

...مقدمه ناشر...

یکی از کمیت‌هایی که در همه جای فیزیک و کلاً زندگی ردپای آن را می‌بینیم، زمان است. راستش زمان را خیلی درست و حسابی نمی‌شود تعریف کرد. در فصل اول همین کتاب، یعنی فیزیک دوازدهم، خیلی با زمان سروکار داریم، اما دلیل صحبت‌م دربارهٔ زمان، کلیپی است که چند وقت پیش دیدم. در این کلیپ از یک نفر سؤال می‌شود که بزرگ‌ترین اشتباه زندگی ما چیست؟ و او این‌طور جواب می‌دهد:

«بزرگ‌ترین اشتباه این هست که فکر می‌کنی به اندازهٔ کافی زمان داری. در واقع زمان رایگان، اما بدون بها است. نمی‌توانی آن را برای خودت کنی، اما می‌توانی از آن استفاده کنی. نمی‌توانی آن را نگه داری، اما می‌توانی آن را خرج کنی و زمانی که آن را از دست دادی، دیگر نمی‌توانی آن را برگردانی.»

ما آدم‌ها به طور میانگین ۷۸ سال زندگی می‌کنیم. ۲۸/۳ سال از زندگی‌مان را برای خوابیدن خرج می‌کنیم. این تقریباً یک سوم از زندگی ماست، اما با این حال، ۳۰ درصد از ما برای خوب خوابیدن! تلاش می‌کنیم. ما ۱۰/۵ سال از زندگی‌مان را برای کارکردن خرج می‌کنیم، اما بیش‌تر از ۵۰ درصد از ما دلش می‌خواهد که شغل الانش را رها کند. زمان از پول ارزشمندتر است، شما می‌توانید پول بیشتری به دست آورید، اما هرگز نمی‌توانید زمان بیشتری به دست آورید. ما ۹ سال برای تلویزیون و شبکه‌های اجتماعی، ۶ سال برای انجام کارهای متفرقه، ۴ سال برای خوردن و نوشیدن، ۳/۵ سال برای آموزش، ۲/۵ سال برای اصلاح و نظافت بدنمان، ۲/۵ سال برای خریدکردن، ۱/۵ سال برای مراقبت از کودکان و ۱/۳ سال برای رفت و آمد خرج می‌کنیم. ما می‌مانیم و تنها ۹ سال از باقی عمرمان! این زمان را چه‌طوری می‌خواهیم خرج کنیم؟

تصور کن هر روز با یک حساب بانکی با موجودی ۸۶۴۰۰ دلاری از خواب بیدار می‌شی! و آخر شب همه‌اش از بین می‌رود. چه خرج کرده باشی و چه خرج نکرده باشی و در روز بعد دوباره ۸۶۴۰۰ دلار می‌گیری! با این پول چه کار می‌کنید؟

حالا واقعاً هر روز ۸۶۴۰۰ ثانیه در حساب زندگیتون سپرده دارید و در پایان هر روز زمانی که همهٔ آن‌ها مصرف می‌شود، شما ۸۶۴۰۰ ثانیه جدید دریافت می‌کنید. اگر این ثانیه‌ها، پول بود هیچ موقع آن را هدر می‌دادید؟ پس چرا وقتی این پول به صورت زمان وارد حسابمون می‌شود، آن را هدر می‌دهیم؟ در واقع این ثانیه‌ها بسیار قدرتمندتر از پول هستند، چون همیشه می‌توانید پول بیشتری به دست آورید، ولی هیچ‌وقت نمی‌توانید زمان بیشتری به دست آورید.

برای این‌که ارزش یک سال را بفهمید، از کسانی که یک سال پشت کنکور ماندند، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک ماه را بفهمید، از مادری که فرزندش را در آخرین ماه بارداری از دست می‌دهد، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک هفته را بفهمید، از ویراستار یک هفته‌نامه سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک ساعت را بفهمید، از زوجی که در یک رابطه از راه دور هستند، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک دقیقه را بفهمید، از کسی که از اتوبوس، قطار یا هواپیما جا مانده است، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک ثانیه را بفهمید، از کسی که از یک تصادف جان سالم به‌در برده است، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک میلی‌ثانیه را بفهمید، از کسی که در مسابقه دو ۱۰۰ متر المپیک دوم شده است، سؤال کنید.

در واقع درون همهٔ ما دو صدا وجود دارد. یک صدا از ما می‌خواهد که وزنه را بلند کنیم و یک صدای دیگر می‌خواهد ولش کنیم.

یک صدا از ما می‌خواهد که رشد کنیم و یک صدای دیگر می‌خواهد که به عقب برگردیم. همان صدایی که ما را تنبل می‌کند،

همان صدایی که ما را از خود راضی می‌کند، همان صدایی که ما را از پتانسیل‌هامون دور می‌کند!

