسازید که منطقی به نظر می‌رسند، سپس این فرض‌ها رو برای تخمین و محاسبه‌ی چیزی که می‌خواید بدویند، استفاده کنید.

مثال فرض کنید می‌خواهیم بدانیم چند برگ روی یک درخت چنار معمولی که ۱۰ شاخه دارد، وجود دارد؟

پاسخ اول تخمین می‌زنیم که هر شاخه‌ی درخت ۳۰ تا برگ دارد. (برای هر شاخه‌ی چنار معمولی، ۳۰ تا برگ عدد معقولیه!) بعد می‌تونیم فرض کنیم که یک درخت چنار معمولی ۱۰ تا شاخه دارد. (البته بعضی‌ها تعداد بیشتری شاخه دارند، بعضی‌ها هم کمتر؛ ولی ۱۰ تا شاخه عدد معقولی به نظر میاد!) خوب، پس ابتدا تخمین زدیم که به‌طور معمول درختمون ۱۰ تا شاخه و هر شاخه هم ۳۰ تا برگ دارد. حالا به‌راحتی میشه تعداد برگ‌ها رو تخمین زد:

$$30 \times 10 = 300$$

پس همین‌جوری تخمین زدیم که یک درخت چنار معمولی در حدود ۳۰۰ تا برگ دارد.

این مثال به قدر کافی ساده بود؛ اما برای مسائل پیچیده‌تر، بد نیست که یک سری راهنمایی‌های دیگه‌ای هم به شما بکنم.

توصیه‌ی اول: با آنچه می‌دانید، شروع کنید.

ممکنه بخواید محاسبه کنید که برای ساختن دیوارهای اطراف مدرسه‌تون چند آجر به‌کار رفته. شما نمی‌دونید که در ساختمان به مدرسه چندتا آجر به‌کار رفته (چون شما دانش‌آموزید؛ هنوز که مثل من مهندس عمران نشدین!)؛ بنابراین نمی‌تونید از اینجا شروع کنید، چیزهایی که احتمالاً می‌دونید، اینه که طول یک آجر تقریباً ۱۵ سانتی‌متره. در ضمن محیط مدرسه‌ی شما که دیوارکشی شده، چیزی حدود ۳۰۰ متره (محیط مدرسه‌ی خودتون رو می‌تونید با قدم زدن یا متر کردن اندازه بگیرید)؛ پس از روی این طول محاسبه می‌کنید که ۲۰۰ تا آجر لازمه تا یک دور، اطراف مدرسه آجرکشی بشه. حالا میرین سراغ ارتفاع دیوار. در مرحله‌ی بعدی حدس می‌زنید که ارتفاع دیوار مدرسه ۵ متر و عرض به آجر حدود ۵ سانتی‌متره؛ پس باید ۱۰۰ ردیف آجر روی هم چیده بشن و از اینجا تخمین می‌زنید که $200 \times 100 = 20000$ آجر برای دورتادور دیوار مدرسه‌تون لازمه.

توصیه‌ی دوم: به واحدها توجه کنید.

سعی کنید از یک نوع واحد اندازه‌گیری استفاده کنید، یعنی همه‌ی عددهایی رو که در مسئله وجود داره و از یک جنس هستند، به یک واحد تبدیل کنید؛ مثلاً از متر یا سانتی‌متر برای طول و از گرم یا کیلوگرم برای جرم استفاده کنید.

توصیه‌ی سوم: بدترین حالت‌های معقول و ممکن رو در نظر بگیرید.

توصیه‌ی چهارم: عددها را ساده کنید و از گرد کردن آنها غافل نشوید.

در حل مسئله‌های تقریبی، هیچ‌وقت از ۱۸۹ استفاده نمی‌کنیم. به جاش از ۱۹۰ یا حتی ۲۰۰ استفاده می‌کنیم. چون در اینجا، همون‌طور که از اسمش پیداست، دنبال جواب تقریبی هستیم، نه جواب دقیق. اینجوری محاسبات ساده‌تر میشن و در وقت صرفه‌جویی میشه. چون در خیلی از مواقع عدد تقریبی حتی خیلی بیشتر از عدد دقیق به دردمون می‌خوره!

توصیه‌ی آخر: یک تناسب درست تشکیل دهید، یا یک فرمول بسازید.

؟ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۸. یک شخص معمولی که به‌طور متوسط ۸۰ سال عمر می‌کند، در طول عمر خود تقریباً چند کیلومتر راه می‌رود؟

- (۱) ۳۰۰۰ (۲) ۳۰۰۰۰ (۳) ۳۰۰۰۰۰ (۴) ۳ میلیون

۹. به‌طور معمول اگر انسان حدود ۸۰ سال عمر کند، یک تار موی او در طول عمر چقدر رشد می‌کند؟

- (۱) حدود ۳ متر (۲) حدود ۱۰ متر (۳) حدود ۳۰ متر (۴) حدود ۱۰۰ متر

۱۰. اگر ۸۰ سال عمر کنید و رشد ناخن انگشت دست شما معمولی باشد، کل رشد طول ناخن یک انگشت دست شما چقدر می‌شود؟

- (۱) حدود ۱ متر (۲) حدود ۱۰ متر (۳) حدود ۵۰ متر (۴) حدود ۱۰۰ متر

۱۱. بندهای کفش مردم سرزمینمان ایران، حدوداً چند دور، دور آمریکا را می‌گیرد؟ (طول پیرامون آمریکا را ۲۱۰۰۰ کیلومتر فرض کنید.)

- (۱) تقریباً نیم‌دور (۲) تقریباً ۲/۵ دور (۳) تقریباً ۲۵ دور (۴) تقریباً ۲۵۰ دور

۱۲. تقریباً چندتا مورچه لازم است تا بتوانند یک انسان متوسط را بلند کنند؟

- (۱) ۱۰۰۰ تا (۲) ۱۰۰۰۰ تا (۳) ۵۰۰۰۰ تا (۴) ۲۰۰۰۰۰ تا

استراتژی‌های حل مسئله



تکنیک‌های حل مسئله



در این بخش می‌خواهیم درباره‌ی میانگین صحبت کنیم. میانگین در بسیاری از موارد، می‌تونه دید خیلی خوبی در مورد یک موضوع به شما بده؛ مثلاً میانگین پرند شدن من در قمره‌کشی تقریباً صفره! من تا جایی که یادم میارم از بین هزاران قمره‌کشی، فقط یک بار پرنده شدم. اونم به شب تو تونه مهمون داشتیم، قمره‌کشی که منم که طرف‌های شام رو کی بشوره، اسم من در اومده! میانگین، مقدار متوسط اعداد و مشاهده‌پذیرهاست. محاسبه‌ی میانگین کار آسونیه؛ کافیه مجموع کل عددها یا مشاهده‌پذیرهای موردنظر رو بر تعداد اونا تقسیم کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع مشاهده‌پذیرها}}{\text{تعداد مشاهده‌پذیرها}}$$

مشاهده‌پذیرها می‌تونن قد، وزن، سن یا حتی سرعت باشن.

