

## ساختار کتاب

کتاب شب امتحان ریاضی هفتم از ۴ قسمت اصلی تشکیل شده است که به صورت زیر است:

**۱- آزمون‌های نوبت اول:** آزمون‌های شماره ۱ تا ۴ این کتاب مربوط به مباحث نوبت اول است که خودش به دو قسمت تقسیم می‌شود:

(الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۱ و ۲ را فصل به فصل طبقه‌بندی کرده‌ایم؛ بنابراین شما به راحتی می‌توانید پس از خواندن هر فصل از درسنامه، تعدادی سؤال را بررسی کنید. حواستان باشد این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره‌ای و مثل یک آزمون کامل هستند.

(ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۳ و ۴ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم تا دو آزمون نوبت اول مشابه آزمونی باشد که معلمتان از شما خواهد گرفت.

**۲- آزمون‌های نوبت دوم:** آزمون‌های شماره ۵ تا ۱۲ از کل کتاب و مطابق امتحان پایان سال طرح شده‌اند. این قسمت هم، خودش به ۲ بخش تقسیم می‌شود:

(الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۵ تا ۸ را که برای نوبت دوم طرح شده‌اند هم طبقه‌بندی کرده‌ایم. با این کار باز هم می‌توانید پس از خواندن هر فصل، تعدادی سؤال مرتبط با آن فصل را پاسخ دهید. هر کدام از این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره دارند؛ در واقع در این بخش، شما ۴ آزمون کامل را می‌بینید.

(ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۹ تا ۱۲ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم؛ پس، در این بخش با ۴ آزمون نوبت دوم، مشابه آزمون پایان سال معلمتان مواجه خواهید شد.

**۳- پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌ها:** در پاسخ تشریحی آزمون‌ها، همه آن‌چه را که شما باید در امتحان بنویسید تا نمره کامل کسب کنید، برایتان نوشته‌ایم.

**۴- درس‌نامه کامل شب امتحانی:** این قسمت، برگ برنده شما نسبت به کسانی است که این کتاب را نمی‌خواهند در این قسمت، همه آن‌چه را که شما برای گرفتن نمره عالی در امتحان ریاضی هفتم نیاز دارید، تنها در ۲۲ صفحه آورده‌ایم، بخوانید و لذتش را ببرید! **یک راهکار:** موقع امتحان‌های نوبت اول می‌توانید از سؤال‌های فصل‌های ۱ تا ۵ آزمون‌های ۵ تا ۸ هم استفاده کنید!

## فهرست

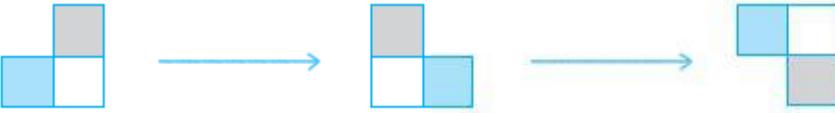
### بازبندی درس ریاضی هفتم

نوبت دوم	نوبت اول	شعاره فصل
۱ نمره	۳ نمره	فصل اول
۱/۵ نمره	۴ نمره	فصل دوم
۱/۵ نمره	۴/۵ نمره	فصل سوم
۱/۵ نمره	۴/۵ نمره	فصل چهارم
۱/۵ نمره	۴ نمره	فصل پنجم
۳/۵ نمره	-	فصل ششم
۳ نمره	-	فصل هفتم
۳/۵ نمره	-	فصل هشتم
۳ نمره	-	فصل نهم
۲۰ نمره	۲۰ نمره	جمع

نوبت	نوبت پاسخ‌نامه	شماره صفحات
۱	۱	آزمون شماره ۱ (طبقه‌بندی شده)
۲	۲	آزمون شماره ۲ (طبقه‌بندی شده)
۳	۳	آزمون شماره ۳ (طبقه‌بندی نشده)
۴	۴	آزمون شماره ۴ (طبقه‌بندی نشده)
۵	۵	آزمون شماره ۵ (طبقه‌بندی شده)
۶	۶	آزمون شماره ۶ (طبقه‌بندی شده)
۷	۷	آزمون شماره ۷ (طبقه‌بندی شده)
۸	۸	آزمون شماره ۸ (طبقه‌بندی شده)
۹	۹	آزمون شماره ۹ (طبقه‌بندی نشده)
۱۰	۱۰	آزمون شماره ۱۰ (طبقه‌بندی نشده)
۱۱	۱۱	آزمون شماره ۱۱ (طبقه‌بندی نشده)
۱۲	۱۲	آزمون شماره ۱۲ (طبقه‌بندی نشده)

ردیف	نوبت اول	ریاضی
نمره	پایه هفتم متوسطه اول	آزمون شماره ۱
۱	توبی از ارتفاع ۳۲ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از هر بار برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رهاسدن تا سومین مرتبه که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟	فصل اول
۲	با انگشتان یک دست به چند صورت می‌توان عدد ۴ را نشان داد؟	
۳	در یک مزرعه، ۲۰ مرغ و گاو نگهداری می‌شوند. تعداد پاهای آن‌ها روی هم ۵۲ عدد است. چه تعداد مرغ و چه تعداد گاو در این محوطه وجود دارد؟	
۴	حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را با استفاده از محور اعداد به دست آورید.	فصل دوم
	(الف) $(-5) + (+2) =$	
	(ب) $(-4) - (+5) =$	
۵/۵	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.	
	(الف) $(-5) + (+4) - (-2) =$	
	(ب) $-7 \div 7 + 4 =$	
	(پ) $[-3 \times (-4) + 3] \div (-5) =$	
۶/۵	دماهی هوای تهران ۲ درجه بالای صفر و دماهی هوای شهرکرد ۱۰ درجه سردتر از دماهی تهران است. الف) دماهی هوای شهرکرد چند درجه است? ب) میانگین دماهی دو شهر چند درجه است؟	
۷	با توجه به الگوی عددی مقابل، به سوالات زیر پاسخ دهید.	فصل سوم
	الف) جملة $n$ آم الگو را بیابید.	
	ب) جمله بیستم این الگو، چه عددی است؟	
۸	الف) عبارت جبری مقابله کنید. ب) مقدار عبارت جبری بالا را به ازای $a = -2$ و $b = 1$ به دست آورید.	
۹/۵	بول علی ۳ برابر پول رضا است. اگر علی ۱۰۰۰ تومان به رضا بدهد، پول علی ۲ برابر پول رضا می‌شود. مقدار پول علی را حساب کنید.	
۱۰	باره خط $AG$ به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است. جاهاي خالی را پر کنید.	فصل چهارم
۱۱	در شکل زیر مقادیر $x$ ، $y$ و $z$ را حساب کنید.	



