

مقدمه ناشر

دوست خوبم، سلام

حضرت حافظ می گوید:

«بنازم آن مژه شوخ عافیت کش را

که موج می زندش آب نوش بر سر نیش»

به نظرم خیلی بیت قشنگی است، قدرت تصویرسازی و ارتباط تصویر و مفهوم در این بیت آن قدر زیاد است که اولاً به قول ادیبان، آدم انگشت حیرت به دندان می گزد و ثانیاً می رود سرکار که ببینید معنی آن چه خوانده، چیست؟! اما ممکن است بپرسید این بیت در مقدمه کتاب ماجراهای من و درسام فیزیک سال دوازدهم چه می کند. سؤال خوبی است. راستش خواستم بگویم بالاخره ما آن قدر از ادبیات سرمان می شود که بتوانیم یک بیت در مورد موج و ارتعاش بیاوریم.

جواب بالا شوخی بود، حقیقتش این است که زیبایی فیزیک از بعضی جهات در حد زیبایی های شعرهای حافظ است. اما هر دوی این زیبایی ها را وقتی درمی یابید که خوب بفهمید و خوب حسشان کنید. برای فهمیدن خوب و درست و حسابی درس فیزیکتان، این کتاب را برایتان آماده کرده ایم که مطمئنیم شگفت زده تان می کند و برای فهمیدن شعر حافظ، دیگر نوبت شماس است که بگویید و بجوید که چه باید بکنید.

به هر حال توصیه و سفارش ما این است که: بخوانید، بفهمید، حس کنید و زندگی کنید و ...

خوب و خوش باشید.

مقدمه مؤلفان

تقدیم به دوستان خوبم در واحد تألیف خیلی سبز

امیر محمدبیگی، عاطفه جعفری، انسیه سادات میرجعفری، حامد دورانی، مریم طاهری، پگاه اسدی و مرجان ده حقی

- برخلاف همیشه می‌خوام مقدمه این کتاب رو خودمونی بنویسیم. می‌خوام محتواش هم کُلن متفاوت باشه.
- در این مقدمه قراره درباره افرادی که کتاب رو بهشون تقدیم کردم، صحبت کنم. دوستان و همکاران خوبم در واحد تألیف خیلی سبز:
۱. **امیر محمدبیگی:** امیر تَه تَه تَه رفیق. برای من بیشتر از رفیق بوده و همیشه به من کلی کمک کرده! اگه امیر نبود، کتاب‌های انسانی خیلی سبز به این خوبی نبودن. شاید هم خیلی‌هاشون اصلن نبودن. کتاب‌های تست، ماجراها و شب امتحان انسانی خیلی سبز حاصل تلاش چند ساله امیر و خانم طاهری هستن. من و امیر **خط رفاقت رو گرفتیم** و تا تهش می‌ریم! مرسی امیرجان!
۲. **عاطفه جعفری:** خانم جعفری کمک‌حال بنده در همه امور مربوط به خیلی سبز! اگه ایشون نبودن، شاید این کتاب هم نبود. مدیریت تألیف کتاب‌های شب امتحان، جیبی و فصل آزمون برای من بدون ایشون به جای این که خیلی سبز باشه، خیلی سخت بود. مرسی که هستیدا!
۳. **انسیه سادات میرجعفری:** ایشون حلال مشکلات واحد ما در خیلی سبز هستن. از همون روز اولی که به واحد ما اضافه شدن، فهمیدم که چه فرد کاردُرستی به ما پیوسته! مرسی اومدیدا!
۴. **حامد دورانی:** آقای بیزینسمن! ایشون برای این که از یکنواختی بیزینس و صادرات در بیاد، کتاب کنکور می‌نویسه. استاد دورانی گرامی که پس از تألیف چند کتاب موفق و فوق‌العاده دین و زندگی، به واحد ما اضافه شدن. کتاب‌های خوب جیبی حاصل تلاش و تفکر ایشون هستن. حتماً منتظر این کتاب‌های دوست‌داشتنی باشید. حامدجان مرسی که جیبی‌ها دارن چاپ میشن!
۵. **مریم طاهری:** خانم طاهری گرامی، همکار آقای بیگی هستن و همیشه به من لطف داشتن. چندتا از کتاب‌های شب امتحان و ماجراهای من و درس‌های انسانی بدون قلم خوب ایشون وجود خارجی نداشتن. مرسی که خوب می‌نویسید.
۶. **پگاه اسدی:** خانم مخترع! ثبت دو اختراع و نوشتن چند مقاله در نشریات علمی معتبر تنها گوشه‌ای از توانایی‌های ایشونه. هر چند که امسال ماجراهای فیزیک رو نخوند و به من کمک نکرد ولی قول داده سال‌های بعد مثل سال‌های قبل کمک کنه که بتونم بهترین کتاب‌ها رو برای شما بنویسم.
۷. **مرجان ده حقی:** ایشون قبل از این که بنده به خیلی سبز بپیوندم، طی یک انتقال چند ده میلیاردی از یک انتشارات دیگه به خیلی سبز پیوسته بودند! این کتاب حاصل تلاش‌های بی‌وقفه و توانایی بالای ایشونه. مرسی که این کتاب هست!
- قسمت اصلی مقدمه تموم شد و قسمت اصلی‌ترش مونده. قسمت اصلی‌تر رو به طور رسمی می‌نویسم!
- تشکر می‌کنم از:
۱. **همسر هنرمندم خانم صالح‌پور عزیز** که سختی نبودنم را صبورانه تحمل کرد. واقعاً ازت ممنونم.
۲. **استاد فرهادی گرامی** که کیفیت این کتاب به خاطر قلم پرتوان ایشان است.
۳. **مسئول پروژه کتاب، خانم ده حقی گرامی** که سختی کار با بنده را تحمل کردند و پروژه سخت فیزیک ماجراهای دوازدهم را به سرانجام رساندند.
۴. **خانم جعفری گرامی** که زحمات فراوانی برای این کتاب کشیدند.
۵. **مشاوران علمی و ویراستاران کتاب آقایان نامی، محمدی، حزنیان، پوررضا، زرکش و خانم‌های محبت‌تاش و کشاورز** که بدون کمک آن‌ها این کتاب، کتاب نبود.
۶. **مدیریت تألیف کتاب‌های ماجراهای من و درس‌های دکتر اسلامی** دوست‌داشتنی که هر روز به من می‌گفتند: «مهدی خیلی دیره!»
۷. **مهندس سبزمیدانی گرامی** که اگر الان می‌توانم کتاب کمک آموزشی بنویسم، حاصل اعتماد و راهنمایی‌های ایشان است.
۸. **مهندس بقایی بزرگوار و تیم فوق‌العاده ایشان** در واحد تولید خیلی سبز که هیچ‌وقت نمی‌توانم لطف‌هایشان را جبران کنم.
۹. **دکتر ابودر نصری و دکتر کمیل نصری** که اگر نبودند، خیلی سبزی نبود که بنده برای کتاب فیزیک دوازدهم ماجراهای من و درس‌های من مقدمه بنویسم.

مهدی هاشمی

تقدیم به پدر عزیزم که هرچه دارم و هستم از اوست

سلام دوستای خوبم 🌟

صبر کنین! 🙏 خواهش می‌کنم صبر کنین 🙏

همینجوری که نباید کتاب رو باز کنین و شروع کنین به خوندن! 🙏

دو کلمه باهاتون حرف دارم. آقا پسر! دختر خانم! بله با شمام. شمایی که به ما اعتماد کردین و خیلی سبزی شدین 🙏 از اعتمادتون ممنونم ولی خواهش می‌کنم چند دقیقه وقت بذارین و به حرف‌های من گوش بدین. چند تا سوال دارم!

تا حالا دیدین کسی از فوتبال بدش بیاد و حالش از توپ 🏐 به هم بخوره؟ ولی برسه به تیم ملی؟

تا حالا دیدین کسی از موسیقی بدش بیاد ولی یه نوازندهٔ چیره‌دست بشه؟

تا حالا دیدین کسی از ریخت کامپیوتر چندشش بشه 🙏 ولی یه برنامه‌نویس توپ و نامبر وان بشه؟

حتما همه جواب‌هاتون به سوالات مزخرف من 🙏 منفیه. 🙏

خوب معلومه! شرط اول برای موفقیت در هر چیزی اینه که اول به اون چیز علاقه‌مند باشی. 🙏 دوستش داشته باشی. 🙏 بخوای که براش وقت بذاری. فیزیک هم همین جوره! تا دوستش نداشته باشی، 🙏 تا باهاش رفیق نشی، تا نخواستی که یاد بگیریش؛ هر تلاشی برای یادگیریش محکوم به شکسته. 🙏

اگر قرار باشه کتاب رو با غرغر و ناله و نفرین به جد و آباء همهٔ فیزیکدان‌ها، از ارشمیدس گرفته تا مرحوم تازه درگذشته، 🙏 استیون هاوکینگ باز کنی، بهتره این کار رو نکنی چون فایده‌ای نداره!

