

آزمون‌های مبحثی و جامع + پاسخ‌های تشریحی

موج آزمون ریاضه

ویراست سوم

کاظم اجلالی، ارشک حمیدی



انتشرالگو

پیشگفتار

سال‌هاست که در کشور ما اصلی‌ترین راه ورود به دانشگاه، قبولی در کنکور است. آزمونی که ویژگی اصلی‌اش چهارگزینه‌ای بودن پرسش‌هاست. از این‌رو، رویکرد آموزشی بسیاری از معلمان، به‌ویژه در سال‌های پایانی دوره متوسطه، تدریس مطالب درسی بر پایه پرسش‌های چهارگزینه‌ای است. به همین دلیل، هر چند بعید است شما پیش از سال دوازدهم تحصیل‌تان با پرسش‌های چهارگزینه‌ای دست و پنجه نرم نکرده باشید، اگر قصد ورود به دانشگاه را دارید، گریزی از مواجهه با پرسش‌های چهارگزینه‌ای نیست!

کتاب‌های **موج‌آزمون** ویژه آمادگی برای کنکور است. کتابی که در دست دارید، مربوط به درس‌های ریاضی ۱ سال دهم، ریاضی ۲ سال یازدهم و ریاضی ۳ سال دوازدهم است. در این کتاب، همه مباحث این درس‌ها را در چهارده فصل تنظیم کرده‌ایم. در هر آزمون، ده پرسش چهارگزینه‌ای مربوط به همان مبحث را آورده‌ایم. در انتهای هر فصل، چند آزمون جامع مربوط به مباحث همان فصل را آورده‌ایم. فصل پانزدهم را به آزمون‌های جامع اختصاص داده‌ایم. در این فصل، آزمون‌هایی شبیه کنکورهای سال‌های مختلف آورده‌ایم، که در نتیجه سطح دشواری آن‌ها مختلف و متنوع است. کنکورهای سال‌های اخیر را نیز در همین فصل قرار داده‌ایم.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، دکتر آریس آفانیانس، خانم‌ها فهیمه گودرزی و عاطفه ربیعی و آقای سجاد مرادی برای ویراستاری علمی کتاب، خانم مریم احمدی برای صفحه‌آرایی کتاب، خانم الهام اسماعیل‌زاده برای رسم شکل‌ها و خانم سکینه مختار مدیر واحد ویراستاری و حروفچینی تشکر و قدردانی کنیم.

مؤلفان

فهرست

● فصل اول: بازه و مجموعه

- آزمون ۱۹: بخش پذیری و تقسیم ۲۰
- آزمون ۲۰: آزمون فصل سوم (۱) ۲۱
- آزمون ۲۱: آزمون فصل سوم (۲) ۲۲
- آزمون ۲۲: آزمون فصل سوم (۳) ۲۳
- آزمون ۲۳: آزمون فصل سوم (۴) ۲۴
- آزمون ۲۴: آزمون فصل سوم (۵) ۲۵

- آزمون ۱: مجموعه‌های اعداد ۲
- آزمون ۲: مجموعه‌ها ۳
- آزمون ۳: آزمون فصل اول ۴

● فصل دوم: الگو و دنباله

● فصل چهارم: معادله، تعیین علامت و نامعادله

- آزمون ۲۵: حل معادله درجه دوم ۲۶
- آزمون ۲۶: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۱) ۲۷
- آزمون ۲۷: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۲) ۲۸
- آزمون ۲۸: رابطه بین ضرایب و علامت جواب‌های معادله درجه دوم ۲۹
- آزمون ۲۹: معادله‌های درجه سوم و درجه چهارم خاص ۳۰
- آزمون ۳۰: معادله‌های گویا (۱) ۳۱
- آزمون ۳۱: معادله‌های گویا (۲) ۳۲
- آزمون ۳۲: تعیین علامت و نامعادله (۱) ۳۳
- آزمون ۳۳: تعیین علامت و نامعادله (۲) ۳۴
- آزمون ۳۴: معادله‌های گنگ (۱) ۳۵
- آزمون ۳۵: معادله‌های گنگ (۲) ۳۶
- آزمون ۳۶: آزمون فصل چهارم (۱) ۳۷
- آزمون ۳۷: آزمون فصل چهارم (۲) ۳۸
- آزمون ۳۸: آزمون فصل چهارم (۳) ۳۹

- آزمون ۴: الگو و دنباله ۵
- آزمون ۵: دنباله حسابی (۱) ۶
- آزمون ۶: دنباله حسابی (۲) ۷
- آزمون ۷: دنباله هندسی (۱) ۸
- آزمون ۸: دنباله هندسی (۲) ۹
- آزمون ۹: آزمون فصل دوم (۱) ۱۰
- آزمون ۱۰: آزمون فصل دوم (۲) ۱۱
- آزمون ۱۱: آزمون فصل دوم (۳) ۱۲
- آزمون ۱۲: آزمون فصل دوم (۴) (برگزیده کنکور) ۱۳

● فصل سوم: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم

- آزمون ۱۳: توان و ریشه ۱۴
- آزمون ۱۴: اتحاد (۱) ۱۵
- آزمون ۱۵: اتحاد (۲) ۱۶
- آزمون ۱۶: تجزیه (۱) ۱۷
- آزمون ۱۷: تجزیه (۲) ۱۸
- آزمون ۱۸: گویا کردن مخرج‌های گنگ ۱۹

آزمون ۳۹: آزمون فصل چهارم (۴) (برگزیده کنکور) ۴۰

آزمون ۴۰: آزمون فصل چهارم (۵) (برگزیده کنکور) ۴۱

● فصل پنجم: قدرمطلق و جزء صحیح

آزمون ۴۱: قدرمطلق و ویژگی‌های آن ۴۲

آزمون ۴۲: معادلات و نامعادلات قدرمطلق (۱) ۴۳

آزمون ۴۳: معادلات و نامعادلات قدرمطلق (۲) ۴۴

آزمون ۴۴: توابع شامل قدرمطلق ۴۵

آزمون ۴۵: جزء صحیح و ویژگی‌های آن (۱) ۴۶

آزمون ۴۶: جزء صحیح و ویژگی‌های آن (۲) ۴۷

آزمون ۴۷: توابع شامل جزء صحیح ۴۸

آزمون ۴۸: آزمون فصل پنجم (۱) ۴۹

آزمون ۴۹: آزمون فصل پنجم (۲) ۵۰

آزمون ۵۰: آزمون فصل پنجم (۳) ۵۱

آزمون ۵۱: آزمون فصل پنجم (۴) (برگزیده کنکور) ۵۲

● فصل ششم: توابع نمایی و لگاریتمی

آزمون ۵۲: تابع نمایی (۱) ۵۳

آزمون ۵۳: تابع نمایی (۲) ۵۴

آزمون ۵۴: معادلات و نامعادلات نمایی (۱) ۵۵

آزمون ۵۵: معادلات و نامعادلات نمایی (۲) ۵۶

آزمون ۵۶: لگاریتم (۱) ۵۷

آزمون ۵۷: لگاریتم (۲) ۵۸

آزمون ۵۸: تابع لگاریتمی (۱) ۵۹

آزمون ۵۹: تابع لگاریتمی (۲) ۶۰

آزمون ۶۰: معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۱) ۶۱

آزمون ۶۱: معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۲) ۶۲

آزمون ۶۲: آزمون فصل ششم (۱) ۶۳

آزمون ۶۳: آزمون فصل ششم (۲) ۶۴

آزمون ۶۴: آزمون فصل ششم (۳) ۶۵

آزمون ۶۵: آزمون فصل ششم (۴) (برگزیده کنکور) ۶۶

آزمون ۶۶: آزمون فصل ششم (۵) (برگزیده کنکور) ۶۷

● فصل هفتم: تابع

آزمون ۶۷: مفاهیم اولیه تابع ۶۸

آزمون ۶۸: توابع معروف ۶۹

آزمون ۶۹: سهمی و تابع درجه دوم (۱) ۷۰

آزمون ۷۰: سهمی و تابع درجه دوم (۲) ۷۱

آزمون ۷۱: دامنه و برد تابع و تساوی توابع ۷۲

آزمون ۷۲: مدل‌سازی با توابع ۷۳

آزمون ۷۳: جبر توابع ۷۵

آزمون ۷۴: ترکیب توابع (۱) ۷۶

آزمون ۷۵: ترکیب توابع (۲) ۷۷

آزمون ۷۶: ترکیب توابع (۳) ۷۸

آزمون ۷۷: تبدیل نمودار توابع (۱) ۷۹

آزمون ۷۸: تبدیل نمودار توابع (۲) ۸۱

آزمون ۷۹: توابع یک‌به‌یک ۸۳

آزمون ۸۰: توابع یکنوا (۱) ۸۴

آزمون ۸۱: توابع یکنوا (۲) ۸۵

آزمون ۸۲: تابع وارون (۱) ۸۶

آزمون ۸۳: تابع وارون (۲) ۸۷

آزمون ۸۴: آزمون فصل هفتم (۱) ۸۸

آزمون ۸۵: آزمون فصل هفتم (۲) ۸۹

آزمون ۸۶: آزمون فصل هفتم (۳) ۹۰

آزمون ۸۷: آزمون فصل هفتم (۴) ۹۱

● فصل نهم: حد و پیوستگی

- آزمون ۸۸: آزمون فصل هفتم (۵) ۹۲
- آزمون ۸۹: آزمون فصل هفتم (۶) (برگزیدهٔ کنکور) ۹۳
- آزمون ۹۰: آزمون فصل هفتم (۷) (برگزیدهٔ کنکور) ۹۴
- آزمون ۱۱۲: مفهوم حد و قضایای حد (۱) ۱۱۶
- آزمون ۱۱۳: مفهوم حد و قضایای حد (۲) ۱۱۷
- آزمون ۱۱۴: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ (۱) ۱۱۸
- آزمون ۱۱۵: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ (۲) ۱۱۹
- آزمون ۱۱۶: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (خارج از کتاب درسی) ۱۲۰
- آزمون ۱۱۷: پیوستگی ۱۲۱
- آزمون ۱۱۸: حد بی‌نهایت (۱) ۱۲۲
- آزمون ۱۱۹: حد بی‌نهایت (۲) ۱۲۳
- آزمون ۱۲۰: حد در بی‌نهایت (۱) ۱۲۴
- آزمون ۱۲۱: حد در بی‌نهایت (۲) ۱۲۵
- آزمون ۱۲۲: حالت‌های مبهم $\infty - \infty$ و $\infty \times \infty$ (خارج از کتاب درسی) ۱۲۶
- آزمون ۱۲۳: آزمون فصل نهم (۱) ۱۲۷
- آزمون ۱۲۴: آزمون فصل نهم (۲) ۱۲۸
- آزمون ۱۲۵: آزمون فصل نهم (۳) ۱۲۹
- آزمون ۱۲۶: آزمون فصل نهم (۴) ۱۳۰
- آزمون ۱۲۷: آزمون فصل نهم (۵) ۱۳۱
- آزمون ۱۲۸: آزمون فصل نهم (۶) (برگزیدهٔ کنکور) ۱۳۲
- آزمون ۱۲۹: آزمون فصل نهم (۷) (برگزیدهٔ کنکور) ۱۳۳