؟ پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱. یک خانواده شامل پدر بزرگ، مادر بزرگ، والدین و سه بچه است. میانگین سن پدر بزرگ و مادر بزرگ ۶۷ سال، میانگین سن پدر و مادر ۳۵ سال و میانگین سن فرزندان ۶ سال است. میانگین سن این خانواده چند سال است؟

(۱) $28\frac{4}{7}$ (۲) $31\frac{5}{7}$ (۳) $32\frac{1}{7}$ (۴) هیچ کدام

۲. میزان فروش یک فروشنده در ۵ ماه متوالی به ترتیب ۶۴۳۵۰۰۰، ۶۹۲۷۰۰۰، ۶۸۵۵۰۰۰، ۷۲۳۰۰۰ و ۶۵۶۲۰۰۰ تومان بوده است. او باید در ماه ششم چند تومان فروش داشته باشد تا میانگین فروش او در این شش ماه ۶۵۰۰۰۰ تومان باشد؟

(۱) ۴۹۹۱۰۰۰ (۲) ۵۹۹۱۰۰۰ (۳) ۶۰۰۱۰۰۰ (۴) ۶۹۹۱۰۰۰

۳. میانگین ۲۰ عدد صفر است. بیشترین تعداد از این عددها که ممکن است بزرگ‌تر از صفر باشد، چقدر است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱۹

۴. میانگین وزن ۸ نفر، هنگامی که یکی از آنها به وزن ۶۵ کیلوگرم با یک شخص جدید جابه‌جا می‌شود، ۲/۵ کیلوگرم افزایش می‌یابد. وزن شخص جدید چند کیلوگرم است؟

(۱) ۷۶ (۲) $76\frac{1}{5}$ (۳) ۸۵ (۴) داده‌ها کافی نیست. (۵) هیچ کدام

۵. کاپیتان یک تیم فوتبال ۱۱ نفره، ۲۶ سال دارد و مدافع تیم سه سال از او بزرگ‌تر است. اگر سن این دو بازیکن را در نظر بگیریم، میانگین سن بقیه‌ی بازیکن‌ها یک سال کمتر از میانگین سنی کل تیم می‌شود. میانگین سنی کل تیم چند سال است؟

(۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) هیچ کدام

۶. متوسط درآمد ماهانه‌ی P و Q برابر ۵۰۵۰۰۰ تومان است. متوسط درآمد ماهانه‌ی Q و R برابر ۶۲۵۰۰۰ تومان و متوسط درآمد ماهانه‌ی P و R برابر ۵۲۰۰۰۰ تومان است. متوسط درآمد ماهانه‌ی P چند تومان است؟

(۱) ۳۵۰۰۰۰ (۲) ۴۰۰۰۰۰ (۳) ۴۰۵۰۰۰۰ (۴) ۵۰۰۰۰۰۰

۷. میانگین سن زن، شوهر و فرزند آنها سه سال قبل ۲۷ سال بود. میانگین سن زن و فرزند ۵ سال قبل ۲۰ سال بود. در حال حاضر شوهر چند سال دارد؟

(۱) ۳۵ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) هیچ کدام

۸. صاحب یک ماشین در سه سال متوالی هر لیتر بنزین را به قیمت ۷۵۰۰، ۸۰۰۰ و ۸۵۰۰ تومان خرید. اگر او سالانه ۴۰۰۰۰۰ تومان برای بنزین بپردازد، میانگین قیمت هر لیتر بنزین تقریباً چقدر است؟

(۱) ۷۹۸۰ تومان (۲) ۸۰۰۰ تومان (۳) ۸۵۰۰ تومان (۴) ۹۰۰۰ تومان

۹. به نظر آریسن، وزن او از ۶۵ کیلوگرم بیشتر و از ۷۲ کیلوگرم کمتر است. برادرش با او موافق نبود و فکر می‌کرد که وزن آریسن از ۶۰ کیلوگرم بیشتر و از ۷۰ کیلوگرم کمتر است. مادر آریسن معتقد بود که وزن او نمی‌تواند بیشتر از ۶۸ کیلوگرم باشد. اگر تخمین همه‌ی آنها در مورد وزن آریسن درست باشد، متوسط وزن احتمالی آریسن چقدر است؟

(۱) ۶۷ کیلوگرم (۲) ۶۸ کیلوگرم (۳) ۶۹ کیلوگرم (۴) داده‌ها کافی نیست. (۵) هیچ کدام



۱۰. میانگین وزن A، B و C برابر ۴۵ کیلوگرم است. اگر میانگین وزن A و B برابر ۴۰ کیلوگرم و میانگین وزن B و C برابر ۴۳ کیلوگرم باشد، وزن B چند کیلوگرم است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۲۰ (۳) ۲۶ (۴) ۳۱

۱۱. در یک کلاس، میانگین وزن ۱۶ پسر ۵۰/۲۵ کیلوگرم و میانگین وزن ۸ پسر باقیمانده ۴۵/۱۵ کیلوگرم است. میانگین وزن همه‌ی پسرها در کلاس چند کیلوگرم است؟

(۱) ۴۷/۵۵ (۲) ۴۸ (۳) ۴۸/۵۵ (۴) ۴۹/۲۵

۱۲. یک کتابخانه به‌طور میانگین در روزهای جمعه ۵۱۰ مراجعه‌کننده و در بقیه‌ی روزها، روزی ۲۴۰ مراجعه‌کننده دارد. میانگین تعداد مراجعه‌کنندگان در هر روز در یک ماه ۳۰ روزه که با جمعه شروع می‌شود، چند نفر است؟

(۱) ۲۵۰ (۲) ۲۷۶ (۳) ۲۸۰ (۴) ۲۸۵

۱۳. اگر میانگین نمرات سه دسته‌ی ۵۵، ۶۰ و ۴۵ نفری از دانش‌آموزان یک کلاس به‌ترتیب ۵۰، ۵۵ و ۶۰ باشد، میانگین نمرات همه‌ی دانش‌آموزان این کلاس چند نفر است؟

(۱) ۵۳/۳۳ (۲) ۵۴/۶۸ (۳) ۵۵ (۴) هیچ‌کدام

۱۴. نمره‌ی یک دانش‌آموز به جای ۶۳ اشتباهی ۸۳ وارد شده و این باعث شده که میانگین نمرات کلاس به اندازه‌ی نصف ($\frac{1}{2}$) افزایش یابد. تعداد دانش‌آموزان این کلاس چند نفر است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۷۳

مبحث ۲ ساعت

دقیقه: ساعت ابزار اندازه‌گیری زمان در طول شبانه‌روزی و معمولاً به‌صورت یک صفحه‌ی دایره‌ای که محیط آن به ۶۰ قسمت مساوی تقسیم شده. هر یک از این قسمت‌ها رو یک دقیقه می‌نامند.