ریاضی	نوبت اول	مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه	http://kheilisabz.com	نمره
	آزمون شماره ۱	پایه هفتم متوسطه اول		
۱	با توجه به شکل‌ها، روی هر فلش نوع تبدیل انجام شده را بنویسید.			۱۲
۰/۵		.....	فصل پنجم	۱۳
۱	اگر تفاضل دو عدد اول ۳۵ باشد، آن دو عدد اول را به دست آورید.			۱۴
۱	الف) با نوشتن شمارنده‌های دو عدد ۳۶ و ۲۴، ب.م.م آن‌ها را به دست آورید.			۱۵
۱	$\frac{[۱۲, ۳۶]}{(۱۲۰, ۲۵۰)}$	ب) حاصل عبارت مقابله را به دست آورید.		
۱/۵	یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۸، ۱۲ و ۲۴ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم. بزرگ‌ترین ضلعی که این مکعب می‌تواند داشته باشد، چه عددی است؟			
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید		





نمره

## پایه هفتم متوسطه اول

## آزمون شماره ۹

ردیف

۱	درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را مشخص کنید.			۱
	الف) قرینهٔ قرینهٔ هر عدد برابر است با خود آن عدد.	<input type="checkbox"/>		
	ب) حاصل $\sqrt{49 \times 25}$ برابر با ۳۵ است.	<input type="checkbox"/>		
	پ) قرینهٔ نقطهٔ $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول‌ها برابر $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ است.	<input type="checkbox"/>		
	ت) امکان ندارد که در ۴۰۰ بار پرتاب سکه ۳۰۰ بار رو بیاید.	<input type="checkbox"/>		

۱	هر یک از جملات زیر را با عدد و یا عبارت مناسب کامل کنید.			۲
	الف) تنها شمارندهٔ اول هر عدد اولی _____ است.			
	ب) در منشور به محل برخورد سطح‌ها _____ گفته می‌شود.			
	پ) به توان سوم هر عدد ..... می‌گوییم.			

(ت) احتمالی که حتمی باشد با عدد ..... نشان می‌دهند.

۱	گزینهٔ درست را انتخاب کنید.				۳
	الف) در الگوی عددی مقابل جملة $n$ کدام است؟	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	ب) در دو شکل همنهشت:				
	(۱) زاویه‌های نظیر برابرند.	<input type="checkbox"/>			
	(۲) اضلاع نظیر مساوی‌اند.	<input type="checkbox"/>			
	(۳) هر سه گزینه درست است.	<input type="checkbox"/>			
	پ) منشور ۸ پله دارای چند یال است؟	<input type="checkbox"/>			
	ت) کدام نقطه روی محور عرض‌ها قرار دارد؟	<input type="checkbox"/>			
	$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۳) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ (۲) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۱) <input type="checkbox"/>	
	$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۳) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ (۲) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۱) <input type="checkbox"/>	

۱	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{512} =$				۴
---	---	--	--	--	---

۱	حاصل عبارت روبرو را به روش ارزش مکانی حساب کنید.				۵
---	--	--	--	--	---

۰/۵	حاصل عبارت روبرو را به دست آورید.				۶
-----	-----------------------------------	--	--	--	---

۱	الف) عبارت کلامی روبرو را به صورت عبارت جبری بنویسید. «۵ واحد بیشتر از نصف یک عدد»				۷
	ب) عبارت جبری روبرو را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.				

۰/۵	الف) در شکل روبرو چند پاره خط وجود دارد؟				۸
-----	--	--	--	--	---

۰/۷۵	ب) دو شکل زیر با یکدیگر همنهشت هستند. تساوی‌های زیر را کامل کنید.				۹
------	---	--	--	--	---

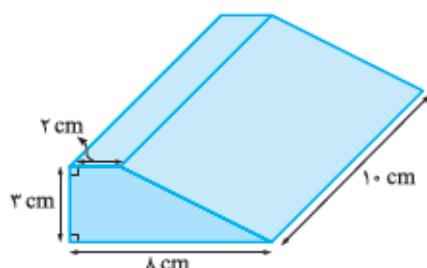
۰/۷۵	$E = \dots \quad \overline{AB} = \dots \quad \hat{B} = \dots$				۱۰
------	---	--	--	--	----

۰/۷۵	با تجزیهٔ صورت و مخرج، کسر مقابل را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.				۱۱
------	---	--	--	--	----

۰/۵	ک.م.م دو عدد ۱۳۲ و ب.م.م آن‌ها ۶ است. حاصل ضرب دو عدد را حساب کنید.				۱۲
-----	---	--	--	--	----



۱/۵



حجم شکل مقابل را حساب کنید.

۱۱

۱/۵

مستطیلی به ابعاد ۳ و ۴ سانتی‌متر را یک بار حول طول و یک بار حول عرضش دوران می‌دهیم. حجم حاصل از دوران حول عرض چند برابر حجم حاصل از دوران حول طول آن است؟

۱۲

۰/۵

اختلاف مجذور و مکعب عدد  $1/\pi$  را حساب کنید.