● فصل دهم: مشتق

- آزمون ۱۳۰: مفهوم مشتق (۱) ۱۳۴
- آزمون ۱۳۱: مفهوم مشتق (۲) ۱۳۵
- آزمون ۱۳۲: قواعد مشتق‌گیری (۱) ۱۳۶
- آزمون ۱۳۳: قواعد مشتق‌گیری (۲) ۱۳۷
- آزمون ۱۳۴: مشتق تابع مرکب (۱) ۱۳۸

● فصل هشتم: مثلثات

- آزمون ۹۱: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه ۹۵
- آزمون ۹۲: نسبت‌های مثلثاتی در دایرهٔ مثلثاتی ۹۶
- آزمون ۹۳: اتحادهای مثلثاتی (۱) ۹۷
- آزمون ۹۴: اتحادهای مثلثاتی (۲) ۹۸
- آزمون ۹۵: واحدهای اندازه‌گیری زاویه ۹۹
- آزمون ۹۶: نسبت‌های مثلثاتی همهٔ زاویه‌ها (۱) ۱۰۰
- آزمون ۹۷: نسبت‌های مثلثاتی همهٔ زاویه‌ها (۲) ۱۰۱
- آزمون ۹۸: سینوس و کسینوس زاویهٔ 2α (۱) ۱۰۲
- آزمون ۹۹: سینوس و کسینوس زاویهٔ 2α (۲) ۱۰۳
- آزمون ۱۰۰: توابع مثلثاتی (۱) ۱۰۴
- آزمون ۱۰۱: توابع مثلثاتی (۲) ۱۰۵
- آزمون ۱۰۲: معادلات مثلثاتی (۱) ۱۰۶
- آزمون ۱۰۳: معادلات مثلثاتی (۲) ۱۰۷
- آزمون ۱۰۴: معادلات مثلثاتی (۳) ۱۰۸
- آزمون ۱۰۵: آزمون فصل هشتم (۱) ۱۰۹
- آزمون ۱۰۶: آزمون فصل هشتم (۲) ۱۱۰
- آزمون ۱۰۷: آزمون فصل هشتم (۳) ۱۱۱
- آزمون ۱۰۸: آزمون فصل هشتم (۴) ۱۱۲
- آزمون ۱۰۹: آزمون فصل هشتم (۵) ۱۱۳
- آزمون ۱۱۰: آزمون فصل هشتم (۶) (برگزیدهٔ کنکور) ۱۱۴
- آزمون ۱۱۱: آزمون فصل هشتم (۷) (برگزیدهٔ کنکور) ۱۱۵

آزمون ۱۳۵: مشتق تابع مرکب (۲) ۱۳۹

آزمون ۱۳۶: مشتق پذیری ۱۴۰

آزمون ۱۳۷: خط مماس بر نمودار تابع ۱۴۱

آزمون ۱۳۸: آهنگ تغییر ۱۴۲

آزمون ۱۳۹: مشتق دوم ۱۴۳

آزمون ۱۴۰: قاعده هوییتال ۱۴۴

آزمون ۱۴۱: آزمون فصل دهم (۱) ۱۴۵

آزمون ۱۴۲: آزمون فصل دهم (۲) ۱۴۶

آزمون ۱۴۳: آزمون فصل دهم (۳) ۱۴۷

آزمون ۱۴۴: آزمون فصل دهم (۴) ۱۴۸

آزمون ۱۴۵: آزمون فصل دهم (۵) ۱۴۹

آزمون ۱۴۶: آزمون فصل دهم (۶) (برگزیده کنکور) ۱۵۰

آزمون ۱۴۷: آزمون فصل دهم (۷) (برگزیده کنکور) ۱۵۱

● فصل یازدهم: کاربردهای مشتق

آزمون ۱۴۸: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۱) ۱۵۲

آزمون ۱۴۹: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۲) ۱۵۳

آزمون ۱۵۰: نقاط بحرانی ۱۵۴

آزمون ۱۵۱: اکسترم‌های نسبی (۱) ۱۵۵

آزمون ۱۵۲: اکسترم‌های نسبی (۲) ۱۵۶

آزمون ۱۵۳: اکسترم‌های مطلق (۱) ۱۵۷

آزمون ۱۵۴: اکسترم‌های مطلق (۲) ۱۵۸

آزمون ۱۵۵: بهینه‌سازی (۱) ۱۵۹

آزمون ۱۵۶: بهینه‌سازی (۲) ۱۶۰

آزمون ۱۵۷: آزمون فصل یازدهم (۱) ۱۶۱

آزمون ۱۵۸: آزمون فصل یازدهم (۲) ۱۶۲

آزمون ۱۵۹: آزمون فصل یازدهم (۳) ۱۶۳

آزمون ۱۶۰: آزمون فصل یازدهم (۴) ۱۶۴

آزمون ۱۶۱: آزمون فصل یازدهم (۵) ۱۶۵

آزمون ۱۶۲: آزمون فصل یازدهم (۶) (برگزیده کنکور) ۱۶۶

آزمون ۱۶۳: آزمون فصل یازدهم (۷) (برگزیده کنکور) ۱۶۷

● فصل دوازدهم: هندسه تحلیلی

آزمون ۱۶۴: خط راست ۱۶۸

آزمون ۱۶۵: تفکر تجسمی ۱۶۹

آزمون ۱۶۶: بیضی (۱) ۱۷۰

آزمون ۱۶۷: بیضی (۲) ۱۷۲

آزمون ۱۶۸: دایره (۱) ۱۷۴

آزمون ۱۶۹: دایره (۲) ۱۷۵

آزمون ۱۷۰: دایره (۳) ۱۷۶

آزمون ۱۷۱: آزمون فصل دوازدهم (۱) ۱۷۷

آزمون ۱۷۲: آزمون فصل دوازدهم (۲) ۱۷۸

آزمون ۱۷۳: آزمون فصل دوازدهم (۳) ۱۷۹

آزمون ۱۷۴: آزمون فصل دوازدهم (۴) (برگزیده کنکور) ۱۸۰

آزمون ۱۷۵: آزمون فصل دوازدهم (۵) (برگزیده کنکور) ۱۸۱

● فصل سیزدهم: استدلال و هندسه

آزمون ۱۷۶: استدلال، عمودمنصف و نیمساز ۱۸۲

آزمون ۱۷۷: نسبت و تناسب ۱۸۴

آزمون ۱۷۸: قضیه تالس (۱) ۱۸۵

آزمون ۱۷۹: قضیه تالس (۲) ۱۸۷

آزمون ۱۸۰: تشابه (۱) ۱۸۹

آزمون ۱۸۱: تشابه (۲) ۱۹۱

آزمون ۱۸۲: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه (۱) ۱۹۳

● فصل پانزدهم: آزمون‌های جامع و کنکورها

- آزمون ۲۰۹: آزمون جامع (۱) (متناسب با کنکور) ۲۲۳
- آزمون ۲۱۰: آزمون جامع (۲) (متناسب با کنکور) ۲۲۶
- آزمون ۲۱۱: آزمون جامع (۳) (متناسب با کنکور) ۲۲۹
- آزمون ۲۱۲: آزمون جامع (۴) (متناسب با کنکور) ۲۳۲
- آزمون ۲۱۳: آزمون جامع (۵) (متناسب با کنکور) ۲۳۵
- آزمون ۲۱۴: آزمون جامع (۶) (متناسب با کنکور) ۲۳۸
- آزمون ۲۱۵: آزمون جامع (۷) (متناسب با کنکور) ۲۴۱
- آزمون ۲۱۶: آزمون جامع (۸) (متناسب با کنکور) ۲۴۴
- آزمون ۲۱۷: آزمون جامع (۹) (کنکور تجربی سال ۱۳۹۸ - داخل کشور) ۲۴۷
- آزمون ۲۱۸: آزمون جامع (۱۰) (کنکور تجربی سال ۱۳۹۸ - خارج از کشور) ۲۵۰
- آزمون ۲۱۹: آزمون جامع (۱۱) (کنکور تجربی سال ۱۳۹۹ - داخل کشور) ۲۵۳
- آزمون ۲۲۰: آزمون جامع (۱۲) (کنکور تجربی سال ۱۳۹۹ - خارج از کشور) ۲۵۶
- آزمون ۲۲۱: آزمون جامع (۱۳) (کنکور تجربی سال ۱۴۰۰ - داخل کشور) ۲۵۹
- آزمون ۲۲۲: آزمون جامع (۱۴) (کنکور تجربی سال ۱۴۰۰ - خارج از کشور) ۲۶۲

● فصل شانزدهم: پاسخ‌های تشریحی

● فصل هفدهم: پاسخنامه کلیدی

- آزمون ۱۸۳: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه (۲) ۱۹۵
- آزمون ۱۸۴: آزمون فصل سیزدهم (۱) ۱۹۷
- آزمون ۱۸۵: آزمون فصل سیزدهم (۲) ۱۹۸
- آزمون ۱۸۶: آزمون فصل سیزدهم (۳) ۱۹۹
- آزمون ۱۸۷: آزمون فصل سیزدهم (۴) (برگزیده کنکور) ۲۰۱