عقربه‌ی ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار: در هر ساعت ۲ عقربه‌ی اصلی وجود دارد. عقربه‌ی کوچک‌تر، عقربه‌ی ساعت‌شمار و عقربه‌ی بزرگ‌تر، عقربه‌ی دقیقه‌شمار نامیده می‌شود. (البته در بسیاری از ساعت‌ها عقربه‌ی سومی هم وجود دارد که از دو عقربه‌ی اصلی نازک‌تر و بلندتر و عقربه‌ی ثانیه‌شمار نامیده می‌شود.)

«زمان» بزرگ‌ترین نعمتی که خداوند به مخلوقاتش عنایت کرده. طبق تحقیقات انجام‌شده، پندتا پند بعد از مرگ انسان، سال‌ها طول می‌کشد تا توبه‌ی پشه و از بین برده‌ی مو، ناخن و زر نهایت سوهانی که با پهای خوردی و لای دندان‌ها گیر کرده، بعضی وقت‌ها می‌شود این سوهان رو از لای دندان جدا کنی، دندان‌ها از شکافت جدا می‌شود، ولی سوهان از دندان جدا نمی‌شود!

نکات مهم در مورد ساعت‌ها

- در هر ساعت، عقربه‌ی دقیقه‌شمار ۵۵ دقیقه از ۶۰ دقیقه، جلوتر از عقربه‌ی ساعت‌شمار است.
 - در هر ساعت این دو عقربه یک بار بر هم منطبق می‌شوند.
 - عقربه‌ها زمانی که بر هم منطبق می‌شوند یا زمانی که در خلاف جهت یکدیگرند، روی یک خط راست قرار می‌گیرند.
 - وقتی دو عقربه در خلاف جهت یکدیگر قرار دارند، ۳۰ دقیقه یا هم فاصله‌ی زمانی دارند.
 - زاویه‌ای که عقربه‌ی ساعت‌شمار در ۱۲ ساعت طی می‌کند، ۳۶۰ درجه است.
 - زاویه‌ای که عقربه‌ی دقیقه‌شمار در ۶۰ دقیقه طی می‌کند، ۳۶۰ درجه است.
 - برای محاسبه‌ی زاویه‌ی بین دو عقربه‌ی ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار، مقدار ساعت را در عدد ۳۰ ضرب کرده و مقدار دقیقه را در عدد ۵/۵ ضرب می‌کنیم؛ سپس عدد کوچک‌تر را از عدد بزرگ‌تر کم می‌کنیم. در صورتی که حاصل به‌دست آمده از ۱۸۰ بیشتر باشد، آن را از ۳۶۰ کم می‌کنیم.
 - اگر ساعتی برای مثال ۸:۱۵ را نشان دهد در صورتی که زمان واقعی ساعت ۸ باشد، می‌گوییم این ساعت ۱۵ دقیقه جلو است.
 - اگر ساعتی برای مثال ۷:۴۵ را نشان دهد، در صورتی که زمان واقعی ساعت ۸ باشد، می‌گوییم این ساعت ۱۵ دقیقه عقب است.
- زاویه‌ی بازتاب:** اگر زاویه‌ی بین عقربه‌های ساعت را α در نظر بگیریم، زاویه‌ی بازتاب آنها $360^\circ - \alpha$ است.

کارزار حل مسئله



مسابقه ریاضی کانگورو ۱۹۹۸



مسئله‌های ۳ امتیازی

	X	Y	Z	T
۱				
۲				
۳				
۴				

۱. مختصات کانگورو در شکل مقابل کدام است؟

۱) $2X$

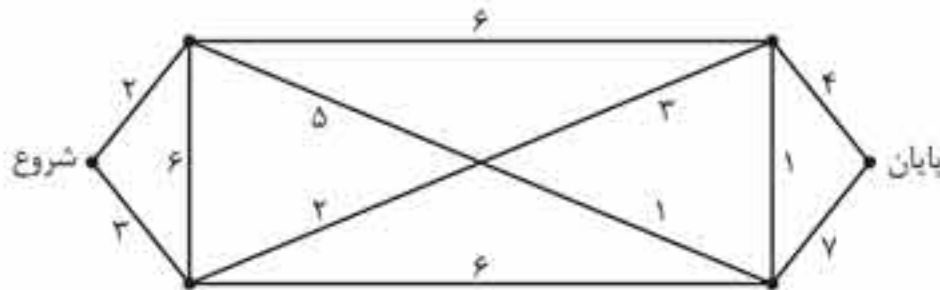
۲) $2Y$

۳) $1Y$

۴) $4Z$

۵) $3T$

۲. یک کانگورو با استفاده از مسیرهایی که در شکل زیر نشان داده شده است از نقطه‌ی «شروع» به سمت نقطه‌ی «پایان» حرکت می‌کند. روی هر پاره خط مدت زمانی که لازم است تا کانگورو آن مسیر را پیماید برحسب دقیقه نوشته شده است. کمترین زمان ممکن که کانگورو می‌تواند از نقطه‌ی شروع به نقطه‌ی پایان برسد، کدام است؟



۱) ۱۱ دقیقه

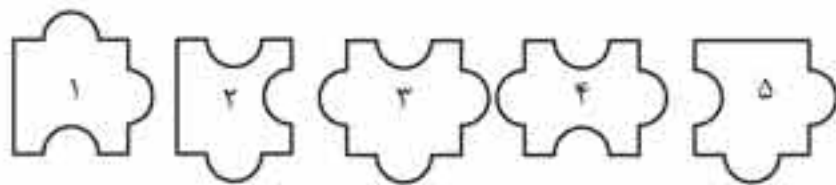
۲) ۱۳ دقیقه

۳) ۱۶ دقیقه

۴) ۱۹ دقیقه

۵) ۱۲ دقیقه

۳. از میان قطعات پازل زیر، کدام دو قطعه مساحت یکسانی دارند؟



۱) ۲ و ۴

۲) ۵ و ۱

۳) ۱ و ۳

۴) ۴ و ۵

۵) ۳ و ۵

۴. کدام یک از عددهای زیر یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۳۶۰ است که مربع یک عدد طبیعی نیز هست؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۶۲ ۳) ۳۶۱ ۴) ۹۰۰ ۵) هیچ کدام

۵. یک شبانه‌روز در مریخ ۴۰ دقیقه بیشتر از یک شبانه‌روز در زمین است. یک هفته در مریخ چقدر بیشتر از یک هفته در زمین است؟