۱۳

۱

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید.

۱۴

(الف)  $25 \times 5^8 \times 2^{10}$

(ب)  $7^9 \times 7^3 \times 7^{11}$

۱

طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

۱۵

(الف)  $\sqrt{100 \times 81}$

(ب)  $\sqrt{25 + 144}$

۱

در تساوی زیر مقادرهای  $x$  و  $y$  را بیابید.

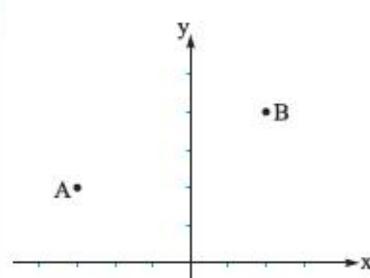
۱۶

$$\begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \end{bmatrix}$$

۱/۵

- با توجه به دستگاه مختصات مقابل:
- (الف) مختصات نقطه  $A$  را بنویسید.
- (ب) بردار  $\overrightarrow{AB}$  را رسم کنید.
- (پ) مختصات بردار  $\overrightarrow{AB}$  را بنویسید.

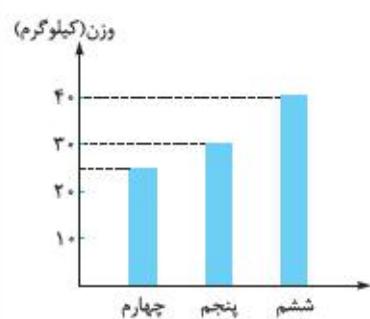
۱۷



۲

- نمودار زیر، تعداد دانشآموزان سه پایه یک مدرسه ابتدایی را نشان می‌دهد.
- (الف) نام این نمودار چیست؟
- (ب) کدام کلاس کمترین (حداقل) دانشآموز را دارد؟
- (پ) کدام کلاس بیشترین دانشآموز را دارد؟
- (ت) تعداد کل دانشآموزان این سه پایه چند نفر است؟

۱۸



۱

- در یک کیسه ۷ مهره زرد، ۵ مهره قهوه‌ای و ۴ مهره سبز وجود دارد. اگر یک مهره را به طور تصادفی از کیسه خارج کنیم، احتمال خارج شدن مهره سبز چه قدر است؟

۱۹

۲۰

جمع نمرات

موفق باشید



# پاسخ‌نامه

۷- الف) به جملات الگوی داده شده ۶ تا ۶ تا اضافه می‌شود و جمله  $n$  ام برابر است با:

ب) جمله  $n$  ام الگوی داده شده، با توجه به جمله  $n$  ام آن برابر است با:

$$6 \times 20 - 4 = 116$$

۸- ابتدا اعداد پشت پرانتز را با توجه به خاصیت پخشی در هر یک از جملات داخل پرانتز ضرب می‌کنیم و سپس جملات مشابه را با هم جمع و تفیریق می‌کنیم

$$4(3a - 2b + 5) - 2(2b - 4) = 12a - 8b + 20 - 6b + 12$$

$$= 12a - 14b + 32$$

ب) مقادیر  $a = -2$  و  $b = 1$  را در حاصل عبارت جای‌گذاری می‌کنیم:

$$12a - 14b + 32 = 12 \times (-2) - 14 + 32 = -24 - 14 + 32 = 4$$

۹- پول رضا را برابر  $x$  در نظر می‌گیریم؛ بنابراین پول علی برایر  $3x$  است و با تبدیل عبارت کلامی صورت سؤال به معادله داریم: (دققت کنید وقتی علی  $1000$  تومان به رضا بدهد از پول علی  $1000$  تومان کم شده و به پول رضا  $1000$  تومان اضافه می‌شود).

$$3x - 1000 = 2x + 2000 \Rightarrow 3x - 2x = 3000 \Rightarrow x = 3000$$

بنابراین پول علی برایر است با: تومان  $3000$

۱۰- با توجه به این که تمامی پاره خطهای کوچک با هم برابر هستند، داریم:

$$\text{الف} \quad \overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AE}$$

$$\text{ب) } \overline{AG} = \frac{5}{4} \overline{FG}$$

$$\text{پ) } \overline{AB} + \overline{CE} = \overline{AE} - \overline{BC}$$

$$\text{ت) } \overline{AD} = \frac{3}{4} \overline{BF}$$

۱۱- با توجه به شکل  $y$  با  $35^\circ$  متقابل به رأس است؛ بنابراین  $y = 25^\circ$ . از طرفی  $x$  با  $35^\circ$  متمم می‌باشد، پس مقدار  $x$  برابر است با:

$$x = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\text{همچنین } y \text{ با } z \text{ مکمل هستند و داریم: } z = 180^\circ - y = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ \quad -12$$



۱۳- می‌دانیم تفاضل یک عدد فرد و یک عدد زوج برابر عددی فرد است و با توجه به این که هر دو عدد موردنظر، اول هستند و تنها عدد اول زوج ۲ است، بنابراین دو عدد اول ۳۷ و ۲ هستند.

۱۴- الف) شمارنده‌های دو عدد ۳۶ و ۲۴ را می‌نویسیم و بزرگترین شمارنده مشترک را به عنوان ب.م.م آن‌ها انتخاب می‌کنیم.