اول باید باهاش آشتی کنی. بهش نزدیک بشی! دوستش داشته باشی. 🙏 اون وقته که می‌بینی باهاش رفیق میشه 🙏 و زیبایی‌هاشو بهت نشون میده. شاید بررسی که چه جوریه؟ 🙏 مگه میشه فیزیک رو دوست داشت؟

ما فیزیکی‌ها این جور مواقع می‌گییم بله! کافیه دستگاه مختصات خودتو عوض کنی! گاهی سخت‌ترین مسئله‌ها با تغییر دستگاه مختصات به راحتی حل میشه.

باید زاویهٔ دیدتو تغییر بدی! یه چیزی تو مایه‌های شعر سهراب :

«چشم‌ها را باید شست... جور دیگر باید دید»

می‌دونم گاهی وقت‌ها ما معلم‌ها مقصریم که قبل از نشون دادن زیبایی‌های فیزیک شما رو مجبور می‌کنیم که کلی فرمول و تعاریفی که اصلاً نفهمیدین چی هست رو حفظ کنین. 🙏

ولی قرار نیست تاوان اشتباه احتمالی بعضی از ما معلم‌ها رو شما پس بدین که!

پس خیلی سبز چیکاره‌س؟ 🙏 مگه میشه به فکر شما بچه‌های دوست‌داشتنی 🙏 نباشه؟

من و دوست خوبم آقای مهدی هاشمی سعی کردیم توی این کتاب با لحنی ساده و صمیمی و خودمونی چهرهٔ دوست‌داشتنی فیزیک رو به شما نشون بدیم. 🙏

هرچند محدودیت‌های زیادی بابت مطابقت کامل مطالب این کتاب با کتاب درسی داشتیم. چون ما باید کاری می‌کردیم که شما علاوه بر لذت‌بردن از مطالعهٔ کتاب، بتونین نمره‌ای عالی توی امتحان نهایی بگیرین 🙏 اما با این حال هر جا فرصت فراهم شد سعی کردیم یه کوچولو از فضای خشک و رسمی کتاب درسی فاصله بگیریم. 🙏

آرزو می‌کنم یه روزی کتابی دربارهٔ فیزیک بنویسیم که نه به درد امتحان نهایی بخوره و نه به درد کنکور! بلکه فقط به درد خوندن و لذت‌بردن و کیف کردن بخوره! به درد شناخت داستان هیجان‌انگیز تاریخ علم فیزیک و پدیده‌های فیزیکی دور و برمون!

بگذریم! حرف من اینه که هروقت احساس می‌کنین نگاهتون به فیزیک مهربون‌تر شده و انقدر اعتماد به نفس و انگیزه دارین که بتونین کتاب رو با کلی انرژی 🙏 و حس خوب قورت بدین و نمرهٔ ۲۰ امتحان نهایی رو مال خودتون کنین! بسم الله! خوشحال میشم اگه کتاب رو باز کنین و شروع کنین. در نهایت قبل از اینکه حرفامو تموم کنم دوست دارم از مدیران مؤسسهٔ خیلی سبز، برادران نصری، آقا ابوذر و آقا کامیل تشکر کنم که خیلی سبز رو ساختند! 🙏🙏 از مهندس سبزمیدانی که با تواضع و فروتنی نظرات خودشونو بیان می‌کردن! از خانم ده‌حقی که خیلی توی کارش جدی و مسلط بود، از ویراستاران عزیز، از دوست عزیزم قنبر حمیدی 🙏 که خیلی کمکم کرد و همچنین از شخص آقای مهدی هاشمی تشکر و قدردانی کنم که اجازه دادند در کنارشون باشم و یاد بگیرم.

و در آخر بی‌معرفتیهِ اگر یادی نکنم از استادی که ما رو عاشق فیزیک کرد! مرحوم دکتر نعمت‌الله گلستانیان عزیز 🙏🙏🙏 که یک معلم به تمام معنا بود. ایشان سهم بزرگی در آموزش فیزیک کشورمون دارند و در طی نزدیک به ۶۰ سال معلمی (کلمه‌ای که خودش اصرار داشت برایش به کار ببریم) کتاب‌های پرشماری در زمینهٔ فیزیک نوشت و معلمان بی‌شماری تربیت کرد. متأسفانه سوم مرداد سال ۹۶ ما

این مرد بزرگ را از دست دادیم 🙏. روحش شاد... آرزومند آرزوهای شما

سعید فرهادی



حرکت بر خط راست

۷

۵۶

فصل اول: حرکت بر خط راست

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۷۰

۱۰۷

فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای

پاسخ سؤال‌های امتحانی

دینامیک و حرکت دایره‌ای

نوسان و موج

۱۲۴

۱۵۹

فصل سوم: نوسان و موج

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۱۷۱

۲۰۰

فصل چهارم: برهم‌کنش‌های موج

پاسخ سؤال‌های امتحانی

برهم کنش‌های موج

آشنایی با فیزیک اتمی

۲۰۸

۲۳۱

فصل پنجم: آشنایی با فیزیک اتمی

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۲۳۷

۲۵۴

فصل ششم: آشنایی با فیزیک هسته‌ای

پاسخ سؤال‌های امتحانی

آشنایی با فیزیک هسته‌ای

۲۷۲ پاسخ‌نامه امتحان‌های نیم‌سال اول

۲۷۶ پاسخ‌نامه امتحان‌های نیم‌سال دوم

۲۸۱ پاسخ‌نامه امتحان نهایی دی‌ماه ۹۸

۲۸۲ پاسخ‌نامه امتحان نهایی خردادماه ۹۸

۲۸۷ پاسخ‌نامه امتحان نهایی خردادماه ۹۹

۲۹۲ پاسخ‌نامه امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۰

۲۹۷ پاسخ‌نامه امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۱

۲۵۹

۲۶۳

۲۶۸

۲۷۰

۲۸۴

۲۸۹

۲۹۴

امتحان‌های نیم‌سال اول

امتحان‌های نیم‌سال دوم

امتحان نهایی دی‌ماه ۹۸

امتحان نهایی خردادماه ۹۸

امتحان نهایی خردادماه ۹۹

امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۰

امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۱



فصل اول

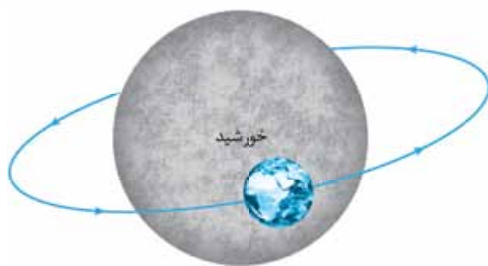
مفاهیم اولیه حرکت شناسی

چرا حرکت شناسی؟

اطراف ما پُر است از اجسامی که در حال حرکت هستند، حتی همین کتابی که ظاهراً بدون حرکت در دستان شماست، از مولکول‌هایی تشکیل شده است که دائماً در حال نوسان و حرکت‌اند. خود شما و کتابی که در دست دارید، روی کرهٔ زمینی هستید که با تندی خیره‌کننده‌ای در حدود 108000 km/h در حال گردش به دور خورشید است. تصور کنید! شما سوار بر کرهٔ زمین در هر ثانیه نزدیک به 30 km در فضا حرکت می‌کنید. هر جسمی در جهان هستی یا در حال حرکت انتقالی و یا چرخشی و یا نوسانی است؛ بنابراین برای درک بهتر این دنیای لغزان و غلتان و چرخان و لرزان!!! باید حرکت و انواع آن را بررسی کنیم.

بررسی حرکت اجسام در شاخه‌ای از دانش فیزیک به نام حرکت‌شناسی (سینماتیک) صورت می‌گیرد.

انواع حرکت



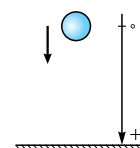
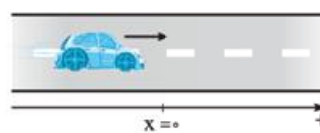
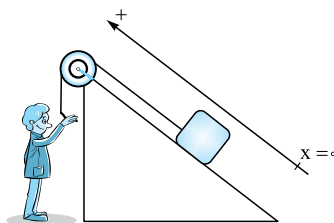
یک جسم می‌تواند در فضا (سه بعد)، صفحه (دو بعد) و یا بر خط راست (یک بعد) حرکت کند. پرواز مگس بالای سر شما وقتی خواب هستید، نمونه‌ای آزادنده از حرکت در سه بعد است!!! حرکت زمین به دور خورشید، اگر زمین را یک نقطه فرض کنیم، نمونه‌ای از حرکت روی صفحه است.

مثال‌های بالا نمونه‌هایی از حرکت دوبعدی و سه‌بعدی هستند اما در این فصل می‌خواهیم حرکت یک‌بعدی یا همان حرکت روی خط راست را بررسی کنیم.

حرکت بر خط راست

در حرکت بر خط راست، مسیر حرکت خط راستی است که ممکن است افقی (مانند حرکت اتومبیل روی جادهٔ راست افقی)، قائم (مانند سقوط آزاد سنگ) و یا مایل (مانند بالارفتن اتومبیل از یک سطح شیب‌دار راست) باشد.

در این نوع حرکت، مسیر حرکت را به عنوان یکی از محورهای مختصات (x یا y) در نظر می‌گیریم و نقطه‌ای روی این محور را به عنوان مبدأ مکان ($x=0$ یا $y=0$) اختیار می‌کنیم. به شکل‌های زیر توجه کنید.