۱) ۴ ساعت و ۴۰ دقیقه ۲) ۲ ساعت و ۸۰ دقیقه ۳) ۷ ساعت و ۲۰ دقیقه ۴) ۴۰ دقیقه ۵) صفر دقیقه

۶. در شکل مقابل چند مستطیل وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴

۴) ۵ ۵) ۶

۷. یک ساعت دیواری داریم که هر ساعت به اندازه‌ی شمارهی همان ساعت زنگ می‌زند. (تعداد زنگ‌های این ساعت با زمان ساعت متناظر است؛ برای مثال در ساعت ۱۰ صبح و ۱۰ شب این ساعت ۱۰ بار زنگ می‌زند.) این ساعت همچنین در هر نیم ساعت یک زنگ می‌زند. این ساعت در یک بازه‌ی زمانی ۲۴ ساعته چند بار زنگ می‌زند؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۳۶ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۹۶ ۵) ۲۴۰

۸. فرض کنید اکنون بهار ۱۹۹۸ است. آخرین المپیک تابستانی در سال ۱۹۹۶ برگزار شد و آخرین المپیک زمستانی چند هفته قبل به پایان رسید. هر دو المپیک تابستانی و زمستانی هر ۴ سال یک بار برگزار می‌شوند. تمام رقابت‌های المپیک تابستانی و زمستانی را بشمارید و مشخص کنید تا قبل از تاریخ ۲۰ مارس ۲۰۵۱ چند المپیک برگزار خواهد شد؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۶ ۳) ۲۵ ۴) ۲۶ ۵) هیچ کدام



۹. به چند روش می‌توانید دو سکه‌ی یکسان را در سه پاکت قرار دهید؟

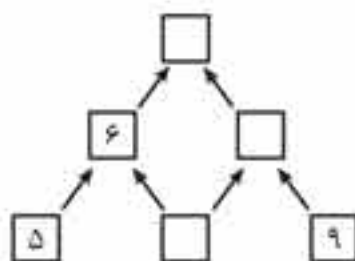
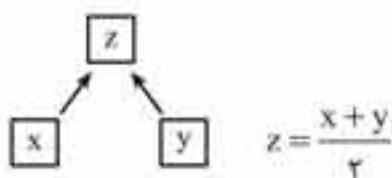
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (۵) ۸

۱۰. آرمان یک بلوز پوشیده است که روی آن کلمه‌ی KANGUR نوشته شده است. او جلوی آینه ایستاده است. زمانی که او در آینه به بلوز خود نگاه می‌کند، کدام یک از شکل‌های زیر را روی پیراهن خود می‌بیند؟

- (۱) KANGUR (۲) RUGNAK (۳) KANGUR (۴) KANGUR (۵) KANGUR

مسئله‌های ۴ امتیازی

۱۱. اگر عددهای مربوط به هر خانه‌ی شکل، طبق الگوی زیر به‌وجود بیایند، چه عددی بالای هرم قرار می‌گیرد؟



(۱) ۵

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

(۵) ۱۲

۱۲. وزن یک هندوانه $\frac{4}{5}$ کیلوگرم بیشتر از وزن $\frac{4}{5}$ از همان هندوانه است. وزن این هندوانه چند کیلوگرم است؟

- (۱) $\frac{8}{5}$ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{5}$ (۵) ۵

۱۳. در یک اتاق تعدادی کرسی و صندلی وجود دارد. هر کرسی ۳ پایه و هر صندلی ۴ پایه دارد. اگر صندلی‌ها و کرسی‌های موجود در این اتاق روی هم رفته ۱۷ پایه داشته باشند، چند صندلی در این اتاق وجود دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲ (۵) ۱

۱۴. اگر $\square + \circ = ۳۰$ ، $\square + \Delta + \Delta = ۱۶۰$ و $\Delta + \square = ۸۰$ باشد، حاصل عبارت $\square + \Delta + \circ + \circ$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۱۰ (۴) ۲۱۰ (۵) ۹۰

۱۵. اگر از یک عدد سه‌رقمی، مقلوب آن را کم کنیم، عدد حاصل همواره بر کدام یک از عددهای زیر بخش‌پذیر است؟ (مقلوب عدد سه‌رقمی abc برابر cba است.)

- (۱) ۷ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۹ (۵) ۱۳

۱۶. هنگامی که از آقای کریمی سؤال شد که چند سال دارد، او گفت: «من ۴۴ سال، ۴۴ ماه، ۴۴ هفته، ۴۴ روز و ۴۴ ساعت زندگی کرده‌ام». آقای کریمی چند سال دارد؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹ (۵) ۵۰

۱۷. به چند طریق می‌توان سه زن و شوهر را در سه گروه قرار دهیم به‌طوری که هیچ زن و شوهری در یک گروه نباشند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۸ (۵) ۲۰

۱۸. در یک صبح دوشنبه، یک حلزون شروع به بالا رفتن از یک دیوار ۱۰ متری کرد. او در طول روز ۲ متر بالا می‌رود و در طول شب ۱ متر به سمت پایین حرکت می‌کند. در چه روزی از هفته این حلزون به پایین دیوار می‌رسد؟

- (۱) سه‌شنبه (۲) پنج‌شنبه (۳) شنبه (۴) یکشنبه (۵) دوشنبه

۱۹. جواد و احسان هر کدام سه کارت دارند که روی آنها رقم‌هایی نوشته شده است. روی کارت‌های جواد عددهای ۴، ۲ و ۶ و روی کارت‌های احسان عددهای ۳، ۱ و ۵ نوشته شده است. آنها کارت‌های خود را به‌صورت

--	--	--	--	--

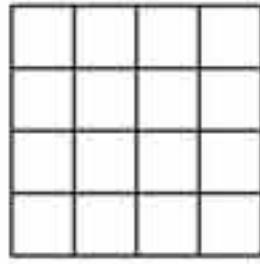
 کنار هم قرار می‌دهند؛ به این صورت که جواد کارت‌ش را در خانه‌ی اول قرار می‌دهد و احسان کارت‌ش را در خانه‌ی دوم قرار می‌دهد و به همین ترتیب ادامه می‌دهند. جواد قصد دارد که عدد نهایی کوچک‌ترین عدد ممکن باشد و احسان می‌خواهد عدد نهایی بزرگ‌ترین عدد ممکن باشد. آنها کدام یک از عددهای زیر را می‌سازند؟