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\} \quad \text{ب.م.م} = 12 \quad \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \quad \text{ب.م.م} = 24 \Rightarrow 36 \text{ و } 24 \text{ را داریم:}$$

ب) ۳۶ بر ۱۲ بخش پذیر است؛ بنابراین «ک.م.م» آن‌ها برایر ۳۶ است و با تجزیه اعداد ۲۵۰ و ۱۲۰ داریم:

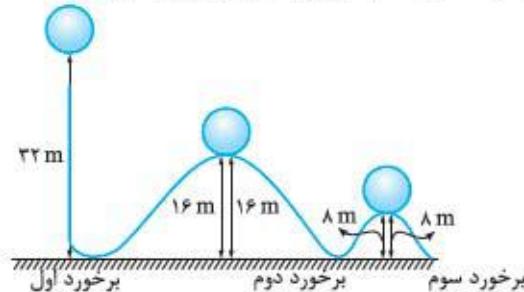
$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$\frac{[12, 36]}{(120, 250)} = \frac{36}{10} \quad \text{بنابراین «ب.م.م» } 120 \text{ و } 250 \text{ برابر است با } 10 \text{ و داریم:}$$

## ازمون شماره ۱ (نوبت اول)

۱- مسیر حرکت توپ از لحظه رهاشدن تا برخورد سوم با زمین به صورت زیر است:



$$32 + 16 + 8 + 8 = 64 \text{ متر}$$

۲- اگر انجستان یک دست را با ۵ حرف A, B, C, D, E نام‌گذاری کنیم، داریم:

A, B, C, D

A, B, C, E

A, B, D, E

A, C, D, E

B, B, D, E

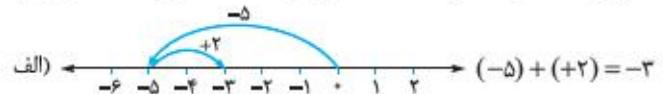
بنابراین به ۵ حالت می‌توان با انجستان یک دست عدد ۴ را نشان داد.

۳- با استفاده از جدول حدس و آزمایش داریم:

تعداد مرغها	تعداد گاوها	تعداد پاهای
۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$
۱۲	۸	$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$
۱۴	۶	$14 \times 2 + 6 \times 4 = 52$ ✓

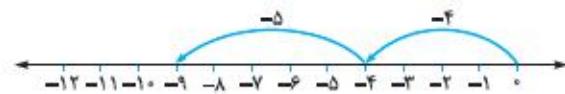
بنابراین در این مزرعه ۱۴ مرغ و ۶ گاو داریم.

۴- با شروع از نقطه صفر به اندازه اعداد داده شده و با توجه به علامت آن‌ها جابه‌جا می‌شویم:



با تبدیل تفیریق به جمع داریم:

$$(-4) - (+5) = (-4) + (-5) = -9 \quad (\text{ب})$$



۵- با توجه به رعایت اولیت اعمال ریاضی و تبدیل تفیریق به جمع داریم:

$$(-5) + (+4) - (-2) = -5 + 4 + 2 = +1 \quad (\text{الف})$$

$$-7 + 7 + 4 = -1 + 4 = 3 \quad (\text{ب})$$

$$[-3] \times (-4) + 3 \div (-5) = (+15) \div (-5) = -3 \quad (\text{پ})$$

۶- الف)  $10^\circ$  درجه سرددتر یعنی  $-1^\circ$ ؛ پس:

$$(+2) - 10 = +2 + (-10) = -8$$

دماهی هوای شهرکرد

ب) میانگین دماهی هوای تهران و شهرکرد برابر است با:

$$\frac{+2 + (-8)}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{میانگین}$$

۱۵- برای این که بتوانیم مکعب مستطیل را با مکعب های موردنظر کاملاً پر کنیم،  
باید اضلاع مکعب مستطیل بر ضلع مکعب بخش پذیر باشند، بنابراین ب.م.م. ۱۲، ۱۸ و ۲۴ را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} 12 = \text{شمارنده های } \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \\ 18 = \text{شمارنده های } \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ 24 = \text{شمارنده های } \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \end{array} \right\} \Rightarrow 24 \text{ و } 18, 12 \text{ و } 6 = \text{ب.م.م.}$$

-۲) تنها شمارنده اول هر عدد اولی خودش است. (دققت کنید که هر عدد اول تنها دو شمارنده دارد، خودش و عدد یک.)

ب) در منشور به محل برخورد دو سطح، **بال** گفته می‌شود.

پ) به توان سوم هر عدد، **مکعب آن عدد** می‌گوییم.

ت) احتمالی که حتمی باشد را با عدد **یک** نشان می‌دهند.

-۳) -الف) گزینه «۲» با قراردادن هر یک از اعداد طبیعی به جای  $n$  به ترتیب جملات الگوی داده شده به دست می‌آید.

ب) گزینه «۴» در دو شکل همنهشت، زوایای نظیر با هم و اضلاع نظیر با هم برابر هستند؛ بنابراین محیط دو شکل نیز با هم برابر است.

پ) گزینه «۳» می‌دانیم یک منشور  $n$  پهلو، دارای  $3n$  بال است؛ بنابراین یک منشور  $8$  پهلو دارای  $24$  بال است.

ت) گزینه «۳» نقطه‌ای روی محور عرض قرار دارد که طول آن صفر است.

-۴) با توجه به راهبرد حل مسئله ساده‌تر، داریم:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{15}{32}$$

بنابراین حاصل برابر با کسری است که مخرج آن با آخرین کسر برابر و صورت آن

از نصف مخرج یک واحد کمتر است.  $\frac{1}{512} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{512} = \frac{255}{512}$

-۵) دو عدد داده شده را با علامت در جدول ارزش مکانی قرار داده و حاصل هر

ص	۵	۵
۲	۸	۳
-۳	۰	۷
-۱	+۸	-۴
$-100 + 80 - 4 = -24$		

ستون را به دست می‌آوریم.

-۶) با توجه به اولویت عملیات‌های ریاضی ابتدا از سمت چپ، یعنی از ضرب شروع می‌کنیم.  $(-5) \times (+4) \div (-2) = (-20) \div (-2) = +10$

-۷) -الف) عبارت جبری متناظر با عبارت کلامی داده شده برابر است با: (عدد موردنظر

$$\frac{1}{2}x + 5 \quad \text{فرض می‌کنیم}$$

ب) با توجه به خاصیت پخشی، عدد پشت پرانتز را در هر یک از جملات داخل پرانتز، ضرب می‌کنیم و جملات مشابه را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

$$6n - m + 11 - 2(4m - n + 5) = 6n - m + 11 - 12m + 3n - 15$$

$$= 9n - 13m - 4$$

-۸) تمامی پاره خط‌های روی شکل عبارت‌اند از:

AB, BC, CD, AD, AC, OC, BD, OB, OD

بنابراین در شکل  $10$  پاره خط وجود دارد.