هر روز زمانی که از خواب بلند می‌شویم تا زمانی که می‌خوابیم، بین این دو صدا جنگ است. حدس می‌زنید کدام یکی برنده می‌شود؟

همان که بیشتر به آن گوش می‌دهیم، همان که ما ازش تغذیه می‌کنیم، همان که ما را قوی می‌کند. این انتخاب ماست که چه‌طور از زمانمون استفاده کنیم. زندگی و زمان دوتا از بهترین معلم‌ها هستند. زندگی به ما یاد می‌دهد که از زمانمون خوب استفاده کنیم و زمان ارزش زندگی را به ما یاد می‌دهد. به قول ویلیام شکسپیر :

زمان برای آن‌هایی که چیزی را می‌خواهند، بسیار آهسته است.

برای آن‌هایی که می‌ترسند، خیلی سریع است.

برای آن‌هایی که ناراحت هستند، خیلی طولانی است.

و برای آن‌هایی که شادی می‌کنند، خیلی کوتاه است.

اما برای آن‌هایی که عاشق هستند، زمان بی‌نهایت است.^۱

پس اگر می‌خواهی زمانت بی‌نهایت باشد، عاشقانه زندگی کن!

۱- نویسنده و طراح این کلیپ، یک انگلیسی‌تبار بود به اسم Jay Shetty!

...مقدمه مؤلفان...

■ شما مهم اید!

سلام! دوستی دارم که در یکی از شرکت های دولتی کار می کند؛ تعریف می کرد؛ اوایل دهه هفتاد برای انعام مأموریتی رفته بودم انگلیس، همیشه فکر می کردم مردم اون یا صبح تا شب مشغول لهو و لعب (کارهای بی حاصل دنیوی) هستند!! (در یک برهه زمانی اون قدر غرب ستیزی در کشور ما زیاد بود که اکثر مردم همین پوری فکر می کردند؛ هنوز هم همین پوری فکر می کنند!!) بعد از پایان جلسات فنی و یک روز موند به پرواز برگشتمون به تهران، ما رو بردند سطح شهر پرفروندن! یکی از چاهایی که از اون دیدن کردیم، دانشگاه ... بود (اسم دانشگاه رو یادم رفته! مهم هم نیست!!) یکی از مسئولین دانشگاه راهنمای ما بود و بخش های مختلف دانشگاه رو به ما نشون می داد. بعد از مدتی باهاش فودمونی شدم و ازش پرسیدم: «با این همه زمینه های فسق و فیوری که در کشور شماست، چه طور این قدر پیشرفت کرده اید؟!» «آقای مسئول با انگشت اشاره فودی از کلاس ها رو نشون داد (!) و جواب داد: «کشور ما رو اون ها می پرفروندن. قرار نیست همه مردم دانشگاه برون اونی اون هایی که دانشگاه می رن، باید دسترسی به بیشترین امکانات رو داشته باشن. پیشرفت کشور وابسته به فروچی این دانشگاه هاست.» حرف درستی می زد! در فصل فیزیک اتی می فونید که یک فوتون پراثری فرابنفش کاری می کنه که هزار تا فوتون بی بقار مرنی نمی تونن انجام بدن؛ کیفیت مهمه؛ نه کمیت!

■ آیا کتاب درسی فیزیک دوازدهم انتظارات دانش آموزان مستعد را برآورده می کند؟

جواب منفی است! کتاب درسی فیزیک دوازدهم دو تا اشکال عمده داره؛ یکی این که کتاب از نظر تحلیلی و مفهومی در جایگاه مناسبی قرار ندارد و خیلی از مطالب بدون استدلال به خورد خواننده داد می شود. امروز (۱۳۹۷/۷/۹) جایی کلاس داشتم و بحث «تکانه» رو درس دادم. تکانه می شه حاصل ضرب جرم یک جسم در سرعت آن. دانش آموزان پرسیدند اصلاً تکانه یعنی چی؟! گفتم کتاب در همین حد گفته و وقت نداریم موضوع رو باز کنیم! گفتند ایراد نداره! چهارتا مسئله کم تر حل کنیم ولی چیزی رو که می خونیم، بفهمیم! همین نمونه ساده نشون می ده مؤلفان محترم کتاب درسی یه قسمت از مسیر رو اشتباه رفتن! در تألیف کتاب حواسشون به همه چیز نبوده و به خاطر این که دل اکثریت بچه ها رو (که ضعف علمی دارن!) باکمال تأسف!! به دست بیارن، از قشر نخبه دانش آموزان غافل شدن. همون قشری که قراره در آینده بخشی از بار علمی کشورمون (و سایر کشورها!) رو به دوش بکشن. اشکال دوم کتاب درسی این است که خیلی از مطالب مهم، صرفاً به این دلیل که می توند دستاویزی برای طرح تست های سخت در کنکور باشد، حذف شده اند، حتی اگر حذف آن ها در روند آموزشی کتاب اشکال ایجاد کند. این دوتا ایراد باعث می شه خیلی از دانش آموزان، به ویژه دانش آموزان قوی، نسبت به درس فیزیک زده بشن! قبول کنید اتفاق خوبی نیست!