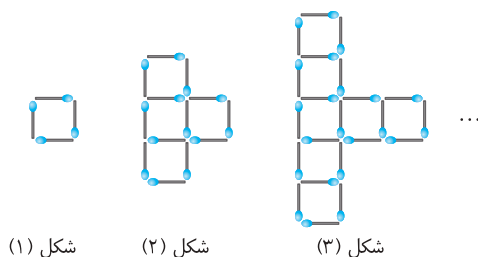
● فصل چهاردهم: آمار و احتمال

- آزمون ۱۸۸: اصل جمع و اصل ضرب (۱) ۲۰۲
- آزمون ۱۸۹: اصل جمع و اصل ضرب (۲) ۲۰۳
- آزمون ۱۹۰: جایگشت (۱) ۲۰۴
- آزمون ۱۹۱: جایگشت (۲) ۲۰۵
- آزمون ۱۹۲: ترکیب (۱) ۲۰۶
- آزمون ۱۹۳: ترکیب (۲) ۲۰۷
- آزمون ۱۹۴: احتمال مقدماتی (۱) ۲۰۸
- آزمون ۱۹۵: احتمال مقدماتی (۲) ۲۰۹
- آزمون ۱۹۶: احتمال مقدماتی (۳) ۲۱۰
- آزمون ۱۹۷: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل (۱) ۲۱۱
- آزمون ۱۹۸: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل (۲) ۲۱۲
- آزمون ۱۹۹: قانون احتمال کل (۱) ۲۱۳
- آزمون ۲۰۰: قانون احتمال کل (۲) ۲۱۴
- آزمون ۲۰۱: آمار (۱) ۲۱۵
- آزمون ۲۰۲: آمار (۲) ۲۱۶
- آزمون ۲۰۳: آزمون فصل چهاردهم (۱) ۲۱۷
- آزمون ۲۰۴: آزمون فصل چهاردهم (۲) ۲۱۸
- آزمون ۲۰۵: آزمون فصل چهاردهم (۳) ۲۱۹
- آزمون ۲۰۶: آزمون فصل چهاردهم (۴) ۲۲۰
- آزمون ۲۰۷: آزمون فصل چهاردهم (۵) (برگزیده کنکور) .. ۲۲۱
- آزمون ۲۰۸: آزمون فصل چهاردهم (۶) (برگزیده کنکور) .. ۲۲۲

الگو و دنباله

آزمون ۴

محل انجام محاسبات



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

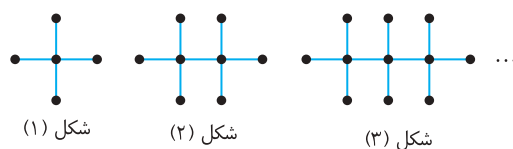
۳۱- تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته برای ساختن شکل چهاردهم در الگوی مقابل چندتا است؟

(۱) ۱۰۳

(۲) ۱۱۲

(۳) ۱۲۱

(۴) ۱۳۰



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

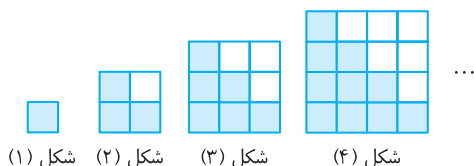
۳۲- تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چندتا است؟

(۱) ۶۰

(۲) ۶۱

(۳) ۶۲

(۴) ۶۴



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

شکل (۴)

۳۳- در الگوی مقابل، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ شده و رنگ نشده در شکل سی‌ام چندتا است؟

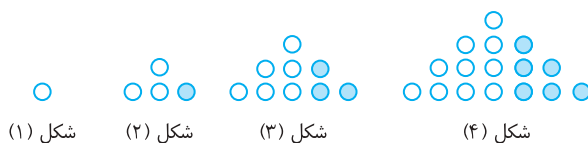
(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۳۵

۳۴- در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با $\frac{8}{17}$ است؟



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

شکل (۴)

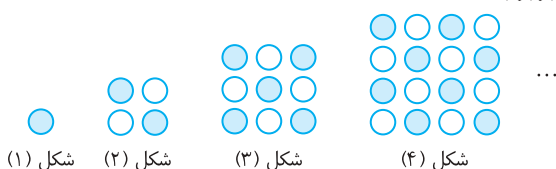
(۱) ۱۸

(۲) ۱۷

(۳) ۱۶

(۴) ۱۵

۳۵- در الگوی زیر، در شکل چندم تعداد گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

شکل (۴)

(۱) ۱۷

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۴

۳۶- همه جمله‌های دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{2n-k}{5n+3}$ با هم برابرند. مقدار k کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{5}$

(۲) $-\frac{4}{5}$

(۳) $-\frac{6}{5}$

(۴) $-\frac{7}{5}$

۳۷- کدام یک می‌تواند جمله عمومی دنباله $2, 3, 10, 15, \dots$ باشد؟

(۱) $n+1$

(۲) $n^2 - (-1)^n$

(۳) $3n^2 - 8n + 7$

(۴) $2n^2 - 5n + 5$

۳۸- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 1$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$ برقرار است. مقدار a_{100} کدام است؟

(۱) $\frac{1}{99}$

(۲) $\frac{1}{100}$

(۳) $\frac{1}{101}$

(۴) $\frac{1}{102}$

۳۹- اگر بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -3n^2 + 12n + c$ برابر ۸ باشد، مقدار c کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) -۸

(۳) ۲۰

(۴) -۴

۴۰- چند جمله از ابتدای دنباله با جمله عمومی $a_n = \log_2 \frac{n}{n+1}$ را جمع کنیم تا حاصل برابر -۳ شود؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

دنباله حسابی (۱)

آزمون ۵

محل انجام محاسبات

۴۱- در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 1$ ، $a_n - a_{n+1} = 2$. در این دنباله مقدار $\frac{a_{10}}{a_5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۲- اگر در دنباله‌ای حسابی $3a_4 + 4a_5 - 7a_9 = 124$ ، قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۸

۴۳- در دنباله حسابی $3x-1, 3x-4, 4x-2, \dots$ جمله چهارم کدام است؟

- (۱) -۱۹ (۲) -۲۲ (۳) -۲۳ (۴) -۲۵

۴۴- چندمین جمله از دنباله حسابی $1, 2, 5, \dots$ برابر ۲۱۸ است؟

- (۱) هفتاد و یکم (۲) هفتاد و چهارم (۳) هفتاد و پنجم (۴) هفتاد و هشتم

۴۵- در دنباله حسابی $2, 6, 10, \dots$ چند جمله کوچک‌تر از ۵۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۸

۴۶- سه زاویه مثلثی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه‌های این مثلث کدام است؟

- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 75° (۴) 90°

۴۷- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. اگر اندازه کوچک‌ترین زاویه برابر 86° باشد، اندازه بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- (۱) 110° (۲) 115° (۳) 120° (۴) 130°

۴۸- در جدول زیر، بین دو عدد $\sqrt{3}-5$ و $\sqrt{3}+5$ ، چهار واسطه حسابی می‌نویسیم. کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم کدام است؟

$\sqrt{3}-5$					$\sqrt{3}+5$
--------------	--	--	--	--	--------------

- (۱) $\sqrt{3}-4$ (۲) $\sqrt{3}-3$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}-1$

۴۹- مجموع سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۵ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴۵ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۵۰- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر قدرنسبت این دنباله است و حاصل ضرب نه جمله نخست این دنباله برابر

$10! \times 10^8$ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۱۰۰۰

دنباله حسابی (۲)

محل انجام محاسبات

۵۱- جمله عمومی دنباله‌ای حسابی به صورت $a_n = \frac{5-2n}{3}$ است. قدرنسبت دنباله چقدر از جمله اول کمتر است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۵۲- در دنباله‌ای حسابی $a_1 + a_3 = 16$ و $a_2 + a_5 + a_8 = 51$. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵۳- جمله عمومی دنباله حسابی $a, 2a-1, 1-3a, \dots$ کدام است؟

- (۱) $1-\frac{n}{2}$ (۲) $n-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}-n$ (۴) $\frac{n}{2}+1$

۵۴- اگر $a+b, a+c, b+c$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، کدام گزینه دنباله‌ای حسابی را نشان می‌دهد؟

- (۱) b, a, c (۲) b, c, a (۳) a, c, b (۴) a, b, c

۵۵- در دنباله حسابی $196, 192, 188, \dots$ نخستین جمله کوچک‌تر از ۱۰ چندمین جمله است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۵۶- در دنباله‌ای حسابی، جمله دهم ۳۲ واحد کمتر از دومین جمله است. اگر جمله چهارم دنباله برابر ۱۵ باشد، چند جمله از دنباله مثبت هستند؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۵۷- اگر جواب‌های معادله $(x-a)(x^2-8x+12)=0$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، a چند مقدار مختلف ممکن است باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۵۸- اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. نسبت طول ضلع بلندتر زاویه قائمه به طول ضلع کوتاه‌تر زاویه قائمه این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۵۹- مجموع چهار جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر صفر و مجموع مربعات آن‌ها برابر ۸۰ است. حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) -۱۸ (۲) -۲۷ (۳) -۳۶ (۴) -۴۵

۶۰- بین دو عدد m^2+3m+4 و m^2+4 ، تعداد $m-1$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله حسابی تشکیل دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دنباله هندسی (۱)

آزمون ۷

محل انجام محاسبات

۶۱- در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n می‌دانیم $a_{n+1} = \frac{3}{2} a_n$. اگر $a_3 = 3$ ، مقدار a_{29} کدام است؟

- (۱) $\frac{3^{27}}{2^{26}}$ (۲) $\frac{3^{28}}{2^{27}}$ (۳) $\frac{3^{29}}{2^{28}}$ (۴) $\frac{3^{30}}{2^{29}}$

۶۲- اگر $\sqrt{a}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[3]{2}$ سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی باشند، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $2\sqrt[6]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[6]{2}$

۶۳- واسطه حسابی جواب‌های معادله‌ای درجه دوم $4/5$ و واسطه هندسی جواب‌های آن $1/5$ است. این معادله کدام است؟

- (۱) $4x^2 - 36x + 9 = 0$ (۲) $4x^2 + 36x + 9 = 0$ (۳) $x^2 - 18x + 9 = 0$ (۴) $x^2 + 18x + 9 = 0$

۶۴- در دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت می‌دانیم $a_1 a_6 = 27$ و $a_4 a_9 = 9$. مقدار a_5 کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۲۷ (۴) ۸۱

۶۵- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هشتم چند برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۶۶- حاصل ضرب پنج جمله متوالی دنباله‌ای هندسی برابر 1024 است. جمله وسط کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۶۷- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $16\sqrt{2}$ هفت واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول $\sqrt{2}$ است). جمله سوم دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $32\sqrt{2}$ (۴) $64\sqrt{2}$

۶۸- جمله هشتاد و نهم دنباله حسابی $\dots, -\frac{95}{8}, -12, \dots$ با جمله ششم دنباله هندسی $\dots, 243, \dots$ برابر است. قدرنسبت

دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۶۹- اگر $a, 8, b$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. اگر ۴ واحد به b اضافه کنیم، اعداد جدید دنباله‌ای هندسی می‌سازند. مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۴

۷۰- جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله‌ای حسابی، سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۲

دنباله هندسی (۲)