- (۱) ۱۲۳۴۵۶ (۲) ۶۵۴۳۲۱ (۳) ۲۵۴۳۶۱ (۴) ۲۵۳۱۴۶ (۵) ۲۵۳۴۱۶

۲۹. هشت مهره‌ی دومینو روی میز قرار دارد (شکل ۱). یک نیمه از یکی از مهره‌ها پوشانده شده است. می‌توانیم این هشت مهره را طوری در جدول 4×4 (شکل ۲) بچینیم که تعداد نقطه‌ها در همی سطرها و همی ستون‌ها برابر باشد. در نیمه‌ی پوشانده شده چند نقطه وجود دارد؟



شکل ۱



شکل ۲

۱ (۱)

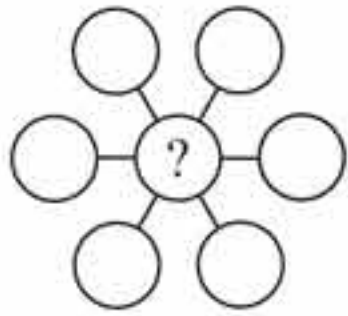
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۵ (۵)

۳۰. عددهای ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ را در هفت دایره‌ی شکل زیر طوری می‌نویسیم که حاصل جمع سه عدد دایره‌هایی که روی یک خط قرار دارند برابر باشد. حاصل جمع همی عددهایی که می‌توانیم آنها را به جای علامت سؤال بگذاریم چند است؟



۳ (۱)

۶ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

۱۸ (۵)

سوالات آزمون کانگورو ۲۰۱۹

مسئله‌های ۳ امتیازی

۱. کارن به صورت زیر شروع به رسم یک گربه کرد. او با اضافه کردن شکل‌های دیگری به شکل خود، نقاشی خود را کامل می‌کند. کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند گربه‌ای باشد که کارن رسم کرده است؟



(۳)



(۲)



(۱)



(۵)



(۴)

۲. مردم مایا برای نوشتن اعداد از نقطه و خط استفاده می‌کردند. هر واحد را با یک نقطه و ۵ واحد را با یک خط نشان می‌دادند. آنها عدد ۱۷ را چگونه می‌نوشتند؟



(۵)



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

$$20 \times 19 + 20 + 19$$

۴۲۹ (۵)

۴۱۹ (۴)

۴۰۹ (۳)

۳۹۹ (۲)

۳۸۹ (۱)

۳. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

۴. در یک مهدکودک ۱۴ دختر و ۱۲ پسر وجود دارد. اگر نصف بچه‌ها به پیاده‌روی رفته باشند، حداقل چند نفر از آنها دختر است؟

۱ (۵)

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

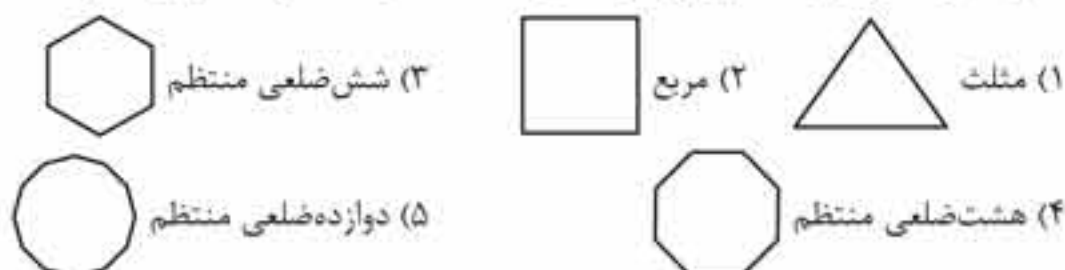
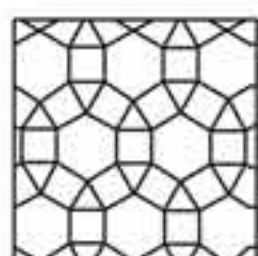
۵ (۱)

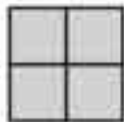


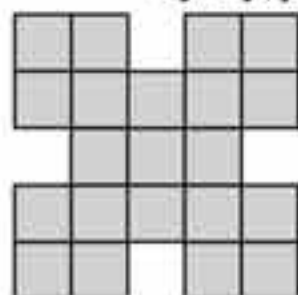
۵. در یک تاس معمولی مجموع تعداد نقطه‌های روی وجه‌های مقابل برابر ۷ است. کدام یک از تاس‌های زیر یک تاس معمولی است؟



۶. کدام یک از شکل‌های هندسی زیر، در شکل داده شده در سمت راست وجود ندارد؟



۷. لیلا می‌خواهد مربع‌های 2×2 به صورت  را در شکل زیر رنگ کند. برای این کار چند احتمال ممکن وجود دارد؟



- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸
(۵) ۹

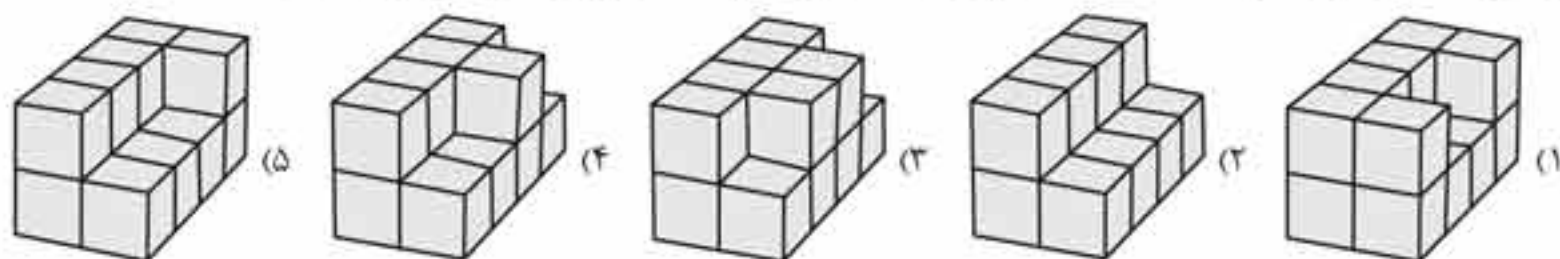
۸. بر روی وجه‌های یک تاس، ۶ تا از کوچک‌ترین اعداد طبیعی فرد نوشته شده است. ترانه این تاس را ۳ بار می‌اندازد و نتایج به دست آمده را با هم جمع می‌کند. کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند مجموعی باشد که ترانه به دست آورده است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۳ (۳) ۲۰ (۴) ۱۹ (۵) ۲۹

۹. مجموع سن گروهی از کانگوروها ۳۶ سال است. اگر مجموع سن آنها در دو سال گذشته برابر ۶۰ سال باشد، چند کانگورو در این گروه وجود دارد؟

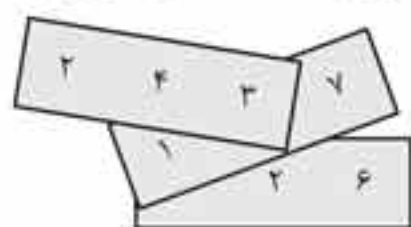
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰ (۵) ۲۴