■ ویژگی های این کتاب

فرق این کتاب با کتاب های عمومی چیه؟ اکثر تست های کتاب های معمول شامل تست هایی هستند که درجه سختی آن ها ساده و متوسط است. این کتاب تست های متوسط و سخت را پوشش می دهد. سعی کرده ایم از چارچوب مطالب کتاب درسی خارج نشویم و در عین حال با طرح تست هایی چالشی، تا حدی خواننده را نسبت به مطالعه فیزیک راغب کنیم. (البته اعتقاد داریم این نسخه شفابخشی برای رفع مشکلات کتاب درسی نیست ولی خب، در حد یک مُسکِن می توند عمل کند!)

کنار بعضی تست ها علامت  به چشم می خورد. این تست ها دو مدل اند: یا فرم متفاوتی از تست های کنکور دارن یا درجه سختی بالاتری دارن. حل این تست ها فقط به دانش آموزانی پیشنهاد می شود که قرار است رتبه های ۱ یا ۲ رقیمی کنکور را تصاحب کنند.

این کتاب را در سال ۱۴۰۱ برای دومین بار ویرایش کردیم. در این ویرایش سعی کردیم با وجود کاهش حجم، تعداد تست های خلاصه کتاب را افزایش دهیم و کتاب را به استاندارد بالاتری ارتقا دهیم.

■ قدردانی

در پایان از همه عزیزی که در تولید کتاب نقش داشتند، تشکر می کنیم از جمله آقای ایمان سلیمان زاده (مدیر تألیف کتاب های نردبام)، خانم انسیه میرجعفری و لولوا مرادی (مسئول اجرایی پروژه) و خانها مائده رضایی، زهرا محبت تاش و آقای احمد نعمتی، ویراستاران کتاب و دانش آموزان خوبم، زهرا ربانی، نازنین آذریان، سایه جاراللهی، کیمیا چاوشی، مونا حاجی محمدی، مائده حیدری و علیرضا مولایی که ویرایش دانش آموزی کتاب را به عهده داشتند و تیم پرتلاش واحد تولید خیلی سبز: ارتباط با من:

 mosalaeiphysics

اگر همه دنیا پراید شدن، تو بنز باش!!

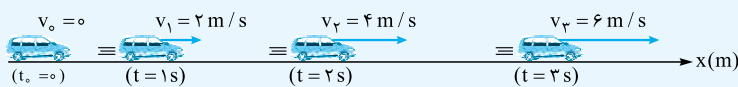
...>فهرست<...

فصل اول: حرکت بر خط راست	۷
بخش ۱: مبانی حرکت شناسی	۸
بخش ۲: حرکت یکنواخت	۳۰
بخش ۳: حرکت با شتاب ثابت	۳۸
بخش ۴: بررسی حرکت‌های ترکیبی	۵۵
بخش ۵: تعیین نوع حرکت	۶۷
بخش ۶: سقوط آزاد	۷۱
فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای	۸۱
بخش ۱: قوانین نیوتون	۸۲
بخش ۲: معرفی بعضی از نیروهای خاص	۸۹
بخش ۳: کار انجام‌شده توسط نیرو	۱۱۷
بخش ۴: تعادل	۱۱۹
بخش ۵: تکانه	۱۲۲
بخش ۶: حرکت دایره‌ای	۱۲۸
بخش ۷: گرانش و ماهواره	۱۳۹
فصل سوم: نوسان و موج	۱۴۷
بخش ۱: نوسان	۱۴۸
بخش ۲: موج	۱۸۳
فصل چهارم: برهم‌کنش‌های موج	۲۲۲
فصل پنجم: آشنایی با فیزیک اتمی	۲۷۱
فصل ششم: آشنایی با فیزیک هسته‌ای	۲۹۲
پاسخ‌نامه تشریحی	۳۱۰
پاسخ‌نامه کلیدی	۵۷۶

حرکت با شتاب ثابت

۱۰. حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

در حرکت شتاب ثابت بر خط راست، شتاب متحرک ثابت است؛ یعنی سرعت متحرک در بازه‌های زمانی مساوی، به مقدار ثابتی تغییر می‌کند. **نمونه ۱-** فرض کنید متحرکی در مبدأ زمان با شتاب ثابت 2 m/s^2 به حرکت درمی‌آید. سرعت این متحرک در هر ثانیه 2 m/s افزایش می‌یابد و پس از 1 s ، از صفر به $v_1 = 2 \text{ m/s}$ و پس از 2 s ، به $v_2 = 4 \text{ m/s}$ و ... می‌رسد (شکل ۲۶).