محل انجام محاسبات



- ۷۱- در یک دنباله هندسی می‌دانیم $\frac{a_8}{a_6} = \sqrt{2}$. مقدار $\frac{a_7}{a_3}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{8}$
- ۷۲- اگر $2^{x-4}, 4^{3x}, 8^{2-3x}, \dots$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار x کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $-\frac{1}{10}$
- ۷۳- اگر جمله هفتم دنباله هندسی $\log_4 a, \log_{16} a, \dots$ برابر $\frac{1}{32}$ باشد، مقدار a کدام است؟
- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴
- ۷۴- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱، $a_5 - a_1 = 130$ و $a_6 - a_2 = 25$. مقدار a_7 کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{15}{24}$ (۴) $\frac{25}{24}$
- ۷۵- بین اعداد مثبت a و b پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول a است). اگر چهار واسطه هندسی درج می‌کردیم، قدرنسبت دو برابر حالت قبل می‌شد. قدرنسبت دنباله در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، کدام است؟
- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴
- ۷۶- در دنباله‌ای هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۴ و حاصل ضرب آن‌ها ۶۴ است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۷۷- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟
- (۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{2}$ (۴) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$
- ۷۸- اگر اعداد $x+4, x+y, 2x+y$ و سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی و سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار $x+2y$ کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۸
- ۷۹- جملات سوم، پنجم و ششم دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = a - n$ سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی هستند. جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟
- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱
- ۸۰- در یک دنباله حسابی غیرثابت، جملات سوم، پنجم و هشتم به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی‌اند. نسبت جمله چهارم دنباله هندسی به جمله دوازدهم دنباله حسابی کدام است؟
- (۱) $\frac{23}{26}$ (۲) $\frac{25}{26}$ (۳) $\frac{27}{26}$ (۴) $\frac{29}{26}$

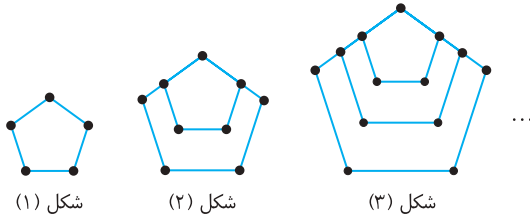
آزمون فصل دوم (۱)

آزمون ۹

محل انجام محاسبات

۸۱- تعداد نقاط روی شکل چندم از الگوی مقابل برابر ۶۱ است؟

- (۱) چهاردهم
(۲) پانزدهم
(۳) شانزدهم
(۴) هفدهم

۸۲- در دنباله با جمله عمومی $a_n = 95n - n^2$ چند جمله مثبت وجود دارد؟

- (۱) ۹۵ (۲) ۹۴ (۳) ۹۰ (۴) ۸۹

۸۳- در دنباله‌ای حسابی $a_5 = 2a_1$. مقدار $15a_{15}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۸۴- اگر $\log_7(16a)$ ، $\log_7(3a+4)$ و $\log_7 a$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۸

۸۵- جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 2 - 3n$ را ۴ واحد کاهش و قدرنسبت را ۶ واحد افزایش می‌دهیم.

جمله بیست و یکم دنباله حسابی جدید کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۲ (۳) ۵۵ (۴) ۵۷

۸۶- در یک دنباله حسابی با n جمله، مجموع سه جمله اول برابر $6 - \sqrt{2}$ و مجموع سه جمله آخر برابر $6 + \sqrt{2}$ است.

مجموع جمله اول و جمله آخر دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۸۷- حاصل ضرب پانزده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{2}, 1, 2, \dots$ کدام است؟

- (۱) 2^{30} (۲) 2^{60} (۳) 2^{75} (۴) 2^{90}

۸۸- اگر عددهای $1-3x$ ، $3+2x$ و $9-y$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و هندسی باشند، حاصل $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۸ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۸۹- اگر x, y, z, t جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، $x+z=20$ و $y+t=60$ ، قدرنسبت این دنباله هندسی

کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- در دنباله‌ای هندسی $a_3 - a_5 = 96$ و $a_8 - a_6 = 12$. جمله پنجم این دنباله چقدر است؟

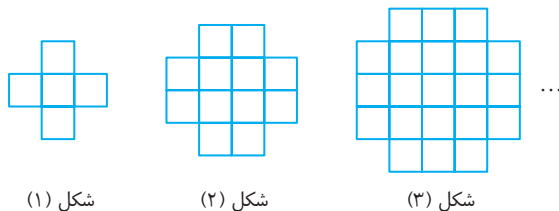
- (۱) -۶۴ (۲) -۱۶ (۳) -۳۲ (۴) -۸

آزمون فصل دوم (۲)

آزمون ۱۰

محل انجام محاسبات

۹۱- الگوی مقابل از مربع‌های 1×1 ساخته شده است. مساحت شکل هشتم کدام است؟



(۱) ۶۴

(۲) ۶۰

(۳) ۹۶

(۴) ۱۰۰

شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۹۲- بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -2n^2 + 19n + 1$ چقدر است؟

(۴) ۴۸

(۳) ۴۷

(۲) ۴۶

(۱) ۴۵

۹۳- اگر جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{2n-1}{n+2}$ باشد، چند جمله این دنباله در بازه $(\frac{9}{10}, \frac{11}{10})$ هستند؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۴- در دنباله‌ای حسابی $a_3 + a_7 = 0$ و $a_3 + a_7 = 128$. قدرنسبت دنباله کدام است؟

(۴) ± 6

(۳) ± 4

(۲) ± 2

(۱) ± 3

۹۵- در دنباله‌ای حسابی مجموع جمله‌های سوم، هفتم، چهاردهم و هجدهم برابر با ۱۰ شده است. مجموع جمله اول و جمله بیستم دنباله چقدر است؟

(۴) ۵

(۳) ۱۰

(۲) ۱۵

(۱) ۲۰

۹۶- اگر x واسطه حسابی $\sin^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha$ و y واسطه هندسی $\tan^2 \alpha$ و $\cot^2 \alpha$ باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟ ($y > 0$)

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) ۲

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۹۷- اگر عددهای جدول زیر جملات متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار xyz کدام است؟

x	$\frac{1}{2}$	y	z	۳۲
---	---------------	---	---	----

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

A				
	$0/125$			
B	۴			۲۰
		a		b

۹۸- در جدول مقابل عددهای ستون A از بالا به پایین جمله‌های متوالی

دنباله‌ای هندسی هستند و عددهای سطر B از چپ به راست جمله‌های

متوالی دنباله‌ای حسابی. مقدار $a+b$ کدام است؟

(۱) ۵۶

(۲) ۵۸

(۳) ۶۰

(۴) ۶۲

۹۹- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جمله‌های متوالی یک دنباله حسابی‌اند. اگر قدرنسبت دنباله هندسی عددی مثبت باشد، مقدار آن کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$

(۱) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

۱۰۰- مجموع جمله‌های دنباله حسابی a, b, c برابر ۱۵ است. اگر $a+8, b+6, c+4$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار ac کدام است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۲۱

(۲) ۱۸

(۱) ۱۵

آزمون فصل دوم (۳)

آزمون ۱۱

محل انجام محاسبات

۱۰۱- اگر جمله صدم دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{a\sqrt{n}+7}{\sqrt{n}+1}$ برابر $\frac{5}{22}$ باشد، جمله شانزدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{44}{25}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{26}{25}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۰۲- چند جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -(\log n)^2 + 3 \log n - 2$ مثبت اند؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴) ۹۱

۱۰۳- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 5$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1}a_n = 2$ برقرار است. حاصل ضرب

بیست و یک جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۴۲۰۰ (۲) ۵۱۲۰ (۳) ۶۱۸۰ (۴) ۶۹۰۰

۱۰۴- در مورد دنباله با جمله عمومی a_n می دانیم $a_1 = 5$ و به ازای هر عدد طبیعی n ، $a_{n+1} = 9 - a_n$. مجموع بیست

جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۸۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۸۰

۱۰۵- مجموع بیست جمله نخست دنباله با جمله عمومی $a_n = n - 2\left[\frac{n}{2}\right]$ چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۱۰۶- جملات دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - n$ را طوری دسته بندی می کنیم که در هر دسته به تعداد دو برابر شماره

آن دسته عدد وجود داشته باشد. جمله اول دسته بیستم کدام است؟

- (۱) 190×191 (۲) 380×381 (۳) 381×382 (۴) 189×190

۱۰۷- عددهای حقیقی و مثبت a ، b و c جمله های متوالی دنباله ای حسابی اند و $abc = 4$. کمترین مقدار ممکن b

کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{6}$ (۴) $\sqrt[3]{32}$

۱۰۸- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با

قدرنسبت مثبت اند. مقدار این قدرنسبت کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۲) $\frac{15}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۱۰۹- a_1 ، a_2 و a_3 سه جمله نخست دنباله ای هندسی هستند، $a_1 > 0$ و $a_1 + 14a_2 + 5a_3 > 9a_1$. قدرنسبت این دنباله در

کدام بازه نمی تواند باشد؟

- (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $\left[\frac{5}{9}, 1\right]$ (۳) $\left[1, \frac{9}{5}\right]$ (۴) $(-\infty, 0)$

۱۱۰- اگر a ، b ، c سه جمله متوالی دنباله ای هندسی و غیر ثابت باشند و $a + b + c = kb$ ، کدام درست است؟

- (۱) $-1 \leq k < 3$ (۲) $k \leq -1$ یا $k \geq 3$ (۳) $-1 \leq k < 2$ (۴) $k \leq -1$ یا $k > 2$

آزمون فصل دوم (۴) (برگزیده کنکور)

محل انجام محاسبات

۱۱۱- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} + 1$. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۱۵۹ (۳) ۲۴۷ (۴) ۲۵۵

۱۱۲- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} - 2$. مقدار $a_8 - a_7$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۱۱۳- اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ ، 2^b سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی اند. واسطه حسابی a و b کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۱۴- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.

قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۱۵- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.

قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۱۶- اعداد $4p-1$ ، $3p+4$ ، $3p+3$ ، $2p+3$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۱۷- در یک دنباله حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله ای هندسی با قدرنسبت بزرگ تر

از ۱ هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۱۸- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله

این دنباله، صفر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۱۱۹- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع جمله دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جمله

بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) $37/5$ (۴) $38/5$

۱۲۰- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی برابر ۱۹ و حاصل ضرب آنها برابر ۲۱۶ است. تفاضل کوچک ترین و

بزرگ ترین این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

آزمون جامع (۷) (متناسب با کنکور)

محل انجام محاسبات

۲۲۶۱- مجموع چهار جمله اول از یک دنباله حسابی غیرثابت چهار برابر ریشه چهارم حاصل ضرب این جملات است. جمله

اول دنباله چند برابر قدرنسبت آن است؟

(۱) $\frac{\pm 3\sqrt{10} - 30}{20}$ (۲) $\frac{30 \pm 3\sqrt{10}}{20}$ (۳) $\frac{\pm 3\sqrt{10} - 15}{10}$ (۴) $\frac{15 \pm 3\sqrt{10}}{10}$

۲۲۶۲- اگر $a^2 + b^2 = 3$ و $a^4 + b^4 = 7$ ، بیشترین مقدار ممکن a کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

۲۲۶۳- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه x در ناحیه سوم باشد و $\sin x - \cos x = \frac{1}{4}$ ، مقدار $\sin x$ کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{31}$ (۲) $-1 - \sqrt{31}$ (۳) $-1 + \sqrt{31}$ (۴) $1 + \sqrt{31}$

۲۲۶۴- رأس سهمی $y = 2x^2 + 4mx - m$ به‌ازای مقادیر مختلف m روی کدام سهمی قرار دارد؟

(۱) $y = -2x^2 + x$ (۲) $y = 2x^2 - x$ (۳) $y = -2x^2 - x$ (۴) $y = 2x^2 + x$

۲۲۶۵- چند عدد شش‌رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که یکان آن عددی اول و اولین رقم سمت چپ آن‌ها عددی زوج است؟

(۱) $15P(8, 4)$ (۲) $16P(8, 4)$ (۳) $17P(8, 4)$ (۴) $19P(8, 4)$

۲۲۶۶- فاصله نقطه تلاقی خطوط $y = x - 3k$ و $y = -x + k$ از نقطه تلاقی خطوط $y = 2x - k$ و $y = x + k + 1$ حداقل

مقدار ممکن است. مقدار k چقدر از این فاصله کمتر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۲۶۷- حاصل ضرب کمترین مقدار و بیشترین مقدار ممکن برای مجموع مربعات جواب‌های حقیقی معادله $x^2 + 2x + a^2 = 0$

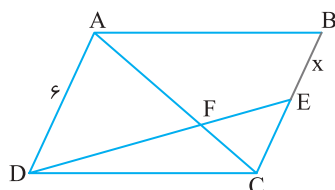
کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۲۲۶۸- معادله $\sqrt[3]{x^2 - 9} = x - 1$ چند جواب دارد؟

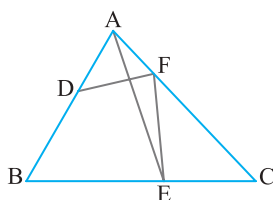
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۶۹- در شکل مقابل ABCD متوازی‌الاضلاع است و $AF = 3FC$. مقدار x کدام است؟



(۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) $4/5$

۲۲۷۰- در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC برابر ۱۰ است، $AD = 2$ و $DB = 3$. اگر مساحت مثلث ABE و مساحت



چهارضلعی DBEF هر دو برابر با S باشد، مقدار S کدام است؟

(۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

۲۲۷۱- اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2x - \frac{k}{2x}} + 2k$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، مجموعه مقادیر ممکن k کدام است؟

(۱) $[-\frac{4}{3}, 0]$ (۲) $[-1, 0]$ (۳) $[-1, \frac{1}{3}]$ (۴) $(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$

۲۲۷۲- اگر $f(x) = \sqrt{4|x| - x^2} + 3x$ و $g(x) = \sqrt{4|x| - x^2} - 3x$ ، برد تابع $f \times g$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, \frac{2}{5}]$ (۲) $[-144, +\infty)$ (۳) $[-144, \frac{2}{5}]$ (۴) $[-81, \frac{1}{5}]$

۲۲۷۳- اگر $\tan \frac{\pi}{10} = \frac{1}{32}$ ، مقدار عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{10} + 2 \cos \frac{31\pi}{10}}{\sin \frac{2\pi}{5}}$ کدام است؟

- (۱) $-2/32$ (۲) $-1/68$ (۳) $2/32$ (۴) $1/68$

۲۲۷۴- اگر a جواب معادله $3^{x-\frac{1}{2}} - 3^{x+\frac{1}{2}} = 2^{2x-1}$ باشد، مقدار $a^2 - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۲۷۵- اگر $\log_y x + \log_x y = \frac{5}{2}$ و $xy = 27$ ، مقدار $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۲۷۶- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Z} \\ [x] & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \in \mathbb{Z} \\ -x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

۲۲۷۷- از ۹ داده آماری با میانگین ۸ و انحراف معیار ۲ داده‌ای با مقدار ۸ حذف کرده‌ایم. واریانس کل ۸ داده برابر

کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) ۴ (۳) $4/2$ (۴) $4/4$

۲۲۷۸- نمودار تابع $f(x) = x - 3[\frac{x}{3}]$ را k واحد در امتداد محور طول‌ها منتقل می‌کنیم. اگر نمودار به‌دست آمده بر نمودار

تابع f منطبق باشد، k کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) -۳

۲۲۷۹- اگر $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ و $\text{fog} = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$ ، تابع g کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$ (۲) $\{(1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$
(۳) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ (۴) $\{(1, 1), (2, 3), (3, 3)\}$

۲۲۸۰- نمودار تابع وارون تابع $f(x) = \frac{-4x}{\sqrt{2+x^2}}$ نیمساز ناحیه دوم را در نقطه‌ای قطع می‌کند. طول این نقطه کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{13}$ (۲) $-\sqrt{14}$ (۳) $-\sqrt{17}$ (۴) $-\sqrt{18}$

۲۲۸۱- اگر $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = 2$ ، مقدار $\cos 2\alpha \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $\frac{1 + \sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

۲۲۸۲- معادله مثلثاتی $\tan x - \sin 2x - \cos 2x + 4 \cos x - \frac{2}{\cos x} = 0$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۲۸۳- اگر $f(x) = \frac{x|x|+1}{x^2-2x}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۲۸۴- اگر $f(2)=2$ ، $g(x)=\frac{x^2}{f(x)}$ و $g'(2)=-1$ ، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۸۵- فرض کنید $f(x)=4x^m+\Delta x^{-n}$ که در اینجا m و n عددهایی طبیعی‌اند. اگر $xf''(x)+2xf'(x)=6f(x)$ ،

مقدار $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۲۸۶- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x)=x^2|x+3|+x^3$ روی آن نزولی است، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۲۸۷- طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع $f(x)=\frac{x^3-x}{11x^3-16}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-3\sqrt{5}+1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3\sqrt{5}+1}{11}$ (۴) ۴

۲۲۸۸- از بین همهٔ خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ فاصلهٔ دو خط با کمترین شیب از یکدیگر چند برابر $\sqrt{\frac{3}{65}}$ است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۲۸۹- دو قطر از دایره‌ای به مساحت 4π روی خطهای $2x-y=3$ و $x+y+6=0$ قرار دارند. معادلهٔ این دایره کدام است؟

$$(1) x^2+y^2+2x+10y+22=0 \quad (2) x^2+y^2+4x=0$$

$$(3) x^2+y^2+6y+5=0 \quad (4) x^2+y^2+2x-y-\frac{11}{4}=0$$

۲۲۹۰- ۵۵٪ جمعیت کشوری را مردان و بقیه را زنان تشکیل می‌دهند و ۲۰٪ مردان این کشور تحصیلات دانشگاهی دارند.

با فردی در این کشور برخورد می‌کنیم. اگر احتمال داشتن تحصیلات دانشگاهی این فرد $\frac{24}{5}\%$ باشد، چند درصد

از زنان این کشور تحصیلات دانشگاهی دارند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۲۸ ۳ ابتدا توجه کنید که

$$n(A') = n(U) - n(A) = 23 - 10 = 13$$

$$n(B') = n(U) - n(B) = 23 - 7 = 16$$

اکنون توجه کنید که $n(A' \cap B') \leq n(A') = 13$ ۲۹ ۳ فرض می‌کنیم تعداد دانش‌آموزان کلاس برابر x باشد. همچنین، فرض

می‌کنیم A و B به ترتیب مجموعه کسانی باشند که به فیزیک و ریاضیات علاقه دارند. در این صورت $n(A) = \frac{1}{6}x$ و $n(B) = \frac{1}{7}x$. از طرف دیگر، چون هر دانش‌آموز کلاس حداقل به یکی از درس‌های فیزیک یا ریاضی علاقه‌مند است، پس مجموعه دانش‌آموزان کلاس برابر $A \cup B$ است، در نتیجه، $n(A \cup B) = x$. به این ترتیب،

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = \frac{1}{6}x + \frac{1}{7}x - 6 \Rightarrow x = 20$$

۳۰ ۳ فرض کنید A مجموعه علاقه‌مندان به ریاضی و B مجموعه علاقه‌مندانبه فیزیک باشد. اگر تعداد کسانی که به این دو درس علاقه‌مند نیستند X باشد، آن‌گاه

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$120 - x = 105 + 95 - n(A \cap B) \Rightarrow 120 - x = 200 - n(A \cap B)$$

پس $n(A \cap B) = 80 + x$. برای اینکه $n(A \cap B)$ حداقل باشد و با توجه به اینکه $x \geq 0$ است، باید $x = 0$: پس حداقل مقدار $n(A \cap B)$ برابر 80 است.

۳۱ ۳ شکل اول ۴ چوب کبریت دارد و برای ساختن هر شکل، ۹ چوب کبریت

به شکل قبلی اضافه می‌شود. پس در شکل n ام، $4 + 9(n-1)$ چوب کبریت وجود دارد. بنابراین در شکل چهاردهم ۱۲۱ چوب کبریت وجود دارد.

۳۲ ۳ راه‌حل اول تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	$1+3+1$	$2+4+2$	$3+5+3$	...	$n+(n+2)+n$

بنابراین در شکل n ام، $3n+2$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

راه‌حل دوم اگر ۴ نقطه به چهار گوشه شکل‌ها اضافه کنیم، تعداد نقاط شکل n ام برابر $2(n+2)$ خواهد بود. پس در شکل n ام، $4 - 3(n+2)$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

۳۳ ۳ تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام برابر است با $1+2+3+\dots+n$

تعداد مربع‌های رنگ‌نشده در شکل n ام برابر است با $(n-1) + (n-2) + \dots + 1$. بنابراین تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام، n تا بیشتر از تعداد مربع‌های رنگ‌نشده آن است. پس در شکل n ام، اختلاف مربع‌های رنگ‌شده و رنگ‌نشده برابر $3n$ است.