۱۰. میکائیل می‌خواهد ساختمان‌های زیر را که با مکعب‌های یکسانی ساخته شده‌اند رنگ کند. سطح زیرین همه‌ی شکل‌ها از ۸ مکعب کوچک درست شده است. او برای رنگ کردن کدام ساختمان به رنگ بیشتری نیاز دارد؟



مسئله‌های ۴ امتیازی

۱۱. روی هر یک از سه قطعه کاغذ زیر، یک عدد ۳ رقمی نوشته شده است. کاغذها طوری قرار گرفته‌اند که دو تا از رقم‌ها مشخص نیست. اگر بدانیم مجموع این ۳ عدد برابر ۸۲۶ است، مجموع دو عدد مجهول کدام است؟



- (۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰
(۵) ۱۱



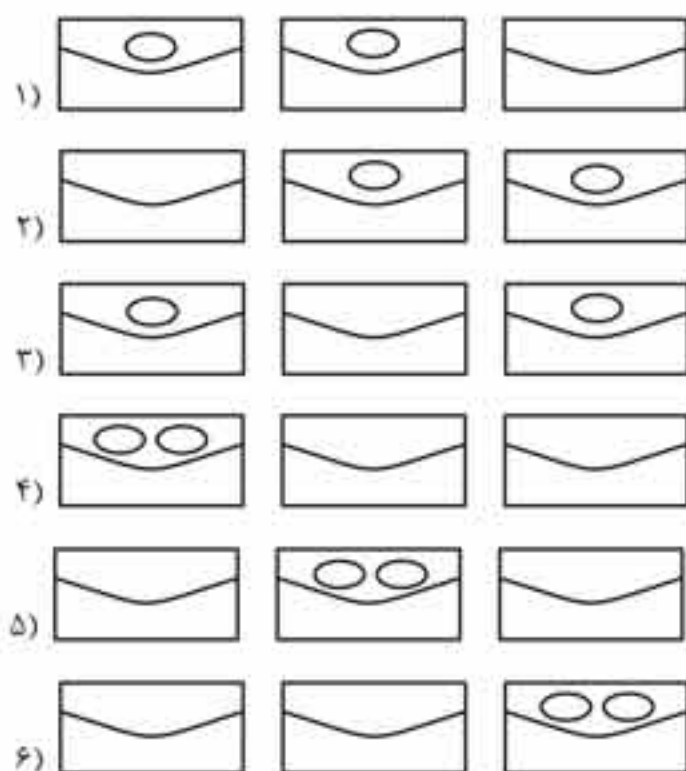
$$2 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5 + 2 \times 6 + 2 \times 7 + 2 \times 8 \\ + 2 \times 9 + 2 \times 10 + 2 \times 11 + 2 \times 12 + 24 \times 1 = \\ 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 24 = 180$$

۸. گزینه‌ی «۴»

از بهار ۱۹۹۸ به بعد، المپیک تابستانی در سال‌های ۲۰۰۴، ۲۰۰۰، ۲۰۰۸، ۲۰۱۲، ۲۰۱۶، ۲۰۲۰، ۲۰۲۴، ۲۰۲۸، ۲۰۳۲، ۲۰۳۶، ۲۰۴۰، ۲۰۴۴ و ۲۰۴۸ برگزار می‌شود که تعداد آنها ۱۳ تا است و المپیک زمستانی در سال‌های ۲۰۰۲، ۲۰۰۶، ۲۰۱۰، ۲۰۱۴، ۲۰۱۸، ۲۰۲۲، ۲۰۲۶، ۲۰۳۰، ۲۰۳۴، ۲۰۳۸، ۲۰۴۲، ۲۰۴۶ و ۲۰۵۰ برگزار می‌شود که تعداد آنها نیز ۱۳ تا است؛ بنابراین مجموع تعداد المپیک‌های تابستانی و زمستانی که تا قبل از تاریخ ۲۰ مارس ۲۰۵۱ برگزار می‌شود روی هم ۲۶ تا است.

۹. گزینه‌ی «۴»

با توجه به شکل‌های زیر متوجه می‌شوید که به ۶ روش می‌توان دو سکه‌ی ۱ دلاری یکسان را در ۳ پاکت قرار داد.



۱۰. گزینه‌ی «۳»

کلمه‌ی KANGUR در آینه به صورت KANGUR دیده می‌شود.

۱۱. گزینه‌ی «۲»

قانونی که در این خانه‌ها وجود دارد این است که دو عدد پایینی را با هم جمع کن و مجموع آنها را بر ۲ تقسیم کن. حاصل به دست آمده را در خانه‌ی بالایی این دو عدد بنویس. با توجه به شکل صفحه بعد و معادله‌های نوشته شده متوجه می‌شویم که عدد بالایی هرم باید ۷ باشد.

پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کادگورو ۱۹۹۸

۱. گزینه‌ی «۲»

کانگورو در ردیف سوم و در ستونی که با ۷ مشخص شده قرار دارد. مختصات او ۳۷ است.

۲. گزینه‌ی «۱»

کوتاه‌ترین مسیر از طریق مسیری است که با عددهای ۱، ۱، ۲، ۳ و ۴ مشخص شده است که در کل ۱۱ دقیقه طول می‌کشد.

۳. گزینه‌ی «۲»

از میان قطعات نشان داده شده، فقط دو قطعه‌ی ۱ و ۵ مساحت یکسانی دارند. مساحت آنها شامل مساحت یک مربع است که یک نیم‌دایره از آن حذف شده و دو نیم‌دایره‌ی دیگر به آن متصل شده است.

۴. گزینه‌ی «۳»

کوچک‌ترین عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۳۶۰ که مربع (مجدور) یک عدد طبیعی نیز باشد، عدد ۳۶۱ است.

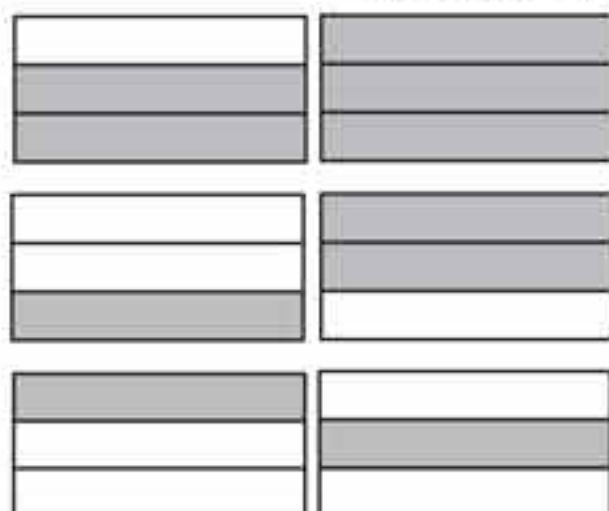
۳۶۱ مجذور عدد ۱۹ است. $19 \times 19 = 361$

۵. گزینه‌ی «۱»

در هفته، ۷ روز وجود دارد؛ بنابراین باید ۴۰ را در ۷ ضرب کنیم که حاصل برابر ۲۸۰ دقیقه است. ۲۸۰ دقیقه معادل ۴ ساعت و ۴۰ دقیقه است.