ب) چون دو شکل داده شده همنهشت هستند، بنابراین زوایا و اضلاع نظیر با هم برابرند.

-۹) برای ساده‌کردن کسر، ابتدا اعداد را تجزیه کرده و سپس «ب.م.م» آن‌ها را به دست می‌آوریم.

$$36 = 2^2 \times 3^2, \quad 48 = 2^4 \times 3 \Rightarrow (36, 48) = 2^2 \times 3 = 12$$

بنابراین صورت و مخرج را برابر  $12$  ساده می‌کنیم.

-۱۰) حاصل ضرب «ب.م.م» و «ک.م.م» دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است. حاصل ضرب دو عدد  $= \text{ب.م.م.} \times \text{ک.م.م.}$  بنابراین:

$$132 \times 6 = 792$$

### آزمون شماره ۹ (نوبت دوم)

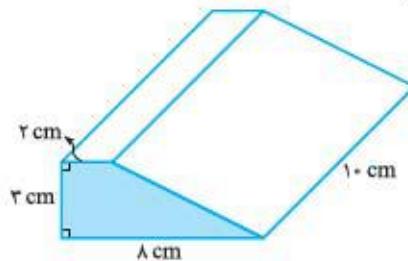
-۱) -الف) درست است. به طور مثال گزینه  $2$  برابر  $3$  و گزینه  $2$  یعنی  $2$  را گزینه می‌کنیم که برابر  $2$  است، بنابراین گزینه  $2$  هر عدد با خود آن عدد برابر است.

ب) درست است.  $\sqrt{49 \times 25} = \sqrt{49} \times \sqrt{25} = 7 \times 5 = 35$  است که حاصل آن  $35$  است.

پ) نادرست است. برای گزینه کردن هر نقطه نسبت به محور طول‌ها، عرض آن را گزینه می‌کنیم؛ بنابراین گزینه نقطه  $2$  نسبت به محور طول‌ها برابر  $2$  است.

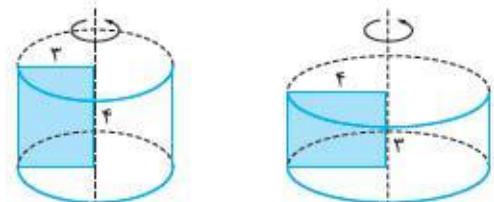
ت) نادرست است. در هر بار پرتاب سکه احتمال روآمدن سکه  $\frac{1}{2}$  است و در  $400$  بار پرتاب، انتظار داریم  $200$  بار رو بیاید، اما ممکن است  $300$  بار نیز رو بیاید.

۱۱- ابتدا مساحت وجه رویه رویی (قاعده) که یک ذوزنقه است را حساب می‌کنیم و در ارتفاع، یعنی  $10$  ضرب می‌کنیم:



$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{مجموع دو قاعده})}{2} = \frac{(8+10) \times 2}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

۱۲- حجم حاصل از هر دوران یک استوانه است. هنگامی که مستطیل را حول عرض دوران می‌دهیم، استوانه‌ای به ارتفاع عرض مستطیل و شعاع قاعده به اندازه طول مستطیل به دست می‌آید. و هنگامی که حول طول دوران می‌دهیم، استوانه‌ای به ارتفاع طول مستطیل و شعاع قاعده به اندازه عرض مستطیل به دست می‌آید.



$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} &= \text{حجم استوانه (1)} \\ &= \text{حاصل از دوران حول عرض} \\ &= 4 \times 4 \times \pi \times 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} &= \text{حجم استوانه (2)} \\ &= \text{حاصل از دوران حول طول} \\ &= 3 \times 3 \times \pi \times 4 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{حجم استوانه (1)}}{\text{حجم استوانه (2)}} = \frac{4 \times 3 \times \pi \times 3}{3 \times 4 \times \pi \times 4} = \frac{3}{4}$$

۱۳- مجذور یعنی به توان  $2$  و مکعب یعنی به توان  $3$ .

$$(\circ / 1)^2 = (\circ / 1) \times (\circ / 1) = \circ / \circ$$

$$(\circ / 1)^3 = (\circ / 1) \times (\circ / 1) \times (\circ / 1) = \circ / \circ \circ$$

$$\circ / \circ \circ - \text{مجذور}(\circ / 1)$$

۱۴- (الف) می‌دانیم  $25$  برابر است با  $5 \times 5$  یعنی  $5^2$  و با توجه به قوانین ضرب اعداد توان داریم:

(ب) پایه‌ها مساوی است، بنابراین توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$7^6 \times 7^7 \times 7^{11} = 7^{14}$$

۱۵- (الف) حاصل ضرب زیر رادیکال برابر  $\sqrt{100 \times 81} = 10 \times 9 = 90$  می‌باشد که جذر آن برابر  $90^\circ$  است.

(ب) ابتدا حاصل جمع زیر رادیکال را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

۱۶- با توجه به جمع مختصاتی داده شده، داریم:

$$\begin{cases} x + 3 = 6 \\ -2 + y = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -6 \end{cases}$$

# درس نامه

## برای شب امتحان



**پاسخ** برای بررسی کلیه حالات ممکن، با نظم و ترتیب مشخص جدول زیر را تشکیل می‌دهیم و در هر حالت تعداد سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی را طوری انتخاب می‌کنیم که مجموع آن‌ها برابر ۶۰۰ تومان گردد.