۳۴ ۲ تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با $1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$

تعداد گوی‌های رنگی در شکل n ام برابر است با $1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$

بنابراین نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با

$$\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{n^2} = \frac{n-1}{2n} \quad \text{به این ترتیب} \quad \frac{n-1}{2n} = \frac{1}{17} \quad \text{پس} \quad n = 17$$

۳۵ ۲ با توجه به الگو، در شکل‌هایی که شماره آن‌ها زوج است، نصف تعداد

گوی‌ها یعنی $\frac{n^2}{2}$ رنگ می‌شود. در شکل‌هایی که شماره آن‌ها فرد است، تعداد گوی‌ها

نیز فرد است. اگر گوی وسطی را کنار بگذاریم تعداد گوی‌ها $n^2 - 1$ خواهد بود که

نصف آن‌ها را رنگ می‌کنیم و سپس گوی وسطی را نیز رنگ می‌کنیم. پس $1 + \frac{n^2 - 1}{2}$

گوی رنگ می‌شود. توجه کنید که اگر n عددی زوج باشد، $\frac{n^2}{2}$ نیز عددی زوج است.

پس در شکل‌های با شماره زوج، تعداد گوی‌های رنگ‌شده زوج است و در شکل‌هایی با شماره فرد، تعداد گوی‌های رنگ‌شده فرد است. چون گوی رنگی در شکل n ام

وجود دارد، پس n باید فرد باشد. بنابراین

$$\frac{n^2 - 1}{2} + 1 = 113 \Rightarrow n^2 - 1 = 224 \Rightarrow n^2 = 225 \Rightarrow n = 15$$

۳۶ ۳ چون همه جمله‌های دنباله با هم برابرند، پس جمله‌های اول و دوم آن

نیز با هم برابرند:

$$a_1 = a_7 \Rightarrow \frac{2-k}{8} = \frac{4-k}{13} \Rightarrow 26-13k = 32-8k \Rightarrow 5k = -6 \Rightarrow k = -\frac{6}{5}$$

توجه کنید که اگر $k = -\frac{6}{5}$ ، آن‌گاه $a_n = \frac{2}{5}$.

۳۷ ۲ چند جمله اول هر کدام از دنباله‌ها به شکل زیر است:

$$\text{گزینه (۱)} \quad 2, 3, 4, 5, \dots \quad \text{گزینه (۲)} \quad 2, 3, 10, 15, \dots$$

$$\text{گزینه (۳)} \quad 2, 3, 10, 23, \dots \quad \text{گزینه (۴)} \quad 2, 3, 8, 17, \dots$$

بنابراین فقط $(-1)^n - n^2$ می‌تواند جمله عمومی دنباله باشد.

۳۸ ۲ به چند جمله اول دنباله توجه کنید:

$$a_1 = \frac{1}{2}a_1 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}, \quad a_3 = \frac{2}{3}a_1 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}, \quad a_4 = \frac{3}{4}a_1 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

بنابراین با توجه به الگوی جملات می‌توان گفت $a_n = \frac{1}{n}$. پس $a_{100} = \frac{1}{100}$.

۳۹ ۴ بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y = -3x^2 + 12x + c$ به ازای

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{-6} = 2$$

برابر a_7 است. در نتیجه

۴۰ ۳ توجه کنید که

$$a_1 = \log_7 \frac{1}{7}, \quad a_7 = \log_7 \frac{7}{7}, \quad a_7 = \log_7 \frac{7}{7}, \quad \dots$$

بنابراین مجموع n جمله اول دنباله به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} S_n &= \log_7 \frac{1}{7} + \log_7 \frac{7}{7} + \log_7 \frac{7}{7} + \dots + \log_7 \frac{n-1}{n} + \log_7 \frac{n}{n+1} \\ &= \log_7 \left(\frac{1}{7} \times \frac{7}{7} \times \frac{7}{7} \times \dots \times \frac{n-1}{n} \times \frac{n}{n+1} \right) = \log_7 \frac{1}{n+1} = -\log_7 (n+1) \end{aligned}$$

$$-\log_7 (n+1) = -3 \Rightarrow n+1 = 7^3 = 343 \Rightarrow n = 342$$

بنابراین

۴۱ ۳ چون $a_{n+1} - a_n = -2$ ، پس دنباله مورد نظر دنباله‌ای حسابی است

که قدرنسبت آن -2 است. چون جمله اول برابر 3 است، پس

$$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9(-2) = -15, \quad a_5 = a_1 + 4d = 3 + 4(-2) = -5$$

$$\frac{a_{10}}{a_5} = \frac{-15}{-5} = 3 \quad \text{بنابراین}$$

۴۲ ۲ از رابطه داده شده به دست می‌آید

$$3(a_1 + 3d) + 4(a_1 + 4d) - 7(a_1 + 8d) = 124 \Rightarrow -31d = 124 \Rightarrow d = -4$$

۴۳ ۴ قدرنسبت این دنباله برابر است با

$$4x - 2 = (3x - 4) - 3 \Rightarrow x = -5$$

بنابراین

بنابراین جمله سوم دنباله برابر است با $4 - 2 = -2$ و جمله چهارم برابر است با $-2 - 2 = -4$.

۴۴ ۲ چون $a_1 = -1$ و $d = 2 - (-1) = 3$ ، پس $a_n = -1 + 3(n-1)$ یعنی

$$a_n = 3n - 4 \quad \text{بنابراین} \quad a_k = 3k - 4 = 218 \quad \text{پس} \quad k = 74$$

۴۵ ۲ چون $a_1 = 2$ و $d = 4$ ، پس جمله عمومی دنباله به صورت

$$a_n = 2 + 4(n-1) = 4n - 2 \quad \text{است. برای اینکه جمله‌ها کوچک‌تر از} \quad 500 \quad \text{باشند، باید}$$

$$4n - 2 < 500 \Rightarrow n < \frac{502}{4} \Rightarrow n \leq 125 \quad \text{یعنی} \quad a_n < 500$$

پس ۱۲۵ جمله اول دنباله کمتر از ۵۰۰ هستند.

۴۶ ۲ اندازه زاویه‌های مثلث را به صورت $a, a+d, a-d$ در نظر می‌گیریم.

مجموع اندازه زاویه‌های مثلث برابر 180° است. پس

$$a - d + a + a + d = 180^\circ \Rightarrow a = 60^\circ$$

میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه مثلث همان a است که برابر 60° است.

راه حل دوم چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c = \frac{a+b+b+c}{2} \Rightarrow 2(a+c) = a+2b+c \Rightarrow a+c=2b$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۵۵ (۳) جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 196 - 4(n-1) = 200 - 4n$

است. بنابراین $a_0 = 0$ ، در نتیجه، چون قدرنسبت دنباله برابر -4 است، پس

$$a_{47} = 12, a_{48} = 8, a_{49} = 4, a_{50} = 0$$

۵۶ (۲) ابتدا قدرنسبت دنباله را پیدا می‌کنیم: $d = \frac{a_1 - a_2}{1 - 2} = -\frac{32}{1} = -32$

بنابراین $a_1 = 27$ و در نتیجه $a_4 = a_1 + 3d = 27 - 96 = -69$

دنباله می‌شود $a_n = 27 - 4(n-1) = 31 - 4n$. اکنون توجه کنید که

$$a_n > 0 \Rightarrow 31 - 4n > 0 \Rightarrow n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله نخست دنباله مثبت هستند.

۵۷ (۲) چون $x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2)$ ، پس جواب‌های معادله مورد

نظر $a, 2$ و 6 هستند. حالت‌های مختلفی که این سه عدد دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند، در زیر آمده است (توجه کنید که عدد وسط میانگین حسابی دو عدد دیگر است):

$$6, 2, a \Rightarrow \frac{6+a}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, \quad 2, 6, a \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 6 \Rightarrow a = 10$$

$$6, a, 2 \Rightarrow \frac{6+2}{2} = a \Rightarrow a = 4, \quad 2, a, 6 \Rightarrow \frac{2+6}{2} = a \Rightarrow a = 4$$

$$a, 6, 2 \Rightarrow \frac{a+2}{2} = 6 \Rightarrow a = 10, \quad a, 2, 6 \Rightarrow \frac{a+6}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین a ممکن است سه مقدار مختلف داشته باشد.

۵۸ (۳) اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم. طبق قضیه فیثاغورس،

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

چون وتر بلندترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول ضلع‌های زاویه قائمه a

و $a-d$ است. در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{a}{a-d} = \frac{4d}{4d-d} = \frac{4}{3}$

۵۹ (۳) چهار جمله متوالی دنباله را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

در نظر می‌گیریم. بنابراین $a-3d+a-d+a+d+a+3d=0 \Rightarrow 4a=0 \Rightarrow a=0$

پس دنباله به صورت $-3d, -d, d, 3d$ است و $d^2 = 4$ و $d^2 = 4 \Rightarrow d = \pm 2$

بنابراین، حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد برابر است با

$$(3d)(-3d) = -9d^2 = -36$$

۶۰ (۳) ابتدا توجه کنید که m باید عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ باشد. پس

$$m^2 + 4 < m^2 + 3m + 4$$

اگر $m-1$ عدد بین عددهای داده شده درج کنیم، آن‌گاه قدرنسبت دنباله حاصل برابر

است با $d = \frac{m^2 + 3m + 4 - m^2 - 4}{(m-1)+1} = \frac{3m}{m}$

۶۱ (۱) دنباله a_n ، دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{3}{4}$ است. در نتیجه

$$a_7 = a_1 r^6 \Rightarrow a_7 = a_1 \left(\frac{3}{4}\right)^6 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

بنابراین $a_{49} = a_1 \left(\frac{3}{4}\right)^{48} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{48} = \frac{3^{27}}{4^{47}}$

۶۲ (۲) ابتدا توجه کنید که $\sqrt[4]{2}$ واسطه هندسی $\sqrt{2}$ و $\sqrt[3]{2}$ است. پس

$$(\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt{2} \sqrt[4]{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt[4]{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}}$$

از طرف دیگر، قدرنسبت این دنباله برابر است با $r = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}}$ ، در نتیجه

$$a_{13} = a_1 r^{12} = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}}\right)^{12} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} \times \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2}}$$

۴۷ (۴) زاویه‌های پنج‌ضلعی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

در نتیجه، چون مجموع اندازه زاویه‌های پنج‌ضلعی برابر 540° است، پس

$$a-2d+a-d+a+a+d+a+2d=540^\circ$$

بنابراین $5a=540^\circ$ و در نتیجه $a=108^\circ$. اندازه کوچک‌ترین زاویه 86° است، پس

$a-2d=86^\circ$ و در نتیجه $d=11^\circ$. پس اندازه بزرگ‌ترین زاویه یعنی $a+2d$ برابر

$$\text{است با } 108^\circ + 2 \times 11^\circ = 130^\circ$$

۴۸ (۲) راه حل اول چون $a_1 = \sqrt{3}-5$ و $a_6 = \sqrt{3}+5$ ، پس

$$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow \sqrt{3}+5 = \sqrt{3}-5+5d \Rightarrow d=2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، عدد $\sqrt{3}-5+2$ یا همان $\sqrt{3}-3$ است.