قبل از این که به ادامهٔ مبحث بیردازیم، بیایید با دو مفهوم اساسی در حرکت یعنی زمان و مکان، بیشتر آشنا شویم.

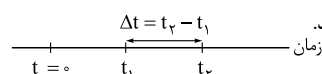
زمان و مکان

زمان

لحظه: لحظه به معنای یک تک مقدار از زمان است. اگر کمیت زمان را بر روی یک محور نشان دهیم، هر نقطه از این محور، یک لحظه را نشان می دهد. **مبدأ زمان:** به لحظهٔ شروع بررسی حرکت (t_0) مبدأ زمان می گوئیم و به آن عدد صفر را نسبت می دهیم ($t_0 = 0$). مثلاً در بررسی حرکت یک اتومبیل بنابر شرایط مسئله می توانیم لحظه های مختلفی را مبدأ زمان بگیریم؛ مثل لحظه ای که چراغ راهنمایی سبز می شود، لحظه ای که از اتومبیل دیگری سبقت می گیرد و یا لحظه ای که در فاصلهٔ معینی از مکان مشخصی قرار دارد.

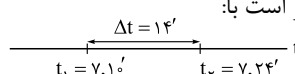
بازهٔ زمانی: یک بازهٔ پیوسته بین دو لحظه را بازهٔ زمانی می نامیم و آن را با نماد (t_1, t_2) نشان می دهیم. در واقع بازهٔ زمانی شامل تمام لحظات بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 است.

مدت زمان بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 که در واقع طول بازهٔ زمانی (t_1, t_2) است، از رابطهٔ $\Delta t = t_2 - t_1$ به دست می آید.



نمونه: دانش آموزی رأس ساعت هفت و ده دقیقه از منزل به راه می افتد و رأس ساعت هفت و بیست و چهار دقیقه به مدرسه می رسد. در این صورت طول بازهٔ زمانی حرکت این دانش آموز برابر است با:

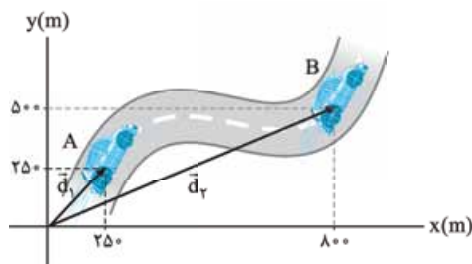
$$t_1 = 7,10' \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 7,24' - 7,10' = 14'$$



مکان، جابه جایی و مسافت طی شده

مبدأ مکان: همیشه حرکت اجسام را در یک دستگاه مختصات بررسی می کنیم. مبدأ این دستگاه مختصات را به عنوان مبدأ مکان در نظر می گیریم. مکان یک جسم در هر لحظه، نسبت به مبدأ مکان (مبدأ مختصات) سنجیده می شود.

بردار مکان: برداری که مبدأ مکان (محور) را به مکان جسم در هر لحظه وصل می کند، بردار مکان می نامیم. اگر با گذشت زمان، بردار مکان یک جسم تغییر کند، می گوئیم آن جسم حرکت کرده است. مثلاً در شکل مقابل، اتومبیل در لحظهٔ t_1 در نقطهٔ A و در لحظهٔ t_2 در نقطهٔ B است؛ در واقع این یعنی متحرک از نقطهٔ A تا نقطهٔ B روی مسیر مشخص شده حرکت کرده است. بردارهای مکان این اتومبیل را در لحظه های t_1 و t_2 به صورت زیر نمایش می دهیم:



$$\begin{aligned} \vec{d}_1 &= x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} = (25\text{ m}) \vec{i} + (25\text{ m}) \vec{j} \\ \vec{d}_2 &= x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} = (80\text{ m}) \vec{i} + (55\text{ m}) \vec{j} \end{aligned}$$

بردار مکان در حرکت بر خط راست: در حرکت بر خط راست، بردار مکان هم راستا با مسیر حرکت است و جهت آن یا در جهت مثبت محور انتخاب شده است و یا در جهت منفی آن. مثلاً در شکل زیر، بردارهای مکان توپ بولینگ در دو لحظه نشان داده شده است.

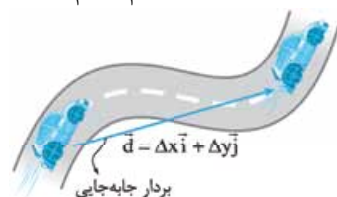


$$\begin{cases} \vec{d}_1 = x_1 \vec{i} = (5\text{ m}) \vec{i} \\ \vec{d}_2 = x_2 \vec{i} = (-2\text{ m}) \vec{i} \end{cases}$$

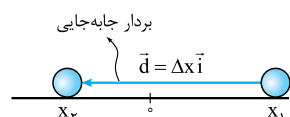
جابه جایی: برداری که مکان اولیهٔ متحرک را به مکان نهایی آن وصل می کند، بردار جابه جایی می نامیم و آن را با $\vec{d}$ نشان می دهیم. بردار جابه جایی از تفاضل بردار مکان نهایی و بردار مکان اولیه به دست می آید، یعنی:

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$$

مثلاً در مثال اتومبیل، بردار جابه جایی برابر است با:



$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = [(80\text{ m}) \vec{i} + (55\text{ m}) \vec{j}] - [(25\text{ m}) \vec{i} + (25\text{ m}) \vec{j}] = (55\text{ m}) \vec{i} + (30\text{ m}) \vec{j}$$



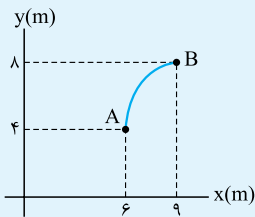
$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = (-2\text{ m}) \vec{i} - (5\text{ m}) \vec{i} = (-7\text{ m}) \vec{i}$$

و یا در مثال توپ بولینگ داریم:

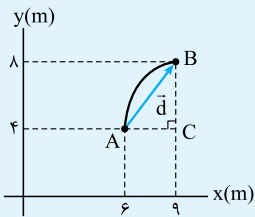
اندازهٔ بردار جابه جایی را با d یا $|\vec{d}|$ نشان می دهیم. مثلاً در نمونهٔ بالا $d = 7\text{ m}$ است.

نکته: بردار جابه‌جایی، به مبدأ مختصات انتخاب‌شده بستگی ندارد. برای مثال در نمونه حرکت توپ بولینگ اگر هر نقطه دیگری را به عنوان مبدأ مختصات (مکان) انتخاب کنیم، بردار جابه‌جایی همان $\vec{d} = (-7 \text{ m})\hat{i}$ است.

مثال و پاسخ



مثال: متحرکی از نقطه A به نقطه B می‌رود؛ اندازه بردار جابه‌جایی این متحرک را به دست آورید.



پاسخ: بردار جابه‌جایی که نقطه A را به نقطه B وصل می‌کند، رسم می‌کنیم.

حالا در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که تشکیل شده است، طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow |\vec{d}| = AB = 5 \text{ cm}$$

روش دوم: ابتدا بردار مکان‌های اولیه و نهایی جسم را به صورت $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم:

$$\vec{d}_A = (6 \text{ m})\hat{i} + (4 \text{ m})\hat{j}$$

$$\vec{d}_B = (9 \text{ m})\hat{i} + (8 \text{ m})\hat{j}$$

حالا از تفاضل بردار مکان‌های اولیه و نهایی، بردار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$\vec{d} = \vec{d}_B - \vec{d}_A = [(9 \text{ m})\hat{i} + (8 \text{ m})\hat{j}] - [(6 \text{ m})\hat{i} + (4 \text{ m})\hat{j}] = (3 \text{ m})\hat{i} + (4 \text{ m})\hat{j}$$

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2} = 5 \text{ m}$$

و در نهایت اندازه بردار جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

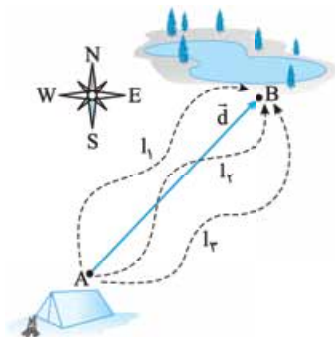
مسافت طی‌شده (l): به مجموع طول‌های پیموده‌شده توسط متحرک (طول مسیر حرکت)، مسافت طی‌شده می‌گوییم.

جابه‌جایی و مسافت طی‌شده چه فرقی دارند؟

هر چند یکای استاندارد مسافت طی‌شده، مانند یکای استاندارد جابه‌جایی، متر (m) است، اما این دو کمیت تفاوت‌های مهمی دارند که حالا می‌خواهیم آن‌ها را بیان کنیم:

۱ جابه‌جایی کمیتی برداری است؛ بنابراین علاوه بر بزرگی دارای جهت نیز می‌باشد. اگر بخواهیم چند جابه‌جایی را با هم جمع کنیم، باید از جمع برداری استفاده کنیم؛ اما مسافت طی‌شده کمیتی نرده‌ای است که جهت ندارد و اگر بخواهیم چند مسافت را با هم جمع کنیم، باید آن‌ها را به صورت جبری جمع کنیم. (همون جمع معمولی فودمون)

۲ جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد، بلکه فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت وابسته است. اما مسافت طی‌شده کاملاً به مسیر حرکت بستگی دارد. اگر چند متحرک از مسیرهای متفاوت بین دو نقطه معین جابه‌جا شوند، بردار جابه‌جایی برای همه آن‌ها یکسان است اما مسافت‌های پیموده‌شده توسط آن‌ها یکسان نیست.