تعداد سکه ۵۰ تومانی	تعداد سکه ۱۰۰ تومانی
۱۰	۱
۸	۲
۶	۳
۴	۴
۲	۵

بنابراین به ۵ حالت مختلف با استفاده از هر دو نوع سکه می‌تواند کرایه را پرداخت کند.

### ۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

در حل دستهای از مسائل، ابتدا تمامی حالت‌های ممکن را نوشت، سپس با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.

**مثال** با ارقام ۷، ۱۰ و ۵ چند عدد سه‌ رقمی می‌توان ساخت که بر ۲ و ۵ بخش‌ پذیر باشند؟ (تکرار ارقام مجاز است).

**پاسخ** ابتدا تمامی عده‌های سه‌ رقمی که با ارقام ۷ و ۱۰ و ۵ می‌توان ساخت را می‌نویسیم:

حال اعدادی را که بر ۲ و ۵ یعنی بر ۱۰ بخش‌پذیرند انتخاب کرده و سایر اعداد (حالات) را حذف می‌کنیم و داریم:

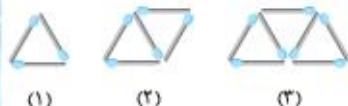
### ۴- راهبرد الگویابی

در حل دستهای از مسائل، اگر بین شکل‌ها یا عده‌ها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد، می‌توانیم با کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین الگوهای عددی یا هندسی قادر باشیم خواسته مسئله را به دست بیاوریم.

**مثال** (الف) سه عدد بعدی الگوی زیر را بنویسید.

۱، ۴، ۹، ۱۶، ...، ...، ...

(ب) شکل يازدهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟



(۱) (۲) (۳)

**پاسخ** (الف) اعداد الگو به ترتیب از ضرب هر یک از اعداد طبیعی در خودشان ساخته شده‌اند؛ بنابراین سه عدد بعدی عبارت‌اند از:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & , & 4 & , & 9 & , & 16 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 \times 1 & 2 \times 2 & 3 \times 3 & 4 \times 4 & 5 \times 5 & 6 \times 6 & 7 \times 7 \end{array}$$

## فصل ۱

### راهبردهای حل مسئله

برای حل یک مسئله، راهبردهای متفاوتی وجود دارد که با توجه به نوع مسئله، راهبرد مناسب را انتخاب می‌کنیم. در این فصل با ۸ راهبرد برای حل مسئله آشنا می‌شویم و هر کدام را جداگانه با حل مثال بررسی می‌کنیم.

#### ۱- راهبرد رسم شکل

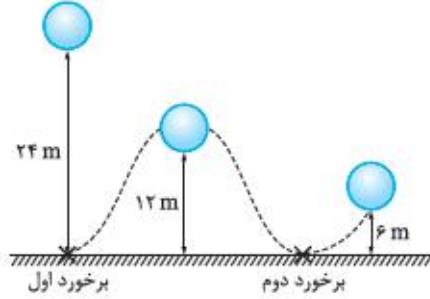
در دستهای از مسائل، کشیدن شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کرده و یا به طوری که نیاز به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد، مسئله را به طور کامل حل کند.

#### مثال

توپی از ارتفاع ۲۴ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر توپ بر اثر برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا بیاید:

(الف) بعد از دومین برخورد با زمین، تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟  
(مشابه صفحه ۱۴ کتاب درس)

(ب) تا لحظه برخورد با زمین برای بار دوم، چند متر را طی کرده است؟  
با توجه به راهبرد رسم شکل مسیر توپ را رسم می‌کنیم:



(الف) همان‌طور که در شکل مشخص است، پس از برخورد دوم، توپ تا ارتفاع ۶ متری بالا می‌آید.

(ب) طول مسیری که توپ تا دومین برخورد با زمین طی می‌کند برابر است  $24 + 12 + 12 = 48 \text{ m}$  با:

#### ۲- راهبرد الگوسازی

در حل دستهای از مسائل باید تمامی حالت‌های ممکن را بنویسیم و برای این که حالتی از قلم نیفتد و یا حالتی را به صورت تکراری شمارش نکنیم، بهتر است حالات ممکن را با نظم و ترتیب مشخصی بنویسیم.

#### مثال

عرفان، تعدادی سکه ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی دارد. او سوار تاکسی شده و می‌خواهد کرایه خود را که ۶۰۰ تومان شده با استفاده از هر دو نوع سکه حساب کند. او به چند حالت می‌تواند این کار را انجام دهد؟ همه حالت‌ها را بنویسید.  
(مشابه صفحه ۳۴ کتاب درس)



**مثال**

$$\text{حاصل عبارت } \frac{1}{729} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} \text{ چه قدر می شود؟}$$

(مشابه صفحه ۸ کتاب درس)

**پاسخ** ابتدا ساده شده عبارت صورت سؤال را در چند مورد حل می کنیم تا  
گلوبی حل سؤال اصلی را به دست بیاوریم.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{3+1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{9}{27} + \frac{3}{27} + \frac{1}{27} = \frac{13}{27}$$

با توجه به حاصل عبارات به دست آمده، همان طور که مشاهده می شود، مخرج  
کسر حاصل برابر مخرج آخرین کسر و صورت آن برابر است با نصف عدد قبلی  
مخرج کسر آخر؛ بنابراین:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{729} = \frac{364}{729}$$

**۸-راهبرد روش نمادین**

راهبرد روش نمادین، در حقیقت همان حل مسئله به کمک معادله می باشد و  
ما می بحث معادله را در فصل ۳ به طور کامل شرح خواهیم داد. اما در اینجا به  
طور کلی می توان گفت در برخی مسائل می توانیم با کمک نمادهای جبری و  
شوابط و اطلاعات مسئله، یک تساوی تشکیل دهیم و سپس به حل آن پردازیم.