راه حل دوم قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر است با

$$d = \frac{(\sqrt{3}+5) - (\sqrt{3}-5)}{6-1} = \frac{10}{5} = 2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، برابر است با $(\sqrt{3}-5)+2 = \sqrt{3}-3$

۴۹ (۴) سه جمله متوالی دنباله را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

$$a-d+a+a+d=15 \Rightarrow 3a=15 \Rightarrow a=5$$

بنابراین

$$(a-d) \times a \times (a+d) = 45 \Rightarrow (a^2 - d^2) = 45$$

از طرف دیگر،

$$5(25 - d^2) = 45 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

چون $a=5$ ، پس

۵۰ (۲) فرض کنید قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر d باشد. در این صورت

$$a_1 = d, \quad a_n = a_1 + (n-1)d = d + (n-1)d = nd$$

به این ترتیب

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_9 = 10^8 \times 10^1 \Rightarrow d(2d)(3d) \dots (9d) = 10^8 \times 10^1$$

$$d^9 \times 9! = 10^9 \times 9! \Rightarrow d = 10$$

بنابراین $a_1 = 10, d = 10$

۵۱ (۴) راه حل اول با قرار دادن $n=1$ در جمله عمومی به دست می‌آید

$a_1 = 1$ با قرار دادن $n=2$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_2 = \frac{1}{3}$. بنابراین

$$d = a_2 - a_1 = -\frac{2}{3}, \quad \text{پس } a_1 - d = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

راه حل دوم جمله عمومی دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 به صورت

$$a_n = dn + (a_1 - d) = -\frac{2}{3}n + \frac{5}{3}$$

$$a_1 - d = \frac{5}{3}$$

۵۲ (۲) از $a_1 + a_2 = 16 \Rightarrow a_1 + a_3 = 16$ نتیجه می‌شود

چون $a_2 + a_5 + a_8 = 51$ ، پس

$$a_1 + d + a_1 + 4d + a_1 + 7d = 51 \Rightarrow 3a_1 + 12d = 51$$

از حل دستگاه $\begin{cases} a_1 + d = 8 \\ 3a_1 + 12d = 51 \end{cases}$ به دست می‌آید $d=3$

۵۳ (۱) چون دنباله حسابی است، پس $2a-1 = \frac{a+1-3a}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

بنابراین $d = (2a-1) - a = a-1 = -\frac{1}{2}$. پس جمله عمومی دنباله به شکل

مقابل است: $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1) = 1 - \frac{n}{2}$

۵۴ (۴) راه حل اول چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c - (a+b) = (b+c) - (a+c) \Rightarrow c-b = b-a$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۷۰. جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله حسابی را به ترتیب به صورت $a+d$ ، $a+5d$ و $a+13d$ در نظر می‌گیریم. چون این اعداد دنباله هندسی تشکیل می‌دهند، پس

$$r = \frac{a+5d}{a+d} = \frac{3d+5d}{3d+d} = \frac{8d}{4d} = 2$$

بنابراین قدرنسبت دنباله هندسی برابر است با ۲. پس $\frac{a_1 r^5}{a_1 r^2} = \sqrt{2}$ در نتیجه $r^3 = \sqrt{2}$ بنابرین

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r^2} = r^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

۷۱. چون 4^{3x} واسطه هندسی 2^{x-4} و 8^{2-3x} است، پس

$$(4^{3x})^2 = 2^{x-4} \times 8^{2-3x} \Rightarrow 2^{12x} = 2^{x-4} \times 2^{6-9x} \Rightarrow 2^{12x} = 2^{2-8x}$$

بنابراین $12x = 2 - 8x$ ، یعنی $x = \frac{1}{10}$.

۷۲. قدرنسبت دنباله هندسی مورد نظر برابر است با

$$r = \frac{\log a}{\log_6 a} = \frac{\log a}{\frac{\log a}{\log 6}} = \log_6 a = \frac{\log 4}{\log 6} = \frac{1}{2}$$

$$a_6 = a_1 r^5 \Rightarrow \frac{1}{32} = \log_6 a \times \frac{1}{64} \Rightarrow \log_6 a = 2 \Rightarrow a = 6^2 = 36$$

۷۳. توجه کنید که

$$a_5 - a_1 = 130 \Rightarrow a_1 r^4 - a_1 = 130 \Rightarrow a_1 (r^4 - 1) = 130$$

$$a_6 - a_2 = 25 \Rightarrow a_1 r^5 - a_1 r = 25 \Rightarrow a_1 r (r^4 - 1) = 25$$

اگر این دو تساوی را بر هم تقسیم کنیم، به دست می‌آید

$$\frac{r^4 - 1}{r(r^4 - 1)} = \frac{130}{25} \Rightarrow \frac{(r^4 - 1)(r^2 + 1)}{r(r^4 - 1)} = \frac{26}{5} \Rightarrow \frac{r^2 + 1}{r} = \frac{26}{5}$$

$$5(r^2 + 1) = 26r \Rightarrow 5r^2 - 26r + 5 = 0 \Rightarrow r = 5, r = \frac{1}{5}$$

$$a_1 r (r^4 - 1) = 25 \Rightarrow a_1 \times 5 \times 24 = 25 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{24}$$

$$\text{در نتیجه } a_5 = a_1 r^4 = \frac{5}{24}$$

۷۴. در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، $r^6 = \frac{b}{a}$ در حالتی که

$$\text{چهار واسطه هندسی درج می‌کنیم، } r^5 = \frac{b}{a} \text{ بنابرین}$$

$$r^6 = (r^5)^{\frac{6}{5}} \Rightarrow r^6 = 3^{\frac{6}{5}} \Rightarrow r = 3^{\frac{2}{5}}$$

۷۵. این سه عدد را به صورت a ، a ، ar در نظر می‌گیریم. پس

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 64 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$$

از طرف دیگر،

$$\frac{a}{r} + a + ar = 14 \Rightarrow a \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14$$

$$4 \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14 \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2}, r = 2$$

بنابراین سه جمله مورد نظر به ازای $r = \frac{1}{2}$ به صورت ۸، ۴، ۲ و به ازای $r = 2$ به صورت ۲، ۴، ۸ هستند. در هر دو حالت اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد برابر ۶ است.

۷۶. طول اضلاع مثلث را a ، ar و ar^2 در نظر می‌گیریم. طبق قضیه فیثاغورس، $a^2 + (ar)^2 = (ar^2)^2$ بنابرین

$$a^2(1+r^2) = a^2 r^4 \Rightarrow r^4 - r^2 - 1 = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

۶۳. فرض می‌کنیم جواب‌های معادله x_1 و x_2 باشند. در این صورت

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 4/5 \Rightarrow x_1 + x_2 = 9, \quad \sqrt{x_1 x_2} = 1/5 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{9}{4}$$

بنابراین معادله مورد نظر به شکل $x^2 - 9x + \frac{9}{4} = 0$ است که اگر طرفین آن را در ۴ ضرب کنیم، می‌شود

$$4x^2 - 36x + 9 = 0$$

۶۴. از تساوی $a_1 a_5 = 27$ نتیجه می‌شود $a_1 r^4 = 27$

از تساوی $a_1 a_4 = 9$ به دست می‌آید $a_1 r^3 = 9$

$$\frac{a_1 r^4}{a_1 r^3} = \frac{27}{9} \Rightarrow r = 3$$

با جای گذاری $r = 3$ در یکی از رابطه‌ها نتیجه می‌شود $a_1 = \pm \frac{1}{3}$. چون جملات دنباله

مثبت هستند، پس $a_1 = \frac{1}{3}$ و در نتیجه $a_5 = a_1 r^4 = \frac{1}{3} \times 3^4 = 27$.

۶۵. مجموع جملات پنجم و هشتم برابر است با

$$a_5 + a_8 = a_1 r^4 + a_1 r^7 = a_1 r^4 (1 + r^3)$$

مجموع جملات هفتم و هشتم برابر است با $a_7 + a_8 = a_1 r^6 + a_1 r^7 = a_1 r^6 (1 + r)$

$$\frac{a_5 + a_8}{a_7 + a_8} = \frac{a_1 r^4 (1 + r^3)}{a_1 r^6 (1 + r)} = \frac{1 + r^3}{r^2 (1 + r)} = \frac{1 - \frac{1}{r}}{\frac{1}{r} (1 - \frac{1}{r})} = 7$$

۶۶. این جملات را به صورت $\frac{a}{r^2}$ ، $\frac{a}{r}$ ، a ، ar ، ar^2 در نظر می‌گیریم. بنابرین

$$\frac{a}{r^2} \times \frac{a}{r} \times a \times ar \times ar^2 = 1024 \Rightarrow a^5 = 10^5 = 4^5$$

در نتیجه جمله وسط برابر ۴ است.

۶۷. راه حل اول این اعداد به شکل زیر هستند:

$$\sqrt{2}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 16\sqrt{2}$$

پس $a_1 = \sqrt{2}$ و $a_9 = 16\sqrt{2}$ بنابرین

$$a_1 r^8 = 16\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} r^8 = 16\sqrt{2} \Rightarrow r^8 = 16 \Rightarrow (r^2)^4 = 2^4 \Rightarrow r^2 = 2$$

در نتیجه $a_5 = a_1 r^4 = 2\sqrt{2}$.

راه حل دوم ابتدا قدرنسبت دنباله هندسی حاصل را به دست می‌آوریم:

$$r^{7+1} = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow r^8 = 16 = 2^4 \Rightarrow r = \pm \sqrt{2}$$

$$a_9 = a_1 r^8 = \sqrt{2} \times (\pm \sqrt{2})^8 = 2\sqrt{2}$$

۶۸. قدرنسبت دنباله حسابی برابر است با $\frac{95}{8} - (-12) = \frac{1}{8}$ بنابرین

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = -12 + \frac{1}{8}(n-1)$ است.