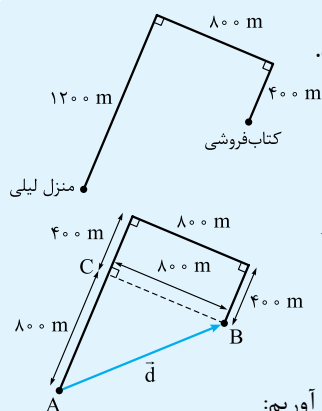


نمونه: در شکل روبه‌رو، چند متحرک از مسیرهای متفاوت، از نقطه A به نقطه B رفته‌اند. بردار جابه‌جایی همه متحرک‌ها $\vec{d}$ است اما مسافت پیموده‌شده توسط آن‌ها با هم متفاوت است؛ یعنی $l_1 \neq l_2 \neq l_3$.

۳ اگر مسیر حرکت جسمی خط راست نباشد، مسافت طی‌شده توسط آن قطعاً از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است. فقط در حرکت بر خط راست، آن هم به شرطی که متحرک تغییر جهت ندهد، مسافت طی‌شده با اندازه جابه‌جایی برابر می‌شود؛ یعنی همواره داریم:

$$l \geq |\vec{d}|$$

مثال و پاسخ



مثال لیلی برای رفتن به کتابفروشی، مسیر منزل تا کتابفروشی را مطابق شکل طی می کند. الف) بردار جابه جایی لیلی را رسم کرده و اندازه آن را به دست آورید. ب) مسافت طی شده توسط لیلی را محاسبه کنید.

پاسخ: الف) بردار جابه جایی لیلی برداری است که مکان اولیه لیلی (منزل) را به مکان ثانویه او (کتابفروشی) وصل می کند. اول این بردار را در شکل روبه رو رسم می کنیم:

حالا با توجه به شکل، می توانیم با استفاده از رابطه فیثاغورس اندازه بردار جابه جایی را به دست آوریم:

$$|\vec{d}| = AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{800^2 + 800^2} = 800\sqrt{2} \text{ m} \approx 1131/4 \text{ m}$$

ب) مسافت طی شده توسط لیلی با مجموع طول های پیموده شده توسط او برابر است؛ یعنی:

$$l = 1200 \text{ m} + 800 \text{ m} + 400 \text{ m} = 2400 \text{ m}$$

همان طور که ملاحظه می کنید، چون لیلی تغییر جهت داده است، مسافت طی شده توسط لیلی از اندازه جابه جایی او بزرگ تر است.

یک خبر خوب!!!

اگر با محاسبات برداری میانه خوبی ندارید، برای شما خبر خوبی داریم!!

گفتیم که در این کتاب قصد داریم روی حرکت بر خط راست تمرکز کنیم. همان طور که دیدیم، در این نوع حرکت بردارهای مکان با مسیر حرکت هم راست هستند و جهت آن ها یا مثبت است یا منفی؛ بنابراین از این به بعد در حرکت بر خط راست، مکان یک جسم را به جای بردار مکان با یک عدد نمایش می دهیم. اگر مکان جسم سمت مثبت مختصات باشد، آن را با علامت مثبت و اگر مکان جسم سمت منفی مختصات باشد، آن را با علامت منفی نشان می دهیم. در حرکت بر خط راست، بردار جابه جایی همیشه هم راست با مسیر حرکت است و جهت آن یا هم سو با جهت مثبت محور و یا در خلاف جهت آن است؛ بنابراین می توانیم از خواص برداری جابه جایی نیز صرف نظر کنیم و آن را با اعدادی مثبت یا منفی نشان دهیم.

اگر جسمی در لحظه t_1 در مکان x_1 و در لحظه t_2 در مکان x_2 باشد، جابه جایی جسم در بازه زمانی Δt برابر خواهد بود با:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

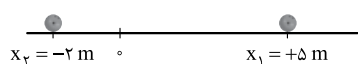


اگر متحرک در جهت مثبت انتخاب شده حرکت کند، $x_2 > x_1$

و $\Delta x > 0$ (مثبت) و اگر متحرک در جهت منفی محور حرکت

کند، $x_2 < x_1$ و $\Delta x < 0$ (منفی) خواهد بود.

نمونه: در مورد توپ بولینگ در شکل زیر می توانیم مکان های اولیه و نهایی و جابه جایی توپ را به صورت زیر بنویسیم:



$$\begin{cases} x_1 = +5 \text{ m} \\ x_2 = -2 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = (-2 \text{ m}) - (+5 \text{ m}) = -7 \text{ m}$$

مسافت طی شده در حرکت بر خط راست

گفتیم که اگر متحرکی روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، مسافت طی شده با اندازه جابه جایی برابر است ($l = |\Delta x|$) اما اگر متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، تغییر جهت بدهد، مسافت طی شده قطعاً از اندازه جابه جایی بزرگ تر است ($l > |\Delta x|$). در این حالت برای محاسبه مسافت طی شده باید اندازه (قدر مطلق) جابه جایی متحرک قبل از تغییر جهت را با اندازه (قدر مطلق) جابه جایی بعد از تغییر جهت جمع کنیم؛ یعنی:

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|$$

مثال و پاسخ

(مشابه مثال کتاب درسی)

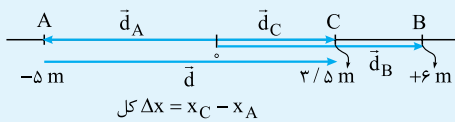


مثال متحرکی مسیری مطابق شکل را بر خط راست طی می کند.

الف) بردار مکان نقاط A، B و C و بردار جابه جایی کل حرکت را رسم کنید.

ب) اندازه جابه جایی و مسافت طی شده جسم را به دست آورید.

پاسخ الف



ب) برای محاسبه جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه C داریم: $\Delta x_{\text{کل}} = x_C - x_A \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = +\frac{3}{5} \text{ m} - (-5 \text{ m}) = +\frac{8}{5} \text{ m}$ و اما چون متحرک در نقطه B تغییر جهت داده است، برای محاسبه مسافت طی شده، باید اندازه جابه‌جایی جسم از A تا B را با اندازه جابه‌جایی جسم از B تا C جمع کنیم:

$$d = |\Delta x_{AB}| + |\Delta x_{BC}| = |x_B - x_A| + |x_C - x_B| = |+6 \text{ m} - (-5 \text{ m})| + |+\frac{3}{5} \text{ m} - 6 \text{ m}| \\ = |+\frac{11}{1} \text{ m}| + |-\frac{27}{5} \text{ m}| = \frac{11}{1} \text{ m} + \frac{27}{5} \text{ m} = \frac{82}{5} \text{ m}$$

سؤال‌های امتحانی

۱- جای خالی را با کلمه مناسب پر کنید.

الف) طول مسیر پیموده شده توسط متحرک را می‌نامیم.

ب) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، نامیده می‌شود.

۲- کلمه مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

الف) حرکت سیاره زمین به دور خورشید، مثالی از حرکت (یک‌بعدی / دوبعدی) است.

ب) در حرکت یک‌بعدی، بدون تغییر جهت، مسافت طی شده (برابر با / بزرگ‌تر از) اندازه جابه‌جایی است.

۳- بردار جابه‌جایی را تعریف کنید و یکای آن را بنویسید.

۴- قبل از شروع مسابقه فوتبالی، محمد صلاح روی یک مسیر مستقیم به صورت رفت و برگشت می‌دود تا خودش را گرم کند. محل قرارگیری او در زمان‌های ۱s، ۲s، ۳s و ۴s در شکل زیر نشان داده شده است.

(مشابه پرسش کتاب درسی)

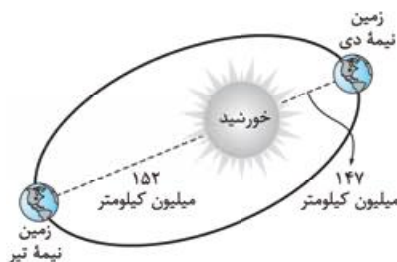


الف) بردار مکان محمد صلاح را در $t = 1 \text{ s}$ روی شکل نشان دهید و آن را به صورت بردار یک‌بار بنویسید.

ب) اندازه جابه‌جایی محمد صلاح از صفر تا ۴s چند متر است؟

پ) بردار جابه‌جایی محمد صلاح را از ۱s تا ۳s نشان دهید و آن را به صورت بردار یک‌بار بنویسید.