۶. گزینه‌ی «۵»

با نگاه کردن به شکل‌های زیر متوجه می‌شوید که ۶ مستطیل در شکل داده شده وجود دارد.

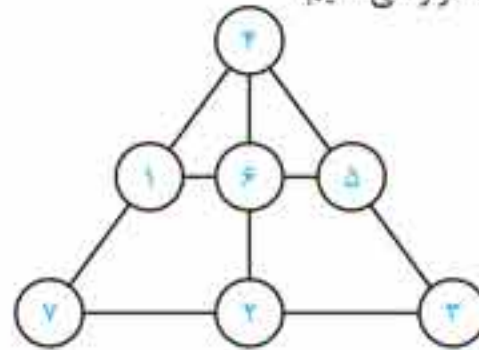


۷. گزینه‌ی «۳»

در یک بازه‌ی زمانی ۲۴ ساعته، ۲۴ ساعت وجود دارد. در این ۲۴ ساعت دو زمان وجود دارد که ساعت ۱ (صبح و بعدازظهر)، ساعت ۲ (صبح و بعدازظهر)، ساعت ۳ (صبح و بعدازظهر) و... را نشان می‌دهد. همچنین در این بازه‌ی زمانی ۲۴ ساعته، ۲۴ نیم‌ساعت وجود دارد؛ بنابراین می‌توانید تعداد زنگ‌ها را به صورت زیر محاسبه کنید:

۱۷. گزینه‌ی ۳

می‌دانیم که در عددهای ۱ تا ۷ مجموع عددهای ۳ و ۵ و ۲ و ۶ و ۱ و ۷ برابر ۸ است. پس برای نوشتن عددها در دایره‌ها به‌طوری که مجموع عددهایی که روی یک خط هستند با هم برابر باشد، عدد ۴ را در بالا قرار می‌دهیم:



۱۸. گزینه‌ی ۴

تا زمانی که ارتفاعی که توپ بالا می‌رود بیشتر از ۵ متر است، توپ از پنجره دیده می‌شود؛ بنابراین:

$$\text{متر } 8 = \frac{4}{5} \times 10 = \text{ارتفاعی که بعد از اولین برخورد بالا می‌رود.}$$

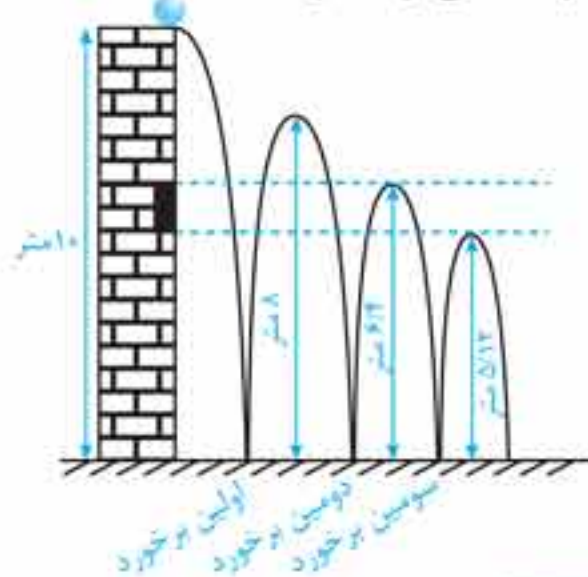
$$\text{متر } 6.4 = \frac{4}{5} \times 8 = \text{ارتفاعی که بعد از دومین برخورد بالا می‌رود.}$$

$$\text{متر } 5.12 = \frac{4}{5} \times 6.4 = \text{ارتفاعی که بعد از سومین برخورد بالا می‌رود.}$$

$$\frac{4}{5} \times 5.12 = \text{ارتفاعی که بعد از چهارمین برخورد بالا می‌رود.}$$

$$\text{متر } 4.096$$

بنابراین همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، تعداد دفعاتی که توپ از پنجره دیده می‌شود، ۶ بار است:



۱۹. گزینه‌ی ۱

دندانه‌های چرخ‌ها با هم در ارتباط است به‌طوری که اگر یک چرخ‌دنده بچرخد و به اندازه‌ی یک دندانه جابه‌جا شود، چرخ‌دنده‌ی دیگر نیز به اندازه‌ی یک دندانه جابه‌جا می‌شود. زمانی که چرخ‌دنده‌ی اولی یک دور می‌چرخد، یعنی به اندازه‌ی ۳۰ دندانه جابه‌جا شده است. پس چرخ‌دنده‌ی آخری که ۱۰ دندانه دارد سه دور چرخیده است.

۲۰. گزینه‌ی ۳

۲۱. گزینه‌ی ۲

$$\frac{\text{سرکه}}{\text{ماست}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{سرکه} = 2 \times \text{ماست}$$

مقدار ماست ۲ برابر سرکه است.

$$\frac{\text{ماست}}{\text{آب}} = \frac{3}{1} \Rightarrow \text{ماست} = 3 \times \text{آب}$$

مقدار ماست ۳ برابر آب است.

حالا مقدار مخلوط سرکه و آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{ماست} = \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \text{ ماست} = \text{آب} + \text{سرکه}$$

بنابراین مقدار ماست از مخلوط سرکه و آب بیشتر است.

۲۲. گزینه‌ی ۵

با برش زدن حرف M می‌توان بیشترین قطعات را به‌دست آورد.