**مثال** اگر به سه برابر عددی ۱۸ واحد اضافه کنیم، حاصل برابر ۴۵ می شود. آن  
عدد را به دست آورید؟

**پاسخ** اگر عدد موردنظر در سؤال را برابر ۰ در نظر بگیریم، اطلاعات داده شده  
در صورت سؤال را می توانیم به صورت تساوی زیر نشان دهیم:  
 $3 \times 0 + 18 = 45$

حال اگر بخواهیم عددی را که باید در دایره قرار بگیرد، از طریق حدس و  
آزمایش به دست بیاوریم، برای این که تساوی برقرار باشد به جای دایره باید  
عدد ۹ را قرار دهیم.

**عددهای صحیح****فصل ۲****عددهای طبیعی**

به عددهای ...، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... عددهای طبیعی می گوییم و آنها را با نماد  $\mathbb{N}$   
نمایش می دهیم.

**نکته** دقت کنید که کوچکترین عدد طبیعی ۱ و بزرگترین عدد طبیعی  
نامشخص است.

**عددهای صحیح**

به عددهای ...، -۳، -۲، -۱، ۰، ۱، ۲، ۳، ... عددهای صحیح می گوییم و  
آنها را با نماد  $\mathbb{Z}$  نمایش می دهیم.

**مثال**

چندتا از اعداد زیر، عدد صحیح هستند؟

$$\frac{1}{5}, -\frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{2}{10}, \frac{5}{13}, +\frac{5}{13}, -\frac{5}{10}, \frac{1}{1394}, \dots$$

۵

۴

۳

۲

۱

ب) شکل اول از سه چوب کبریت و شکل دوم ۵ چوب کبریت ساخته شده  
است و با دقت در الگوی بین شکل ها می توان گفت هر شکل با اضافه کردن دو  
چوب کبریت به شکل قبلی ساخته می شود؛ بنابراین شکل بارزه با اضافه کردن  
۳ + ۲۰ = ۲۳ چوب کبریت به شکل اول ساخته می شود.

**۵-راهبرد حدس و آزمایش**

در حل دستهای از مسائل ممکن است روش و راه حل مستقیمی وجود نداشته  
باشد و یا راه رسیدن به جواب، طولانی و دشوار باشد که می توانیم با یک روش  
منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنیم و با توجه به شوابط مسئله،  
حدس خود را بررسی کنیم.

**مثال**

در یک قفس شیشهای تعدادی ملخ و عنکبوت در کنار هم هستند.  
اگر تعداد سرها ۱۱ تا و مجموع پاهای آنها ۷۲ تا باشد، چند ملخ و چند  
عنکبوت در این قفس وجود دارند؟ (ملخ ها ۶ پا و عنکبوت ها ۸ پا دارند.)

(مشابه صفحه ۶ کتاب درس)

**پاسخ** با رسم یک جدول، در هر مرحله تعداد ملخها و عنکبوتها را حدس  
می زنیم؛ سپس مجموع پاهای را حساب کرده و با شوابط مسئله مقایسه می کنیم.

نتیجه آزمایش	تعداد پاهای عنکبوت	تعداد ملخها	تعداد پاهای ملخ
✗	۵	۶	$5 \times 6 + 6 \times 8 = 78$
✗	۷	۴	$7 \times 6 + 4 \times 8 = 74$
✓	۸	۲	$8 \times 6 + 3 \times 8 = 72$

بنابراین ۸ ملخ و ۳ عنکبوت در قفس داریم.

**۶-راهبرد زیرمسئله**

در مورد دستهای از مسائل که پیچیده و چندمرحله‌ای می باشند، بهتر است که  
آنها را به چند مسئله ساده تبدیل کرده و سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهیم.

**مثال** سیم نازکی را به شکل یک مثلث متساوی‌الاضلاع درآورده‌ایم و اندازه هر  
ضلع مثلث ۱۲ سانتی‌متر شد. اگر همین سیم را به شکل مربع درآوریم،  
مساحت مربع چند سانتی‌متر مربع است؟

**پاسخ** مسئله را با انجام مراحل ساده‌تر حل می کنیم و برای این کار، ابتدا  
طول سیم را که همان محیط مثلث متساوی‌الاضلاع است، حساب می کنیم:  
 $3 \times 12 = 36 \text{ cm}$

حال اگر با این سیم مربعی درست کنیم، طول هر ضلع آن برابر است با:

$$36 \div 4 = 9 \text{ cm}$$

$$9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$$

و در نهایت مساحت مربع برابر است با:

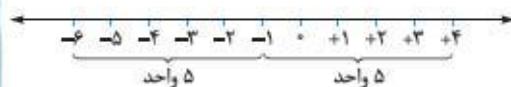
**۷-راهبرد حل مسئله ساده‌تر**

در دستهای از مسائل که طولانی هستند و یا دارای عددهای خیلی بزرگ و  
اعشاری می باشند، می توانیم ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در  
ارتباط است حل کنیم به طوری که مثلاً از اعداد تقریبی یا عددهای کوچکتر  
استفاده کنیم و یا با پیدا کردن الگوی از مسئله ساده‌تر، در حل مسئله اصلی از  
آن کمک گرفته و در نهایت با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده‌تر، جواب  
مسئله اصلی را به دست می آوریم.

**۶** اگر قرینه عددی را نسبت به عددی غیر از صفر بخواهیم؛ مثلاً قرینه  $+5$  را نسبت به  $+12$  بخواهیم. ابتدا این دو عدد را روی محور اعداد در نظر می‌گیریم و می‌دانیم که باید  $+5$  و قرینه آن، هر دو از  $+12$  فاصله یکسان داشته باشند. به عبارت دیگر  $+12$  درست وسط آنها قرار بگیرد. به این خاطر ابتدا فاصله  $+5$  از  $+12$  را به دست می‌آوریم که برابر  $+7$  است و همین مقدار را به  $+12$  اضافه می‌کنیم که عدد  $+19$  به دست می‌آید؛ بنابراین در حالت کلی، قرینه عدد  $a$  نسبت به عدد  $b$  برابر است با  $-a - b$ .