(شکل ۲۶)

معادله سرعت - زمان: قبلاً گفتیم؛ اگر سرعت متحرکی ثابت باشد، مقدار متوسط و لحظه‌ای آن برابرند؛ به همین ترتیب اگر شتاب متحرکی ثابت باشد، مقدار متوسط و لحظه‌ای آن برابرند. (رابطه ۱۲)

اگر سرعت در لحظه دلخواه t برابر v باشد، داریم: $v - v_0 = a(t - t_0) \xrightarrow{(t_0=0)} v = at + v_0$ (رابطه ۱۳)

معادله سرعت متوسط: در حرکت با شتاب ثابت، چون سرعت متحرک به طور یکنواخت (خطی) تغییر می‌کند، سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر میانگین سرعت در ابتدا و انتهای آن بازه است؛ بنابراین سرعت متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به v می‌رسد، از رابطه (۱۴-الف) به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \quad (\text{رابطه ۱۴ - الف})$$

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad (\text{رابطه ۱۴ - ب})$$

و سرعت متوسط بین دو لحظه دلخواه t_1 و t_2 :

معادله مستقل از شتاب: جابه‌جایی متحرک در مدتی که سرعت آن از v_0 به v می‌رسد، از رابطه (۱۵-الف) به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{t - t_0} \xrightarrow{(t_0=0)} \Delta x = v_{av} t \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t \quad (\text{رابطه ۱۵ - الف})$$

$$\Delta x = \left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right)\Delta t \quad (\text{رابطه ۱۵ - ب})$$

به همین ترتیب اگر سرعت متحرک در مدت Δt از v_1 به v_2 برسد:

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t = \left[\frac{(at + v_0) + v_0}{2}\right]t = \left(\frac{1}{2}at + v_0\right)t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

معادله جابه‌جایی - زمان:

توجه ۱ براساس رابطه (۱۶) می‌توان سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت را از رابطه (۱۷) حساب کرد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \quad (\text{رابطه ۱۸})$$

معادله مکان - زمان:

$$v = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

معادله مستقل از زمان: از ترکیب معادله‌های سرعت - زمان و مستقل از شتاب خواهیم داشت:

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (\text{رابطه ۱۹ - الف})$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \quad (\text{رابطه ۱۹ - ب})$$

اگر سرعت متحرک پس از جابه‌جایی Δx از v_1 به v_2 برسد، داریم:

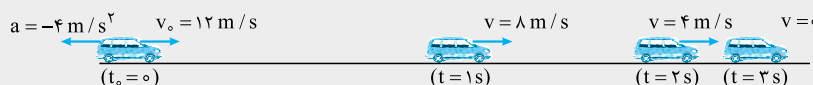


استراتژی و نکات لازم برای حل تست‌های این بخش

۱ اولین موضوعی که از شما می‌خواهیم به آن توجه کنید، مفهوم شتاب است. وقتی می‌گوییم شتاب متحرکی a واحد است؛ یعنی سرعت آن در هر ثانیه a واحد تغییر می‌کند.

مثال ۱- اتومبیلی با سرعت 12 m/s بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده اتومبیل با دیدن یک مانع اقدام به ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت 4 m/s^2 کند می‌شود. چند ثانیه پس از اقدام به ترمز، اتومبیل متوقف می‌شود؟

پاسخ- می‌تونی با استفاده از مفهوم شتاب به جواب برسی. شتاب اتومبیل 4 m/s^2 است؛ یعنی سرعت اتومبیل هر ثانیه 4 m/s تغییر می‌کند و پس از 1 s به 8 m/s ، پس از 2 s به 4 m/s و پس از 3 s به صفر می‌رسد. با این حساب، اتومبیل پس از 3 s متوقف می‌شود.

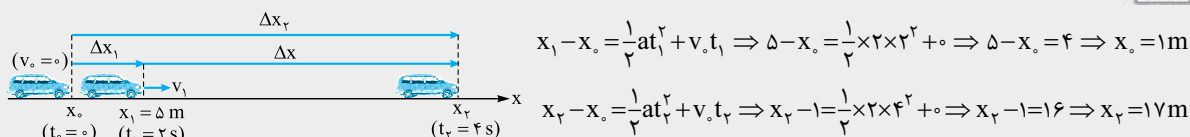


استفاده از فرمول، سریع‌تر ما رو به جواب می‌رساند؛ با توجه به رابطه (۱۳): $t = 3 \text{ s}$ $\Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow 0 = -4 \times t + 12 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$

۲ منظور از v_0 و v در معادله‌های مطرح‌شده، سرعت اولیه و سرعت پایانی در بازه زمانی‌ای است که معادله را به کار می‌برید. موضوع را در قالب مثال زیر شرح می‌دهیم.