ت) اگر محمد صلاح در $t = 3 \text{ s}$ لحظه‌ای متوقف شود و به سمت محل اولیه برگردد، مسافت طی شده توسط او در طی ۴s چند متر است؟



۵- مدار حرکت زمین به دور خورشید یک بیضی به محیط تقریبی ۹۴۰ میلیون کیلومتر است. کم‌ترین فاصله زمین از مرکز خورشید ۱۴۷ میلیون کیلومتر است که در نیمه دی‌ماه اتفاق می‌افتد. بیشترین فاصله زمین از مرکز خورشید هم در نیمه تیر رخ می‌دهد که این فاصله در حدود ۱۵۲ میلیون کیلومتر است. با توجه به شکل روبه‌رو، بردار جابه‌جایی زمین از نیمه تیر تا نیمه دی را رسم کنید و اندازه آن را با مسافت پیموده شده در این مدت مقایسه کنید. (مشابه پرسش کتاب درسی)

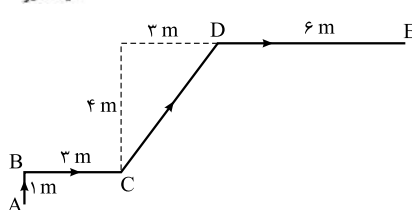
۶- علی از نقطه A روی مسیر نشان داده شده در شکل روبه‌رو به نقطه E می‌رود.

الف) مسافت طی شده توسط علی چند متر است؟

ب) بردار جابه‌جایی علی را رسم کنید.

پ) اندازه جابه‌جایی علی چند متر است؟

ت) بردار جابه‌جایی علی را بر حسب بردارهای یک‌بار بنویسید.



۷- متحرکی از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ به نقطه $\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌رود. این متحرک چند واحد جابه‌جا شده است؟

۲ سرعت و تندی

سرعت متوسط

نسبت جابه‌جایی به مدت‌زمان جابه‌جایی را **سرعت متوسط** می‌نامیم و آن را با نماد $\vec{v}_{av}$ نمایش می‌دهیم؛ یعنی:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

در رابطه بالا، d اندازه جابه‌جایی بر حسب متر (m)، Δt بازه زمانی بر حسب ثانیه (s) و v_{av} اندازه سرعت متوسط بر حسب متر بر ثانیه (m/s) است. با توجه به تعریف بالا و مثبت بودن Δt می‌فهمیم که سرعت متوسط، کمیتی برداری است که همواره با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است.

نکته یکای متداول دیگری که برای سرعت به کار می‌رود، کیلومتر بر ساعت (km/h) است که با استفاده از رابطه زیر، به متر بر ثانیه تبدیل می‌شود:

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \frac{1}{3.6} \text{ m/s}$$

پس برای تبدیل کردن سرعت بر حسب کیلومتر بر ساعت به سرعت بر حسب متر بر ثانیه، باید آن عدد را بر ۳/۶ تقسیم کنیم.

نمود $36 \text{ km/h} \div 3.6 = 10 \text{ m/s}$ برابر ۱۰ m/s است.

مثال و پاسخ

مثال بردار جابه‌جایی متحرکی به صورت $\vec{d} = 16\vec{i} - 28\vec{j}$ داده شده است. اگر این جابه‌جایی در مدت‌زمان ۴ ثانیه صورت گیرد،

بردار سرعت متوسط و اندازه آن را به دست آورید.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{(16\vec{i} - 28\vec{j}) \text{ m}}{4 \text{ s}} = (4\vec{i} - 7\vec{j}) \text{ m/s}$$

پاسخ ابتدا بردار سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \sqrt{4^2 + (-7)^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65} \text{ m/s} \approx 8.1 \text{ m/s}$$

و حالا اندازه بردار سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

سرعت متوسط در حرکت بر خط راست

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$$

در حرکت بر روی خط راست می‌توانیم رابطه سرعت متوسط را به صورت روبه‌رو بنویسیم:

نکته با این که ایمان داریم سرعت متوسط کمیتی برداری است، اما در حرکت بر خط راست می‌توانیم سرعت متوسط را مانند جابه‌جایی با یک عدد مثبت و یا منفی نمایش دهیم و از خواص برداری آن صرف‌نظر کنیم. با این فرض رابطه سرعت متوسط در حرکت بر خط راست به شکل زیر درمی‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

در حرکت بر روی خط راست، علامت سرعت متوسط نشان‌دهنده جهت جابه‌جایی جسم در آن بازه زمانی است:

$$\Delta x > 0 \Leftrightarrow v_{av} > 0$$

$$\Delta x < 0 \Leftrightarrow v_{av} < 0$$

مثال و پاسخ

مثال اتومبیلی در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ در ۱۶ متری سمت راست مبدأ قرار دارد. اگر در لحظه $t_2 = 6 \text{ s}$ این اتومبیل به ۱۶ متری سمت

چپ مبدأ برود، سرعت متوسط اتومبیل در این بازه زمانی را به دست آورید.

پاسخ در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ مکان متحرک $x_1 = +16 \text{ m}$ و در لحظه $t_2 = 6 \text{ s}$ مکان متحرک $x_2 = -16 \text{ m}$ است؛ بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{(-16 \text{ m}) - (16 \text{ m})}{6 \text{ s} - 2 \text{ s}} = \frac{-32 \text{ m}}{4 \text{ s}} = -8 \text{ m/s}$$

مثال و پاسخ



مثال داستان مسابقه دوی لاک‌پشت و خرگوش را که شنیده‌اید! فرض کنید این بار مسیر مسابقه،

خط راستی به طول یک کیلومتر است. خرگوش مغرور به لاک‌پشت ارفاق می‌کند و در خط شروع

باقی می‌ماند و لاک‌پشت شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط خرگوش 18 km/h و سرعت

متوسط لاک‌پشت 90 m/h باشد، پس از طی چند متر توسط لاک‌پشت، خرگوش شروع به حرکت

کند تا این بار مسابقه را از لاک‌پشت ببرد؟

پاسخ: ابتدا حساب می‌کنیم که خرگوش برای طی مسافت 1000 m ، چه مدت زمانی را نیاز دارد. برای این کار ابتدا سرعت متوسط خرگوش را به متر بر ثانیه تبدیل کرده و سپس زمان مورد نیاز را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = 18 \text{ km/h} \div 3.6 = 5 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}} = \frac{1000 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} = 200 \text{ s}$$

حالا محاسبه می‌کنیم که در مدت 200 s ، لاک پشت چه مسافتی را می‌تواند طی کند:

$$\Delta x = v'_{av} \Delta t = (90 \text{ m/h} \times \frac{1}{3600 \text{ s}}) \times 200 \text{ s} = 5 \text{ m}$$

وقتی که لاک پشت هنوز به 5 m متری خط پایان نرسیده است، خرگوش باید شروع به حرکت کند تا برنده مسابقه شود. اما مسئله مقدار مسافت طی شده توسط لاک پشت قبل از حرکت خرگوش را می‌خواهد؛ پس:

$$\text{مسافت طی شده توسط لاک پشت} = (1000 \text{ m}) - (5 \text{ m}) = 995 \text{ m}$$

سرعت متوسط در حرکت چند مرحله‌ای

اگر جسمی حرکتی را در چند مرحله انجام دهد، سرعت متوسط متحرک از نسبت مجموع جابه‌جایی‌ها به مجموع زمان‌های سپری شده به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

مثال و پاسخ

مثال: شخصی مسیر مستقیمی را ابتدا در مدت 6 دقیقه با سرعت متوسط 3 m/s و سپس در مدت 4 دقیقه با سرعت متوسط 2 m/s دویده است. سرعت متوسط این شخص چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ: ابتدا در هر قسمت از حرکت، جابه‌جایی این شخص را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta t_1 = 6 \text{ min} = 360 \text{ s} \\ v_{av,1} = 3 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_1 = v_{av,1} \Delta t_1 = (3 \text{ m/s}) \times (360 \text{ s}) = 1080 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \Delta t_2 = 4 \text{ min} = 240 \text{ s} \\ v_{av,2} = 2 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_2 = v_{av,2} \Delta t_2 = (2 \text{ m/s}) \times (240 \text{ s}) = 480 \text{ m}$$

حالا سرعت متوسط این شخص را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{1080 \text{ m} + 480 \text{ m}}{360 \text{ s} + 240 \text{ s}} = \frac{1560 \text{ m}}{600 \text{ s}} = 2.6 \text{ m/s}$$

تندی متوسط

دیدیم که اگر جابه‌جایی یک جسم را بر مدت زمان جابه‌جایی تقسیم کنیم، سرعت متوسط جسم به دست می‌آید. اما اگر به جای جابه‌جایی، مسافت طی شده را بر زمانی که آن مسافت طی شده است، تقسیم کنیم، چه چیزی خواهیم داشت؟ جواب «تندی متوسط» است.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

به نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان طی مسافت، تندی متوسط می‌گوییم و آن را با s_{av} نمایش می‌دهیم؛ یعنی:

در رابطه تندی متوسط، l مسافت طی شده بر حسب متر (m)، Δt بازه زمانی بر حسب ثانیه (s) و s_{av} تندی متوسط بر حسب متر بر ثانیه (m/s) است.

تندی متوسط چه تفاوتی با سرعت متوسط دارد؟

این دو کمیت کاملاً با هم متفاوت‌اند. سرعت متوسط کمیتی برداری است؛ یعنی هم دارای اندازه و یکا و هم دارای جهت است. ولی تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است و فقط با یک عدد و یکای مربوطه بیان می‌شود.