**مثال** قرینه عدد  $+4$  نسبت به  $-1$  را به دست آورید.

**پاسخ** با توجه به محور اعداد مقابل فاصله  $+4$  از  $-1$  برابر  $5$  واحد است. و چون  $+4$  از  $-1$  بزرگتر است؛ بنابراین از  $-1$ ، پنج واحد به عقب رفته و به  $-6$  می‌رسیم:



### جمع اعداد صحیح

برای جمع اعداد صحیح بدون استفاده از محور و جدول ارزش مکانی، دو حالت کلی داریم:  
**الف** اگر دو عدد هم علامت باشند، عدهای را با هم جمع کرده و در آخر یکی از علامت‌ها را برای حاصل قرار می‌دهیم:

$$(-13 + 29) = -42$$

**ب** اگر دو عدد هم علامت نباشند، بدون در نظر گرفتن علامت، اختلاف دو عدد را حساب کرده، سپس علامت عددی که مقدار آن بیشتر است را برای حاصل قرار می‌دهیم:  
 $(-17) + (+9) = -8$   
 $24 + (-15) = +9$

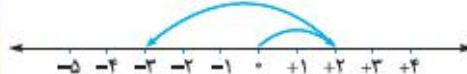
### جمع اعداد صحیح روی محور

برای نمایش جمع اعداد صحیح روی محور ابتدا از صفر به ازای عدد اول روی محور یک حرکت نشان داده و از انتهای فلش حرکت اول به اندازه عدد دوم و در جهت علامت آن، حرکت می‌کنیم تا حاصل مشخص شود.

**مثال** حاصل عبارت  $(-5) + 2$  را با استفاده از محور به دست آورید.

(مشابه فعالیت صفحه ۱۶)

**پاسخ** ابتدا از صفر، طی یک حرکت  $2$  واحد به سمت راست حرکت می‌کنیم؛ سپس از  $+2$  (انتهای حرکت اول)  $5$  واحد به سمت چپ حرکت می‌کنیم تا به  $-3$  برسیم؛ بنابراین:



### تفريق اعداد صحیح

برای تفرقی اعداد صحیح ابتدا عمل تفرقی را به جمع تبدیل کرده، سپس با توجه به حالت‌هایی که در جمع اعداد صحیح گفته شد، عمل می‌کنیم.

**نکره** برای تبدیل تفرقی به جمع کافی است عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع کنید.  
 $(-5) - 9 = (-5) + (-9) = -14$

**پاسخ** هر یک از اعداد داده شده را بررسی می‌کنیم.

\* صحیح نیست:  $\frac{1}{5} - 4 = \frac{1}{5}$

\* صحیح نیست:  $\frac{-5}{13} = \frac{-5}{13}$

\* صحیح نیست:  $\frac{5}{\frac{1}{10}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 5$

بنابراین  $3$  تا از اعداد داده شده صحیح هستند و  $2$  درست است.

### نکات مهم اعداد صحیح

**۱** اگر به اعداد طبیعی و اعداد صحیح دقت کنید، مشخص است که هر عدد طبیعی عددی صحیح است، به طور مثال هنگامی که می‌نویسیم  $2$ ، منظور همان  $+2$  می‌باشد.

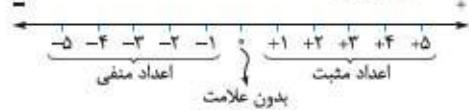
**۲** اعداد صحیح شامل سه دسته زیر می‌شوند:

**الف** اعداد مثبت (همان اعداد طبیعی)

**ب** اعداد صفر

**پ** اعداد منفی (قرینه اعداد طبیعی)

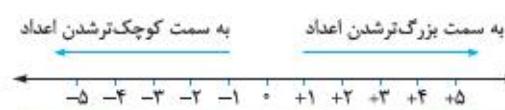
**نکره** دقت کنید که عدد صفر یک دسته جداگانه می‌باشد؛ یعنی نه مثبت است، نه منفی. در واقع عدد صفر، بدون علامت است.



**۳** از آن جا که اعداد صحیح از سمت مثبت‌ها و منفی‌ها ادامه دارند؛ بنابراین بزرگترین و کوچک‌ترین عدد صحیح نامشخص هستند.

**۴** روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت مثبت‌ها (راست) حرکت کنیم، اعداد بزرگتر و هر چه به سمت منفی‌ها (چپ) حرکت کنیم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند؛ بنابراین اعداد مثبت از صفر بزرگ‌تر و اعداد منفی از صفر کوچک‌تر هستند و نیز اعداد منفی هر چه مقدار بزرگ‌تری داشته باشند ارزش آنها کمتر است.

به طور مثال:  $-2 < -99$



**نکره** درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) بین  $-2$  و  $1$  تنها دو عدد صحیح قرار دارد.

ب) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی،  $-10$  است.

**پاسخ** الف) درست است. بین  $-2$  و  $1$  اعداد صفر و  $-1$  قرار دارند که دو عدد صحیح هستند.

ب) نادرست است. می‌دانیم روی محور اعداد، هر چه به سمت (منفی‌ها) حرکت کنیم، عدهای کوچک‌تر می‌شوند؛ بنابراین کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی،  $-99$  است.

**۵** اگر علامت عددی را تغییر دهیم، آن عدد نسبت به صفر قرینه می‌شود. با کمی توجه مشخص است که فاصله هر عدد و قرینه آن تا صفر با هم برابر است:

$$+7 = \text{قرینه } -17$$

در قرینه کردن اعداد، اگر تعداد علامت‌های منفی؛ زوج بود، علامت نهایی مثبت است و اگر تعداد علامت‌های منفی، فرد بود، علامت نهایی منفی می‌شود.

$$\begin{aligned} -(-(-47)) &= +47 \\ -(-(-23)) &= -23 \end{aligned}$$