مثال ۲- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت 2 m/s^2 روی محور x شروع به حرکت می‌کند و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ از مکان $x = 5 \text{ m}$ عبور می‌کند. این متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ در چه مکانی قرار می‌گیرد؟

پاسخ- روش اول؛ رابطه (۱۲) را یک بار از لحظه صفر تا $t_1 = 2 \text{ s}$ و بار دیگر از لحظه صفر تا $t_2 = 4 \text{ s}$ می‌نویسیم. با توجه به شکل زیر، داریم:



روش دوم؛ رابطه (۱۲) رو بین دو لحظه t_1 و t_2 می‌نویسیم؛ منظور از t بازه زمانی بین دو لحظه t_1 تا t_2 است: $t = t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2 \text{ s}$

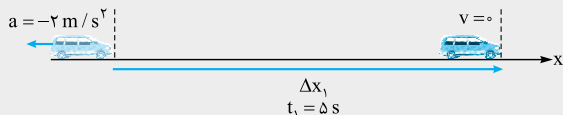
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 \Rightarrow x_2 - 5 = 4 \Rightarrow x_2 = 9 \text{ m} \quad (!!!)$$

اشکال دارد؛ اشکال کار در کجاست؟ در این که وقتی رابطه (۱۶) رو در بازه زمانی t_1 تا t_2 به کار می‌بری، سرعت اولیه می‌شه سرعت در ابتدای این بازه زمانی که همون سرعت در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ است و مخالف صفر است ($v_1 \neq 0$). در واقع ما در روش دوم، جابه‌جایی متحرک را در ۲ ثانیه اول به دست آورده‌ایم. (نه ۲ ثانیه دوم).

۳ وقتی می‌گویند متحرک متوقف می‌شود، یک کمیت ارزشمند را در اختیار ما گذاشته‌اند: سرعت پایانی متحرک که برابر صفر است.

مثال ۳- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و با شتاب ثابت 2 m/s^2 حرکت خود را کند کرده، پس از 5 s متوقف می‌شود.

الف) جابه‌جایی متحرک در این مدت چند متر است؟



ب) اگر متحرک پس از توقف لحظه‌ای، با همان شتاب قبلی، به حرکت خود ادامه دهد، پس از 5 s (از لحظه توقف) چند متر جابه‌جا می‌شود؟

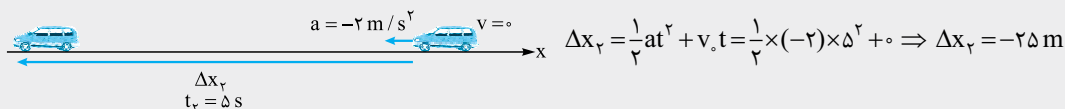
پاسخ- الف v_0 رو از رابطه (۱۳) حساب می‌کنیم و در رابطه (۱۶) قرار می‌دهیم. بیا همین الان ترکیبشون کنیم. $v = at + v_0 \Rightarrow v_0 = v - at$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2}at^2 + (v - at)t = \frac{1}{2}at^2 + vt - at^2 \Rightarrow \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \quad (\text{رابطه } ۲۰)$$

با توجه به عدم حضور v_0 در این رابطه، آن را «معادله مستقل از سرعت اولیه» می‌نامیم.

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow \Delta x_1 = -\frac{1}{2} \times (-2) \times 5^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_1 = 25 \text{ m}$$

ب با توجه به شکل زیر و با استفاده از رابطه (۱۶) می‌نویسیم:



توجه ۲ جالب شد! جابه‌جایی متحرک 5 s قبل از توقف با 5 s بعد از آن هم‌اندازه است. در حالت کلی می‌توان گفت در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت، جابه‌جایی در مدت Δt ثانیه قبل و Δt ثانیه بعد از توقف، هم‌اندازه است. بنابراین، برای حل قسمت الف)، به جای استفاده از رابطه (۲۰)، می‌تونستی از این روش (بررسی حرکت معکوس جسم) استفاده کنی. (با مقایسه رابطه‌های (۱۶) و (۲۰) هم می‌تونید به این نتیجه برسید).

ف ۴ جدول حضور و غیاب (!):

برای محاسبه جابه‌جایی ۴ تا فرمول اصلی ارائه دادیم! به دلیل این تعداد، خیلی از دانش‌آموزان در انتخاب رابطه مناسب دچار مشکل می‌شوند. بهترین کار اینه که لیستی از اطلاعات تست رو تهیه کنید و با توجه به جدول (۴) رابطه کارآمد را تشخیص دهید. کمیت‌های حاضر در هر رابطه رو با علامت ✓ و کمیت‌های غایب رو با علامت ✗ نشان‌دار کرده‌ایم.