ممکن است این سؤال در ذهنتان ایجاد شود که «آیا حالتی وجود دارد که اندازه سرعت متوسط با تندی متوسط برابر باشد؟» جواب شما مثبت است: «اگر متحرکی بدون تغییر جهت روی خط راست حرکت کند، مسافت طی شده با مقدار جابه‌جایی برابر است؛ در نتیجه اندازه سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است.»

برای این که بیشتر به تفاوت این دو کمیت پی ببرید، به نمونه زیر توجه کنید:

نمونه: رکورد شنای 400 متر آزاد با زمان 3 دقیقه و 40 ثانیه در اختیار «پل بیدرمن» از آلمان است. پل برای ثبت این رکورد، طول 200 متری استخر را به صورت رفت و برگشت شنا کرد؛ بنابراین تندی متوسط پل برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{400 \text{ m}}{3 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + 40 \text{ s}} = \frac{400 \text{ m}}{220 \text{ s}} = 1.82 \text{ m/s}$$

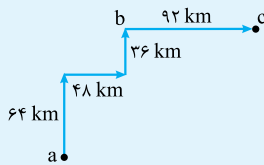
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{400 \text{ m}}{220 \text{ s}} = 1.82 \text{ m/s}$$

اما سرعت متوسط آقای بیدرمن در این بازه زمانی صفر است؛ زیرا در انتهای مسابقه به مکان اولیه خود برگشته است و جابه‌جایی او در مدت ۳ دقیقه و ۴۰ ثانیه (۲۲۰ s) صفر است.

نکته برای به دست آوردن سرعت متوسط و تندی متوسط، باید کل زمان را در نظر بگیرید. در واقع زمان‌هایی که متحرکی می‌ایستد، جزئی از حرکت است.

مثال و پاسخ

مثال: در زمان‌های قدیم یک مرد روستایی با یک شتر از روستای (a) مطابق شکل به ترتیب ۶۴ km را در مدت زمان ۴ ساعت و ۴۸ km



را در مدت ۳ ساعت، ۳۶ km را در مدت ۲ ساعت طی می‌کند و پس از یک ساعت استراحت

در روستای (b)، ۹۲ km دیگر را در مدت ۱۰ ساعت طی می‌کند تا به روستای (c) برسد.

(الف) بردار سرعت متوسط شتر را در کل مسیر رسم کرده و بزرگی آن را محاسبه کنید.

(ب) تندی متوسط را حساب کنید.

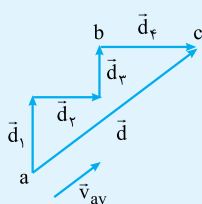
پاسخ: (الف) اولین جابه‌جایی $\vec{d}_1 = (64 \text{ km})\vec{j}$ ، دومین جابه‌جایی $\vec{d}_2 = (48 \text{ km})\vec{i}$ ، سومین جابه‌جایی $\vec{d}_3 = (36 \text{ km})\vec{j}$ و در نهایت آخرین جابه‌جایی $\vec{d}_4 = (92 \text{ km})\vec{i}$ است. برای محاسبه سرعت متوسط، باید جابه‌جایی کل را بر مدت زمان کل (یعنی با در نظر گرفتن زمان استراحت)، تقسیم می‌کنیم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 + \vec{d}_4}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_5} = \frac{(64 \text{ km})\vec{j} + (48 \text{ km})\vec{i} + (36 \text{ km})\vec{j} + (92 \text{ km})\vec{i}}{4 \text{ h} + 3 \text{ h} + 2 \text{ h} + 1 \text{ h} + 10 \text{ h}}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{(140 \text{ km})\vec{i} + (100 \text{ km})\vec{j}}{20 \text{ h}} \Rightarrow \vec{v} = (v_i + \delta_j) \text{ km/h}$$

توجه کنید که زمان یک ساعت استراحت را هم در محاسبات در نظر گرفتیم؛ زیرا این یک ساعت نیز جزئی از زمان‌های سپری‌شده در مدت جابه‌جایی از روستای (a) به روستای (c) است. حالا بزرگی سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{v}_{av}| = \sqrt{(v)^2 + (\delta)^2} \text{ km/h} = \sqrt{74} \text{ km/h} \approx 8.6 \text{ km/h}$$



بردار سرعت متوسط همیشه هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است. بردار جابه‌جایی را رسم می‌کنیم تا جهت بردار سرعت متوسط نیز مشخص شود.

ب) برای محاسبه تندی متوسط، کل مسافت طی‌شده را بدون توجه به جهت آن، بر کل مدت زمان طی مسافت تقسیم می‌کنیم:

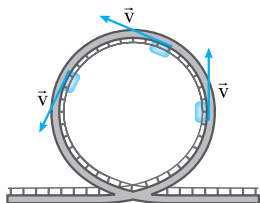
$$S_{av} = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_5} = \frac{(64 \text{ km}) + (48 \text{ km}) + (36 \text{ km}) + (92 \text{ km})}{4 \text{ h} + 3 \text{ h} + 2 \text{ h} + 1 \text{ h} + 10 \text{ h}}$$

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{240 \text{ km}}{20 \text{ h}} = 12 \text{ km/h}$$

در این مثال هم دیدیم چون متحرک تغییر جهت داشته است، سرعت متوسط و تندی متوسط با هم برابر نیستند.

سرعت و تندی لحظه‌ای

سرعت متحرک در هر لحظه را «سرعت لحظه‌ای» می‌نامیم و آن را با $\vec{v}$ نشان می‌دهیم. هم‌چنین تندی متحرک در هر لحظه را نیز تندی لحظه‌ای می‌نامیم. سرعت لحظه‌ای نیز یک کمیت برداری است که مطابق با آنچه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، همواره بر مسیر حرکت مماس است. اما تندی لحظه‌ای کمیتی نرده‌ای است. در واقع سرعت لحظه‌ای، اندازه و جهت سرعت در هر لحظه را نشان می‌دهد اما تندی لحظه‌ای فقط اندازه سرعت در هر لحظه را بیان می‌کند؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم: تندی لحظه‌ای همان اندازه سرعت لحظه‌ای است.



$$|\vec{v}| = v$$

نکته حواستان باشد سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط، دو کمیت کاملاً متفاوت‌اند. تنها در صورتی که در یک بازه زمانی، بردار سرعت لحظه‌ای ثابت باشد، یعنی هم اندازه و هم جهت سرعت لحظه‌ای تغییر نکند، سرعت متوسط در آن بازه زمانی با سرعت در هر لحظه برابر است. این اتفاق فقط در حرکت بر خط راست، امکان‌پذیر است.

$$\vec{v} = \vec{v}_{av} \Rightarrow |\vec{v}| = |\vec{v}_{av}|$$

سرعت و تندی لحظه‌ای در حرکت بر خط راست

وقتی متحرکی روی خط راست حرکت می‌کند، می‌توانیم از خواص برداری سرعت لحظه‌ای صرف‌نظر کنیم و سرعت لحظه‌ای را با علامتی مثبت یا منفی نشان دهیم. علامت سرعت لحظه‌ای نشان‌دهنده جهت حرکت متحرک در آن لحظه است. اگر سرعت مثبت بود، یعنی متحرک به سمت مثبت محور X حرکت می‌کند و اگر سرعت منفی بود، یعنی متحرک به سمت منفی محور X حرکت می‌کند.

تندی تندی لحظه‌ای فقط اندازه سرعت لحظه‌ای را نشان می‌دهد؛ پس همواره مثبت است.

وجه از این به بعد هر جا از کلمه «سرعت» و یا «تندی» به تنهایی استفاده کردیم، به ترتیب منظورمان بردار سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای است.

مثال و پاسخ

مثال در یک توصیه راهنمایی و رانندگی آمده است: «راننده عزیز! اگر یک مسیر ۱۰۰ کیلومتری را با تندی ۱۱۰ km/h برانید، فقط ۱۲ دقیقه زودتر از زمانی به مقصد می‌رسید که با تندی ۹۰ km/h برانید. آیا ۱۲ دقیقه ارزش خطرآفرینی دارد؟» درستی این ادعا را از نظر فیزیکی بررسی کنید.

پاسخ **گام اول** مدت زمانی که طول می‌کشد تا ۱۰۰ کیلومتر را با تندی ۱۱۰ km/h طی کنیم، محاسبه می‌کنیم:

$$S = s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{100 \text{ km}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{100 \text{ km}}{110 \text{ km/h}} = \frac{10}{11} \text{ h}$$

گام دوم مدت زمانی که طول می‌کشد تا ۱۰۰ کیلومتر را با تندی ۹۰ km/h طی کنیم، محاسبه می‌کنیم:

$$S' = s'_{av} = \frac{L}{\Delta t'} \Rightarrow 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{100 \text{ km}}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{100 \text{ km}}{90 \text{ km/h}} = \frac{10}{9} \text{ h}$$

گام سوم حالا این دو زمان را از هم کم می‌کنیم و یکای جواب را به دقیقه تبدیل می‌کنیم تا مشخص شود چند دقیقه با هم اختلاف دارند:

$$t' - t = \frac{10}{9} (\text{h}) - \frac{10}{11} (\text{h}) = \frac{110 - 90}{99} = \frac{20}{99} \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \approx 12/1 \text{ min}$$

پس واقعاً تفاوت زمان رسیدن در حدود ۱۲ دقیقه است و انصافاً ۱۲ دقیقه ارزش خطرآفرینی ندارد!