۲۳. گزینه‌ی ۴

تعداد هشت ساله‌ها از بقیه بیشتر است. پس حداقل ۵ بچه‌ی ۸ ساله داریم. مجموع بچه‌های ۸ و ۶ ساله برابر است با: $5 + 4 = 9$. بنابراین ۳ نفر دیگر داریم که ۷، ۹ یا ۱۰ ساله هستند. از آن جایی که در سؤال گفته شده از هر سن حداقل یک بچه در جشن حضور دارد، پس یک ۷ ساله، یک ۹ ساله و یک ۱۰ ساله داریم؛ بنابراین میانگین سن آنها برابر است با:

$$\frac{(5 \times 8) + (4 \times 6) + 7 + 9 + 10}{12} = \frac{40 + 24 + 7 + 9 + 10}{12}$$

$$\frac{90}{12} = 7.5 \text{ سال}$$

۲۴. گزینه‌ی ۲

اگر محیط‌های این ۴ مستطیل کوچک را با هم جمع کنیم، حاصل دو برابر محیط مستطیل ABCD است. محیط مستطیل چهارمی بین ۱۱ و ۱۹ است؛ بنابراین:

$$\text{جمع ۳ مستطیل دیگر} < 19 < \text{محیط مستطیل چهارم} < 11$$

$$11 + 11 + 16 + 19 < 2 \times (\text{محیط مستطیل ABCD}) < 19 + 11 + 16 + 19$$

$$\frac{57}{2} < \text{محیط مستطیل ABCD} < \frac{65}{2}$$

$$\Rightarrow 28.5 < \text{محیط مستطیل ABCD} < 32.5$$



۲۹. گزینه‌ی «۳»

با توجه به جمع روبه‌رو یا حدس و آزمایش متوجه می‌شویم که:

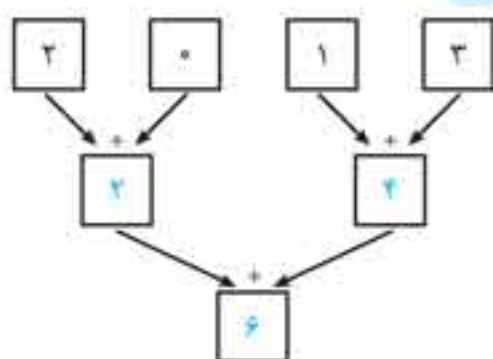
$$\begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ + \quad b \quad c \quad c=4 \\ + \quad \quad c \quad b=5 \\ \hline 9 \quad 1 \quad 2 \quad a=8 \end{array}$$

۳۰. گزینه‌ی «۲»

عدد آیلان ۱ نیست، زیرا اگر عدد او ۱ بود می‌دانست که عدد تارا ۲ است. عدد تارا نیز ۱ نیست، زیرا اگر عدد او ۱ بود عدد آیلان را می‌دانست؛ پس عدد آیلان ۲ بوده و با توجه به اینکه عدد تارا ۱ نیست می‌داند که عدد او ۳ است.

پاسخ مسابقه‌ی ریاضی کادگورو ۲۰۱۳

۱. گزینه‌ی «۵»



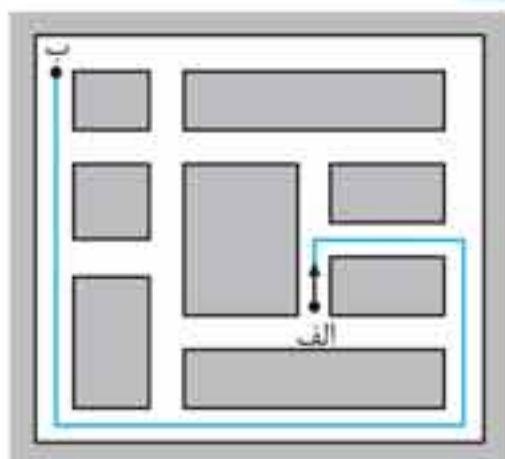
۲. گزینه‌ی «۳»

۳. گزینه‌ی «۳»

$\frac{1}{8}$ مسیر برابر ۱۰۰ متر است. اگر کل مسیر را x در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$\frac{1}{8} \times x = 100 \Rightarrow x = 800 \text{ متر}$$

۴. گزینه‌ی «۴»



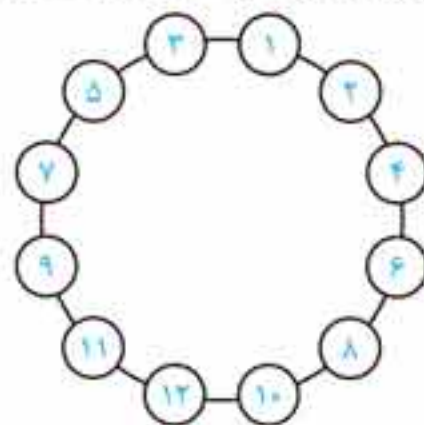
۵. گزینه‌ی «۵»

اگر سن آنا، بهنام و کیوان را به ترتیب با A ، B و K نشان دهیم، سن آنها ۳ سال دیگر $A+3$ ، $B+3$ و $K+3$ خواهد شد؛ بنابراین مجموع سن آنها ۳ سال دیگر برابر است با:

$$A+3+B+3+K+3=(A+B+K)+9=31+9=40$$

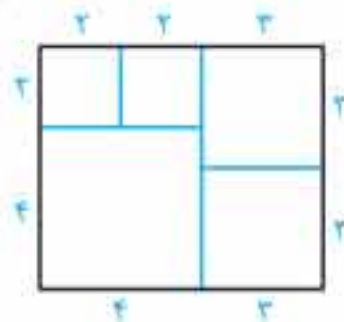
۲۵. گزینه‌ی «۴»

با توجه به شکل زیر عددهای ۸ و ۱۰ همسایه هستند.



۲۶. گزینه‌ی «۲»

برای حل این سؤال از راهبرد رسم شکل کمک می‌گیریم:



۲۷. گزینه‌ی «۴»

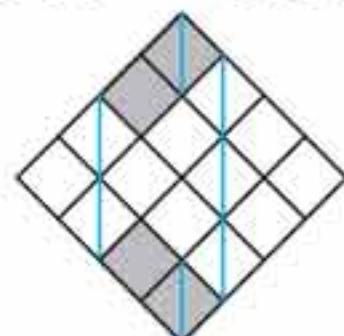
با توجه به عددهای نوشته‌شده سعی کنید خانه‌ها را رنگ کنید. متوجه می‌شوید که فقط خانه‌های گزینه‌ی ۴ را می‌توان رنگ کرد. در گزینه‌ی ۱ سطر بالایی باید ۴ خانه رنگ شود که در این صورت با عدد نوشته‌شده در ستون اول سمت چپ در تضاد است. در بقیه‌ی شکل‌ها نیز به همین صورت می‌توان موارد متناقضی را پیدا کرد.

۲۸. گزینه‌ی «۴»

برای حل این سؤال ابتدا مربع اولیه را به مربع‌های کوچکی به ضلع ۱ واحد تقسیم می‌کنیم؛ سپس طبق مراحل گفته‌شده آن را تا می‌زنیم. چون مساحت مربع بزرگ ۶۴ سانتی‌متر مربع است، پس طول هر ضلع آن برابر است با:

$$64 = 4 \times 4 \Rightarrow \text{طول ضلع} = 4 \text{ متر}$$

بنابراین مساحت هر مربع کوچک ۴ سانتی‌متر مربع است؛ پس:



سانتی‌متر مربع $16 = 4 \times 4 =$ مساحت قسمت رنگی