نام رابطه	رابطه	a	t	v	v _۰
جابه‌جایی - زمان	$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$	✓	✓	✗	✓
مستقل از سرعت اولیه	$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$	✓	✓	✓	✗
مستقل از شتاب	$\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})t$	✗	✓	✓	✓
مستقل از زمان	$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$	✓	✗	✓	✓

(جدول ۴)

تست ذره‌ای با شتاب ثابت بر خط راستی حرکت می‌کند. در لحظه $t = 0$ ، این ذره در مکان $x_0 = -5 \text{ m}$ است. اگر سرعت این ذره در مکان‌های

$x_1 = 7 \text{ m}$ و $x_2 = 16 \text{ m}$ به ترتیب برابر 4 m/s و 5 m/s باشد، شتاب حرکت و سرعت اولیه آن در SI به ترتیب کدام است؟ (سراسری ریاضی - تدریسی)

۰/۵، ۳ (۴)

۱/۵، ۲ (۳)

۳، ۱ (۲)

۲، ۰/۵ (۱)

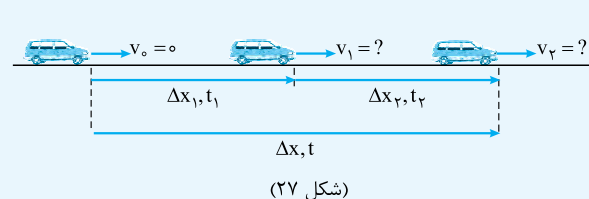
پاسخ - گزینه «۱» در جدول اطلاعات عددی این تست، اثری از کمیت زمان دیده نمی‌شود؛ پس رابطه مستقل از زمان (رابطه ۱۹ - ب) مناسب‌ترین رابطه برای محاسبه شتاب است.

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = -5 \text{ m}; v_0 = ? \\ x_1 = 7 \text{ m}; v_1 = 4 \text{ m/s} \\ x_2 = 16 \text{ m}; v_2 = 5 \text{ m/s} \\ a = ? \end{array} \right\} \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 5^2 - 4^2 = 2a(16 - 7) \Rightarrow 25 - 16 = 2a \times 9 \Rightarrow a = 0.5 \text{ m/s}^2$$

می‌تونی ۱ رو همین الان انتخاب کنی! برای محکم‌کاری یه بار دیگه بین مکان‌های x_0 و x_1 (یا x_2 و x_0)، از رابطه مستقل از زمان (رابطه ۱۹ - الف) استفاده می‌کنیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow 4^2 - v_0^2 = 2 \times 0.5 \times [7 - (-5)] \Rightarrow 16 - v_0^2 = 12 \Rightarrow v_0^2 = 16 - 12 = 4 \Rightarrow |v_0| = 2 \text{ m/s}$$

۵ بعضی تست‌ها هستند که با استفاده از روش معروف به «تعمیم جزء به کل» راحت‌تر حل می‌شن. برای درک بهتر این روش و شرایط استفاده از اون، به نمونه زیر توجه کنید.



(شکل ۲۷)

نمونه ۲ - متحرکی رو در نظر بگیر که مطابق شکل (۲۷)، با شتاب ثابت a از حال سکون شروع به حرکت می‌کنه. متحرک در زمان معلوم t_1 به اندازه Δx_1 و در زمان معلوم t_2 به اندازه Δx_2 جابه‌جا می‌شه. می‌خواهیم Δx_2 رو با Δx_1 مقایسه کنیم. برای محاسبه Δx_2 ، یا باید سرعت متحرک در لحظه t_1 (یعنی v_1) رو معلوم کنیم، یا این‌که از مقایسه Δx_1 (جابه‌جایی در جزئی از مسیر) و Δx (جابه‌جایی کل) رابطه Δx_1 و Δx_2 رو مشخص کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x} = \left(\frac{t_1}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \dots$$

تست متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم طوری حرکت می‌کند که 30 m ابتدایی مسیر را در مدت 2 s و 30 m بعدی را در مدت 1 s طی می‌کند. سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۵ (۲)

صفر (۱)

پاسخ - گزینه «۲» زمان طی 30 m ابتدایی مسیر رو با t_1 و زمان طی کل مسیر ($\Delta x = 30 + 30 = 60 \text{ m}$) رو با t نشون می‌دیم.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 + a = 15 \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 60 = \frac{1}{2}a \times 3^2 + v_0 \times 3 \Rightarrow v_0 + 1/5 a = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow (a = 10 \text{ m/s}^2, v_0 = 5 \text{ m/s})$$



۶ رابطه مستقل از شتاب، رابطه‌ای که ما به دانش‌آموزانی که با فرمول میوه خوبی ندارند، توصیه می‌کنیم. این رابطه رو می‌تونی به شکل مفهومی مقابل به خاطر بسپاری: $v = at + v_0$ قرار می‌گیره، ابزار قدرتمندی برای حل تست‌های حرکت با شتاب ثابت ایجاد می‌شه!