تندشونده یا کندشونده بودن حرکت

حتماً برای شما خیلی پیش آمده که در یک اتومبیل نشسته‌اید و راننده اتومبیلی که در آن هستید، می‌خواهد از یک اتومبیل که جلوی شما حرکت می‌کند، سبقت بگیرد. فرض کنید در ابتدا، تندی اتومبیل شما و اتومبیل جلویی یکسان باشد. برای این که از اتومبیل جلویی سبقت بگیرید، باید راننده شما تندی اتومبیلش را افزایش دهد. در این حالت حرکت اتومبیل شما تندتر و تندتر می‌شود تا بتوانید از اتومبیل جلویی سبقت بگیرید. در واقع حرکت اتومبیل شما «تندشونده» خواهد بود.

حالا فرض کنید یک نیشان آبی از جلو به سمت شما بیاید. شما و راننده اتومبیلی که سوار آن هستید، می‌دانید که راننده نیشان آبی حتماً ترمز نخواهد کرد!! پس راننده اتومبیل شما پایش را با تمام قدرت روی پدال ترمز فشار می‌دهد و تندی اتومبیلش را کاهش می‌دهد. در این حالت حرکت شما کندتر و کندتر می‌شود. در واقع در این حالت، حرکت شما «کندشونده» خواهد بود.

جمع‌بندی وقتی تندی یک متحرکی زیاد می‌شود، حرکت تندشونده است و وقتی تندی یک متحرک کم می‌شود، حرکت کندشونده است.

سؤال‌های امتحانی

۸- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف) اگر متحرکی روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت کند، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط آن برابر است.

ب) اگر سرعت متوسط یک متحرک صفر باشد، مسافت طی شده توسط آن صفر است.

۹- جای خالی زیر را کامل کنید.

الف) اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره کنیم، در واقع آن را بیان کرده‌ایم.

ب) سرعت لحظه‌ای کمیتی و تندی لحظه‌ای کمیتی است.

پ) اگر سرعت متحرک در تمام لحظات یک بازه زمانی باشد، سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر است.

16

پاسخ سؤال‌های امتحانی

۶- الف) **گام اول** ابتدا طول قسمت CD را حساب می‌کنیم:

$$CD^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow CD^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

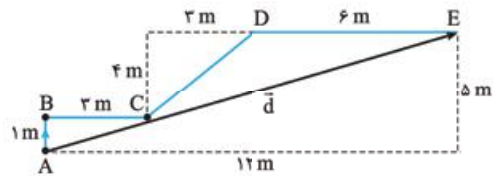
گام دوم مسافت طی شده برابر با طول کل مسیر است:

$$l = AB + BC + CD + DE$$

$$= 1 \text{ m} + 3 \text{ m} + 5 \text{ m} + 6 \text{ m} = 15 \text{ m}$$

(ب) بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند؛ پس در شکل زیر بردار جابه‌جایی، بردار $\vec{AE}$ است.

(پ) در شکل زیر می‌بینید که علی مجموعاً 12 m به سمت راست و 5 m به سمت بالا حرکت کرده است؛ پس طول $\vec{d}$ برابر است با:



$$d^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow d = \sqrt{169} = 13 \text{ m}$$

(ت) علی 12 m به سمت راست حرکت کرده است؛ پس جابه‌جایی در راستای افقی به صورت $\vec{I}(12 \text{ m})$ است. او همچنین 5 m به سمت بالا حرکت کرده است. در نتیجه جابه‌جایی در راستای قائم او به صورت $\vec{d} = (12\vec{i} + 5\vec{j}) \text{ m}$ است و داریم:

۷- بردار جابه‌جایی از تفاضل بردارهای مکان به دست می‌آید:

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d} = 6\vec{i} + 5\vec{j}$$

و اندازه بردار جابه‌جایی برابر است با:

$$|\vec{d}| = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61}$$

۸- الف) درست

(ب) نادرست - اگر سرعت متوسط یک متحرک صفر باشد، جابه‌جایی آن متحرک صفر است نه مسافت آن.

۹- الف) سرعت لحظه‌ای (ب) برداری - نرده‌ای

(پ) ثابت

۱۰- الف) مثبت (ب) مسیر حرکت

(پ) سرعت

(ت) جابه‌جایی - بردار سرعت متوسط برابر با بردار جابه‌جایی تقسیم بر زمان است. زمان یک عدد مثبت است؛ پس بردار سرعت متوسط و جابه‌جایی هم‌جهت هستند.

۱۱- سرعت متوسط کمیتی برداری است که از تقسیم جابه‌جایی بر مدت‌زمان لازم برای جابه‌جایی به دست می‌آید و واحد آن m/s است:

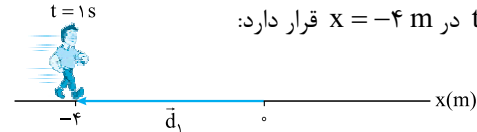
$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۱- الف) مسافت (ب) بردار مکان

۲- الف) دوبعدی (ب) برابر با

۳- پارمخط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی نامیده می‌شود. یکای جابه‌جایی، متر (m) است.

۴- الف) بردار مکان این بازیکن خوب در $t = 1 \text{ s}$ به صورت برداری است که مبدأ مکان را به محل حضور او در این لحظه وصل می‌کند. ایشان در $t = 1 \text{ s}$ در $x = -4 \text{ m}$ قرار دارد:



$$\vec{d}_1 = (-4 \text{ m})\vec{i}$$

(ب) بردار مکان آقای صلاح در $t = 0$ به صورت $\vec{d}_0 = -5\vec{i}$ و بردار مکان او در $t = 4 \text{ s}$ به صورت $\vec{d}_4 = 4\vec{i}$ است؛ پس:

$$\vec{d} = \vec{d}_4 - \vec{d}_0 = (4 \text{ m})\vec{i} - (-5 \text{ m})\vec{i} = (9 \text{ m})\vec{i}$$

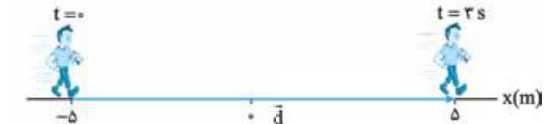
اما سؤال اندازه جابه‌جایی را خواسته است؛ پس:

(پ) بردار جابه‌جایی آقای صلاح برابر است با:



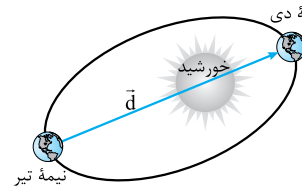
$$\vec{d} = \Delta x \vec{i} = (5 \text{ m} - (-4 \text{ m}))\vec{i} = 9\vec{i}$$

(ت) مسافت طی شده برابر طول کلی مسیری است که او طی می‌کند. آقای صلاح ابتدا از $x = -5 \text{ m}$ به $x = 5 \text{ m}$ می‌رود و پس از $x = 5 \text{ m}$ به سمت منفی x برمی‌گردد و در $t = 4 \text{ s}$ به $x = 4 \text{ m}$ می‌رسد؛ پس کل طولی که او طی کرده است، برابر است با:



$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = |5 \text{ m} - (-5 \text{ m})| + |4 \text{ m} - 5 \text{ m}| = |10 \text{ m}| + |-1 \text{ m}| = 10 \text{ m} + 1 \text{ m} = 11 \text{ m}$$

۵- از نقطه ابتدایی حرکت به نقطه انتهایی حرکت وصل می‌کنیم و بردار جابه‌جایی را مشخص می‌کنیم:



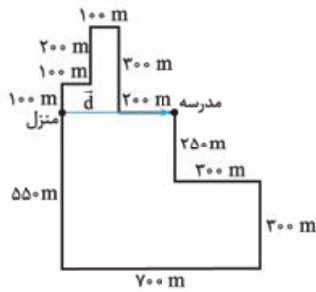
طول این بردار برابر است با:

$$d = 152 \times 10^6 \text{ km} + 147 \times 10^6 \text{ km} = 299 \times 10^6 \text{ km}$$

مسافت طی شده در این مدت نصف طول مدار است؛ پس:

$$l = \frac{940 \times 10^6 \text{ km}}{2} = 470 \times 10^6 \text{ km}$$

همان‌طور که می‌بینید، $d < l$ است.



۱۶- الف) برای محاسبه سرعت متوسط به جابه‌جایی نیاز داریم. می‌دانیم که جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط به نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد. بردار جابه‌جایی، برداری است که منزل را به مدرسه وصل می‌کند.