در نتیجه جمله هشتادونهم این دنباله برابر است با $a_{80} = -12 + \frac{1}{8}(80-1) = -1$

اگر قدرنسبت دنباله هندسی را با r نشان دهیم، آن‌گاه

$$(3r)^5 = 243r^5 = (3r)^5$$

$$(3r)^5 = -1 \Rightarrow 3r = -1 \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

بنابراین

۶۹. چون ۸ واسطه حسابی عددهای a و b است، پس

$$a + b = 16 \Rightarrow b = 16 - a$$

اگر ۴ واحد به b اضافه کنیم، ۸ واسطه هندسی عددهای a و $b+4$ می‌شود. بنابرین

$$64 = a(b+4) = a(16-a+4) = 10a - a^2$$

پس $a^2 - 10a + 64 = 0$ و مجموع مقادیر ممکن a برابر مجموع جواب‌های این معادله، یعنی برابر ۱۰ است (توجه کنید در این معادله $\Delta > 0$).

۸۸ ۴ می‌دانیم اگر دنباله‌ای هم حسابی و هم هندسی باشد جمله‌های آن با هم برابرند، پس هر سه جمله باید برابر باشند. در نتیجه $y-9=2x+3=3x-1$ بنابراین $x=4$ و $y=20$ ، پس $x+y=24$.

۸۹ ۳ توجه کنید که $y=rx$ ، $z=r^2x$ و $t=r^3x$ به شرط آنکه r قدرنسبت دنباله باشد. پس

$$x+z=20 \Rightarrow x+r^2x=20 \Rightarrow x(1+r^2)=20 \quad (1)$$

$$y+t=60 \Rightarrow rx+r^3x=60 \Rightarrow rx(1+r^2)=60 \quad (2)$$

از تقسیم طرفین تساوی (۲) بر طرفین تساوی (۱) نتیجه می‌شود

$$\frac{rx(1+r^2)}{x(1+r^2)} = \frac{60}{20} \Rightarrow r=3$$

۹۰ ۳ توجه کنید که اگر قدرنسبت دنباله r و جمله اول آن a_1 باشد، آن‌گاه

$$a_8 - a_3 = 96 \Rightarrow a_1 r^7 - a_1 r^2 = 96 \Rightarrow a_1 r^2 (r^5 - 1) = 96 \quad (1)$$

$$a_8 - a_6 = 12 \Rightarrow a_1 r^7 - a_1 r^5 = 12 \Rightarrow a_1 r^5 (r^2 - 1) = 12 \quad (2)$$

طرفین تساوی (۲) را بر طرفین تساوی (۱) تقسیم می‌کنیم:

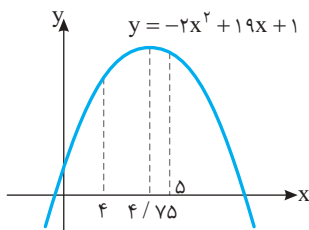
$$\frac{a_1 r^5 (r^2 - 1)}{a_1 r^2 (r^5 - 1)} = \frac{12}{96} \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$a_1 r^2 (r^5 - 1) = 96 \Rightarrow a_1 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{32} - 1\right) = 96 \Rightarrow a_1 = -512 \quad \text{پس}$$

$$a_8 = a_1 r^7 = -512 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = -32 \quad \text{بنابراین}$$

۹۱ ۳ اگر ۴ مربع 1×1 را که در چهار گوشه شکل‌ها حذف شده است به شکل‌ها اضافه کنیم، در مرحله n یک مربع بزرگ داریم که $(n+2)$ مربع 1×1 در هر سطر و $(n+2)$ مربع 1×1 در هر ستون دارد. پس مساحت آن $(n+2)^2$ است. بنابراین مساحت شکل n برابر است با $n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2$ پس مساحت شکل هشتم برابر است با $8^2 + 4 \times 8 + 4 = 96$.

۹۲ ۲ بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y = -2x^2 + 19x + 1$ به‌ازای $x = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$ به دست می‌آید. چون عددی طبیعی نیست، بزرگترین مقدار در میان a_8 ها، a_8 است، که برابر است با $a_8 = -50 + 95 + 1 = 46$.



$$\frac{9}{10} < a_n < \frac{11}{10} \Rightarrow \frac{9}{10} < \frac{2n-1}{n+2} < \frac{11}{10} \quad \text{توجه کنید که}$$

$$\frac{9}{10} < \frac{2n-1}{n+2} \Rightarrow 9n+18 < 20n-10 \Rightarrow n > \frac{28}{11} \quad (1)$$

$$\frac{2n-1}{n+2} < \frac{11}{10} \Rightarrow 20n-10 < 11n+22 \Rightarrow n < \frac{32}{9} \quad (2)$$

تنها عدد طبیعی که در شرط‌های (۱) و (۲) صدق می‌کند، ۳ است.

۹۴ ۳ چون $a_3 + a_7 = 0$ ، پس $a_7 = -a_3$. بنابراین از رابطه $a_7 + a_3 = 128$ به دست می‌آید

$$a_7 + (-a_3) = 128 \Rightarrow a_7 + a_3 = 128 \Rightarrow a_7 = 64 \Rightarrow a_3 = \pm 8$$

$$d = \frac{a_7 - a_3}{7-3} = \frac{-8-8}{4} = -4 \quad \text{اگر } a_3 = 8 \text{ و } a_7 = -8 \text{، آن‌گاه}$$

$$d = \frac{a_7 - a_3}{7-3} = \frac{8-(-8)}{4} = 4 \quad \text{اگر } a_3 = -8 \text{ و } a_7 = 8 \text{، آن‌گاه}$$

۷۸ ۱ تنها دنباله‌ای که هم حسابی است و هم هندسی، دنباله ثابت است. بنابراین

$$\begin{cases} 2y+x=2x+y \Rightarrow y=x \\ 2y+x=x+4 \Rightarrow 2y=4 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow x=y=2 \Rightarrow x+2y=6$$

۷۹ ۲ توجه کنید که $a_4 = a-3$ ، $a_5 = a-5$ ، $a_6 = a-6$

بنابر فرض، $(a-5)^2 = (a-3)(a-6)$. بنابراین

$$a^2 - 10a + 25 = a^2 - 9a + 18 \Rightarrow a = 7$$

در نتیجه $a_{10} = 7 - 10 = -3$.

۸۰ ۳ جملات سوم، پنجم و هشتم دنباله حسابی را به ترتیب $a+2d$ ، $a+4d$ و $a+6d$ در نظر می‌گیریم. چون این جملات یک دنباله هندسی تشکیل می‌دهند، پس

$$(a+4d)^2 = (a+2d)(a+6d) \Rightarrow 2d^2 = ad \Rightarrow a = 2d$$

بنابراین دنباله هندسی به صورت $4d, 6d, 9d, \dots$ است که جمله چهارم آن $\frac{27}{4}d$ است زیرا $r = \frac{3}{2}$ و $9d \times \frac{3}{2} = \frac{27}{2}d$ همچنین جمله عمومی دنباله حسابی به صورت

$$a_n = a + (n-1)d = 2d + (n-1)d = (n+1)d$$

مقابل است:

$$\frac{27}{4}d = (n+1)d \Rightarrow \frac{27}{4} = n+1 \Rightarrow n = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4}$$

۸۱ ۲ تعداد نقاط روی شکل (۱) برابر ۵ است و در هر مرحله ۴ نقطه به نقاط

شکل قبل اضافه می‌شود. پس در مرحله n به تعداد $(n-1) \times 4$ نقطه به ۵ نقطه شکل (۱) اضافه شده است: $4(n-1) + 5 = 4n + 1$ ، یعنی شکل n ام $4n + 1$ نقطه دارد. پس شکل پانزدهم ۶۱ نقطه دارد.

۸۲ ۲ از شرط $a_n > 0$ مقادیری از n را پیدا می‌کنیم که به‌ازای آن‌ها

$$a_n > 0 \Rightarrow 95n - n^2 > 0 \Rightarrow n(95 - n) > 0$$

چون $n > 0$ ، پس $95 - n > 0$ ، در نتیجه $n < 95$ ، یعنی $n \leq 94$. بنابراین ۹۴ جمله دنباله مثبت هستند.

۸۳ ۴ فرض کنید قدرنسبت این دنباله d باشد. بنابراین

$$a_8 = 2a_{10} \Rightarrow a_1 + 7d = 2(a_1 + 9d) \Rightarrow a_1 + 14d = 0 \Rightarrow a_{10} = 0 \Rightarrow 15a_{10} = 0$$

۸۴ ۳ جمله وسط، واسطه حسابی دو جمله دیگر است:

$$\log_7 a + \log_7 (16a) = 2 \log_7 (3a+4) \Rightarrow \log_7 (a(16a)) = \log_7 (3a+4)^2$$

$$16a^2 = (3a+4)^2 \Rightarrow 16a^2 = 9a^2 + 24a + 16$$

$$7a^2 - 24a - 16 = 0 \Rightarrow a = 4, a = -\frac{4}{7} \quad \text{(غ.ق.ی.)}$$

۸۵ ۳ جمله‌های اول و دوم دنباله $a_n = 2 - 3n$ به ترتیب برابر -1 و -4 است. پس قدرنسبت آن برابر $-3 - (-1) = -4$ است. اگر جمله اول را ۴ واحد کاهش

دهیم، به -5 تبدیل می‌شود و اگر قدرنسبت را ۶ واحد افزایش دهیم، به 3 تبدیل می‌شود. پس دنباله حسابی جدید $-5, -2, 1, \dots$ است که جمله عمومی آن به صورت

$$b_n = -5 + 3(n-1) = 3n - 8$$

است. $b_{21} = 3 \times 21 - 8 = 55$.

۸۶ ۲ مجموع سه جمله اول و سه جمله آخر را حساب می‌کنیم:

$$(a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) = 6 - \sqrt{2} + 6 + \sqrt{2} = 12$$

$$3(a_1 + a_n) = 12 \Rightarrow a_1 + a_n = 4 \quad \text{پس } a_3 + a_{n-2} = a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n$$

۸۷ ۴ چون $a_1 = \frac{1}{2}$ و $r = 1 \div \frac{1}{2} = 2$ ، حاصل ضرب پانزده جمله اول دنباله

برابر است با

$$P = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{15} = a_1^{15} \times r^{1+2+\dots+14} = a_1^{15} \times r^{\frac{14 \times 15}{2}} = a_1^{15} \times r^{105} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15} \times 2^{105} = 2^90$$