تست متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادله سرعت - زمان آن در SI به صورت $v = 2t - 3$ است. اگر مکان اولیه متحرک $x_0 = 4 \text{ m}$ باشد، جابه‌جایی آن در ثانیه سوم چند متر است؟

(۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ گزینه «۳» راه حل اول: برای محاسبه شتاب، معادله داده شده را با رابطه (۱۳) مقایسه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v &= 2t - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -3 \text{ m/s})$$

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + (-3) \times 2 + 4 = 4 - 6 + 4 = 2 \text{ m} \quad \text{مکان متحرک در لحظه } t_1 = 2 \text{ s}$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + (-3) \times 3 + 4 = 9 - 9 + 4 = 4 \text{ m} \quad \text{مکان متحرک در لحظه } t_2 = 3 \text{ s}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 - 2 \Rightarrow \Delta x = 2 \text{ m} \quad \text{و جابه‌جایی در این بازه زمانی:}$$

راه حل دوم: به کمک رابطه (۱۵) - ب، خیلی سریع‌تر به جواب می‌رسیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 2 \text{ s}: v_1 &= 2 \times 2 - 3 = 1 \text{ m/s} \\ t_2 = 3 \text{ s}: v_2 &= 2 \times 3 - 3 = 3 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) \Delta t = \left(\frac{1 + 3}{2} \right) \times (3 - 2) = \frac{4}{2} \Rightarrow \Delta x = 2 \text{ m}$$

۷ زمان و مسافت توقف:

متحرکی را در نظر بگیرید که با سرعت v_0 بر مسیری مستقیم در حال حرکت است و سرعت حرکت خود را با شتاب ثابت a کاهش می‌دهد؛ به طوری که پس از مدت زمانی به نام «زمان توقف (t_s)» و طی مسافتی به نام «مسافت توقف (l_s)» متوقف می‌شود. برای پیدا کردن t_s و l_s ، کافی است در روابط (۱۳) و (۱۹) - الف، به جای v ، عدد صفر را قرار دهیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{(t=t_s)} 0 = at_s + v_0 \Rightarrow t_s = -\frac{v_0}{a} \quad \text{(رابطه ۲۱)}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{(\Delta x=l_s)} 0 - v_0^2 = 2al_s \Rightarrow l_s = -\frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow l_s = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| \quad \text{(رابطه ۲۲)}$$

(چون این دو رابطه از روابط اصلی به دست آمده‌اند، حفظ کردن آن‌ها ضرورتی ندارد؛ ولی نحوه به دست آوردنشان را حتماً یاد بگیرید.)

توجه ۲ چون در حرکت کندشونده $av < 0$ است، رابطه (۲۱) حتماً به مقداری مثبت برای t_s منتهی می‌شود. به همین دلیل، از این رابطه می‌توانید به شکل روبه‌رو استفاده کنید تا از شر تعیین علامت a و v_0 نجات پیدا کنید!

$$t_s = \left| \frac{v_0}{a} \right| \quad \text{(رابطه ۲۱ در لباسی دیگر!)} \quad \text{(رابطه ۲۲)}$$

توجه ۴ در رابطه (۲۲)، علامت قدرمطلق را به این خاطر به کار برده‌ایم که l_s مقداری منفی به خود نمی‌گیرد؛ چرا؟ چون کمیتی از جنس مسافت است و مسافت، منفی‌بشو نیست!

تست اتومبیلی روی خط راست با سرعت 108 km/h در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله 165 m با شتاب ثابت 3 m/s^2

ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰ (سراسری ریاضی - ۹۶)

پاسخ گزینه «۴» در زمان واکنش راننده فرض می‌شود اتومبیل با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شود. اتومبیل در این مدت به اندازه Δx_1 و سپس به اندازه Δx_2 جابه‌جا می‌شود و داریم:

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = \frac{108}{3.6} \text{ m/s} = 30 \text{ m/s} \quad \Delta x_2 = l_s = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \frac{30^2}{2 \times 3} = \frac{900}{6} = 150 \text{ m}$$

$$t_2 = t_s = \left| \frac{v_0}{a} \right| = \frac{30}{3} = 10 \text{ s}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 165 = \Delta x_1 + 150 \Rightarrow \Delta x_1 = 15 \text{ m} \Rightarrow v_0 t_1 = 15 \Rightarrow 30 t_1 = 15 \Rightarrow t_1 = 0.5 \text{ s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0.5} = 20$$

۸ محاسبه مسافت در حرکت با شتاب ثابت:

برای محاسبه مسافت می‌توانیم سه تاکار انجام بدهیم:

- رسم نمودار مکان - زمان: این مورد را قبلاً (در درس نامه ۳) مطرح کرده بودیم، دیگه مطرح نمی‌کنیم!
- تعیین معادله سرعت: معادله سرعت متحرک را به دست آورده، سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم تا مشخص شود، در بازه زمانی ارائه شده، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند یا نه. اگر جهت حرکت متحرک تغییر نکند، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک، برابر است. اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، باید اندازه جابه‌جایی در جهت + و اندازه جابه‌جایی در جهت - محور را جداگانه حساب کرده و آن‌ها را با هم جمع کنیم.
- رسم نمودار سرعت - زمان: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و مساحت محصور بین نمودار و محور زمان را حساب می‌کنیم. این مساحت برابر مسافته! این روش را در مبحث نمودارها به اندازه کافی تمرین می‌کنیم.