از روی شکل و با توجه به اندازه‌های داده‌شده مشخص است که بزرگی بردار جابه‌جایی سعید و حمید هر دو در مدت ۴ دقیقه و ۱۰ ثانیه (۲۵۰ s) به اندازه ۴۰۰ متر جابه‌جا شده‌اند، بنابراین داریم:

منزل • ۴۰۰ m • مدرسه

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{400 \text{ m}}{250 \text{ s}} = 1.6 \text{ m/s}$$

ب) برای محاسبه تندی متوسط، مسافت طی‌شده برای ما مهم است و مسافت طی‌شده به مسیر حرکت بستگی دارد که برای سعید و حمید متفاوت است. ابتدا با توجه به اعداد داده‌شده روی شکل طول مسیری‌های داده‌شده را به دست می‌آوریم و بعد مسافت طی‌شده توسط سعید و حمید را محاسبه می‌کنیم:

$$l_{\text{سعید}} = 100 \text{ m} + 100 \text{ m} + 200 \text{ m} + 100 \text{ m} + 300 \text{ m} + 200 \text{ m} = 1000 \text{ m}$$

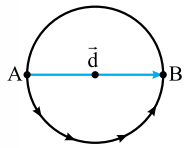
$$l_{\text{حمید}} = 550 \text{ m} + 700 \text{ m} + 300 \text{ m} + 300 \text{ m} + 250 \text{ m} = 2100 \text{ m}$$

حالا تندی متوسط هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$s_{av, \text{سعید}} = \frac{l_{\text{سعید}}}{\Delta t} = \frac{1000 \text{ m}}{250 \text{ s}} = 4 \text{ m/s}$$

$$s_{av, \text{حمید}} = \frac{l_{\text{حمید}}}{\Delta t} = \frac{2100 \text{ m}}{250 \text{ s}} = 8.4 \text{ m/s}$$

۱۷- وقتی اتومبیل نصف میدان را دور می‌زند، اندازه جابه‌جایی اتومبیل برابر است با قطر میدان، بنابراین:



$$|\vec{d}| = 2 \times (125 \text{ m}) = 250 \text{ m}$$

حالا با استفاده از رابطه سرعت متوسط، زمان طی نیم دور را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow 5 \text{ m/s} = \frac{250 \text{ m}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{250 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} = 50 \text{ s}$$

حالا که زمان طی نیم دور را داریم، مسافت نیم دور را که نصف محیط دایره است، به دست می‌آوریم:

$$l = \frac{1}{2} \times \text{محیط} = \frac{1}{2} \times 2\pi R = 3.14 \times 125 \text{ (m)} \approx 393 \text{ m}$$

و در آخر تندی متوسط اتومبیل برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{393 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 7.86 \text{ m/s}$$

۱۲- مفهوم فیزیکی این عبارت این است که دانش‌آموز به طور متوسط در هر ثانیه ۱/۴ از طول مسیری را می‌پیماید.

۱۳- متحرک A: بردار جابه‌جایی:

$$\vec{d} = \Delta x \vec{i} = (0 - 4 \text{ m}) \vec{i} = -4 \text{ m} \vec{i}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط:

جهت حرکت با توجه به این که بردار جابه‌جایی به سمت منفی $\vec{i}$ ها است، منفی است.

متحرک B: بردار جابه‌جایی:

$$\vec{d} = \Delta x \vec{i} = (-2/4 \text{ m} - 5/2 \text{ m}) \vec{i} = (-7/6 \text{ m}) \vec{i}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-7/6 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -3/8 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط:

جهت حرکت: منفی

متحرک C: بردار جابه‌جایی:

$$\vec{d} = \Delta x \vec{i} = (4/8 \text{ m} - (-2 \text{ m})) \vec{i} = 6/8 \text{ m} \vec{i}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6/8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 3/4 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط:

جهت حرکت: مثبت

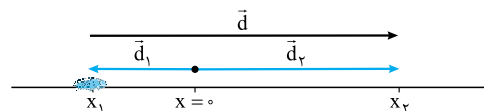
متحرک D: بردار جابه‌جایی:

$$\vec{d} = \Delta x \vec{i} = (-2 \text{ m} - (-10 \text{ m})) \vec{i} = (8 \text{ m}) \vec{i}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 4 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط:

۱۴- الف) بردار مکان در هر لحظه، به صورت برداری است که از مبدأ مختصات به محل جسم وصل می‌شود. بردار جابه‌جایی هم محل ابتدایی جسم را به محل نهایی آن وصل می‌کند؛ پس بردار مکان اولیه ($\vec{d}_1$)، بردار مکان نهایی ($\vec{d}_2$) و بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$) به صورت زیر رسم می‌شوند.



ب) چون سوسک در راستای خط راست حرکت می‌کند، سرعت متوسط آن برابر است با:

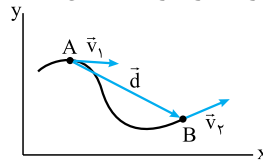
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0.3 \text{ m} - (-0.2 \text{ m})}{40 \text{ s} - 10 \text{ s}}$$

$$= \frac{0.5 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 0.017 \text{ m/s}$$

مثبت بودن سرعت نشان می‌دهد که سوسک در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

۱۵- الف) بردار جابه‌جایی، نقطه ابتدایی را به نقطه انتهایی وصل می‌کند و جهت آن به سمت نقطه انتهایی است.

ب) بردار سرعت لحظه‌ای، در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است. از طرفی چون تندی ثابت است، اندازه سرعت‌های لحظه‌ای و در نتیجه طول بردارهای سرعت باید برابر باشد.

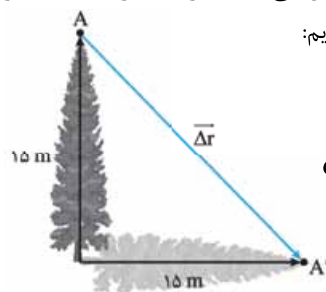


۲۱- اگر کل زمان حرکت را T بگیریم، متحرک مدت $\frac{T}{۶}$ را با سرعت ۶۰ m/s ، $\frac{T}{۳}$ را با سرعت ۲۴ m/s حرکت می‌کند؛ پس متحرک مدت زمان $T - (\frac{T}{۳} + \frac{T}{۶}) = \frac{T}{۶}$ را با سرعت ۱۲ m/s طی می‌کند:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{(۶۰ \text{ m/s})\frac{T}{۶} + (۲۴ \text{ m/s})\frac{T}{۳} + (۱۲ \text{ m/s})\frac{T}{۶}}{T}$$

$$= (\frac{۳۰T + ۸T + ۲T}{T}) \text{ m/s} = ۴۰ \text{ m/s}$$

۱۸- برای مسئله یک شکل رسم می‌کنیم. برای سادگی درخت را با یک پاره‌خط جهت‌دار نشان می‌دهیم. در شکل نقاط A و A' بالاترین نقطه درخت در حالت ایستاده و افتاده است. بردار جابه‌جایی این نقطه، برداری است که A را به A' وصل می‌کند. اندازه $\Delta \vec{r}$ را با استفاده از رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:



$$d = \sqrt{۱۵^2 + ۱۵^2} = ۱۵\sqrt{۲} \text{ m}$$

و حالا با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{۱۵\sqrt{۲} \text{ (m)}}{۱/۵ \text{ (s)}} = ۱۰\sqrt{۲} \text{ m/s}$$

۱۹- الف) سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

در رابطه بالا به جای Δt ، مساوی آن یعنی $\frac{\Delta x}{v_{av}}$ را قرار می‌دهیم و چون $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$ داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x + \Delta x}{\frac{\Delta x}{v_{av,1}} + \frac{\Delta x}{v_{av,2}}} = \frac{۲\Delta x}{(v_1 + v_2)\frac{\Delta x}{v_1 \cdot v_2}} \Rightarrow v_{av} = \frac{۲v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \quad \text{ب) سرعت متوسط متحرک برابر است با:}$$

در رابطه بالا به جای Δx ، مساوی آن یعنی $v \cdot \Delta t$ را قرار می‌دهیم و چون $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$ داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 \cdot \Delta t + v_2 \cdot \Delta t}{\Delta t + \Delta t} = \frac{(v_1 + v_2)\Delta t}{۲\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{۲}$$

از قسمت (ب) نتیجه می‌گیریم که اگر متحرکی در بازه‌های زمانی مساوی با سرعت‌های v_1 و v_2 حرکت کند، سرعت متوسط در کل مدت حرکت برابر با میانگین v_1 و v_2 است.

۲۰- سرعت متوسط برابر با جابه‌جایی کل تقسیم بر زمان کل است؛ پس اول به سراغ به دست آوردن زمان‌های هر یک از جابه‌جایی‌ها می‌رویم.

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{۱۰ \text{ m}}{۲ \text{ m/s}} = ۵ \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} = \frac{۲۰ \text{ m}}{۴ \text{ m/s}} = ۵ \text{ s}$$

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_3} = \frac{۳۰ \text{ m}}{۶ \text{ m/s}} = ۵ \text{ s}$$

حالا به سراغ محاسبه سرعت متوسط می‌رویم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{۱۰ \text{ m} + ۲۰ \text{ m} + ۳۰ \text{ m}}{۵ \text{ s} + ۵ \text{ s} + ۵ \text{ s}} = \frac{۶۰ \text{ m}}{۱۵ \text{ s}} = ۴ \text{ m/s}$$