تست معادله مکان - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 4t^2 - 16t + 8$ است. مسافت طی شده توسط

 این متحرک در فاصله زمانی $0 \leq t \leq 3$ s چند متر است؟

۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴)

پاسخ گزینه «۴» راه حل اول: معادله سرعت - زمان متحرک را تعیین و آن را تعیین علامت می‌کنیم:

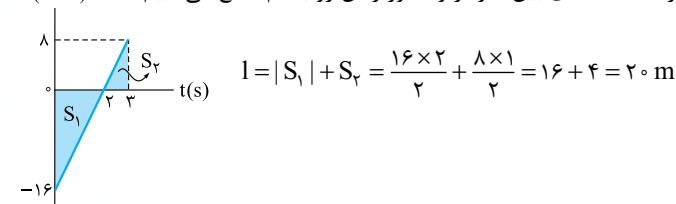
$$\left. \begin{aligned} x &= 4t^2 - 16t + 8 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (a = 8 \text{ m/s}^2, v_0 = -16 \text{ m/s}) \Rightarrow v = at + v_0 = 8t - 16$$

 جدول تعیین علامت v نشون می‌ده متحرک در لحظه $t = 2$ s تغییر جهت می‌ده. تا لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت نمی‌ده، جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط اون هم‌اندازن. پس اندازه جابه‌جایی رو یک بار از لحظه $t_0 = 0$ تا $t_1 = 2$ s و بار دیگه از لحظه $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 3$ s حساب می‌کنیم و سپس این مقادیر رو با هم جمع می‌کنیم.

$t(s)$	۰	۲	∞
v		-	۰ +

$$\left\{ \begin{aligned} t_0 = 0 &\Rightarrow x_0 = 8 \text{ m} \\ t_1 = 2 \text{ s} &\Rightarrow x_1 = 4 \times 2^2 - 16 \times 2 + 8 = -8 \text{ m} \\ t_2 = 3 \text{ s} &\Rightarrow x_2 = 4 \times 3^2 - 16 \times 3 + 8 = -4 \text{ m} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1 - x_0 = -8 - 8 = -16 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= x_2 - x_1 = -4 - (-8) = 4 \text{ m} \end{aligned} \right. \xrightarrow{(d = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|)} l = 16 + 4 = 20 \text{ m}$$

توجه مسیر حرکت متحرک به شکل مقابل است. از لحظه $t_0 = 0$ تا $t_1 = 2$ s، مسافت ۱۶ m را در خلاف جهت محور x و از لحظه $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 3$ s، مسافت ۴ m را در جهت محور x طی کرده که این ۴ m با اون ۱۶ m می‌شه ۲۰ m!

راه حل دوم: نمودار سرعت - زمان اون رو رسم می‌کنیم و اندازه مساحت‌های بین نمودار و محور زمان رو با هم جمع می‌کنیم.


پرسش‌های چهارگزینه‌ای

معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت

 ۱۳۳ - متحرکی روی خط راست با شتاب 3 m/s^2 به اندازه معینی به سرعت خود می‌افزاید و بلافاصله در همان جهت با شتاب 6 m/s^2 به همان اندازه قبلی به سرعتش افزوده می‌شود. شتاب متوسط متحرک در کل حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۵/۵ (۴) ۵ (۳) ۴/۵ (۲) ۴ (۱)

 ۱۳۴ - دو موتورسوار با شتاب ثابت در راستای یک خط به سمت شرق حرکت می‌کنند. اگر شتاب یکی از آن‌ها 4 m/s^2 به سمت شرق، شتاب دیگری 2 m/s^2 به سمت غرب و سرعت آن‌ها ۳ s پس از لحظه $t = 0$ هم‌اندازه باشد، اندازه اختلاف سرعت اولیه آن‌ها چند متر بر ثانیه است؟

۱۸ (۴) ۱۲ (۳) ۶ (۲) صفر (۱)





معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۳۵- متحرکی با شتاب ثابت 2 m/s^2 روی محور x حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ با سرعت 5 m/s از مکان $x = -1 \text{ m}$ عبور کند، معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

$$x = 2t^2 + t - 9 \quad (1) \quad x = 2t^2 + t - 7 \quad (2) \quad x = t^2 + 2t - 9 \quad (3) \quad x = 2t^2 + t - 9 \quad (4)$$

۱۳۶- معادله متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 9$ است. اندازه سرعت متحرک در لحظه‌ای که برای اولین بار از فاصله ۳ متری مبدأ مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

$$3 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad 9 \quad (4)$$

۱۳۷- جسمی از حال سکون با شتاب ثابت روی محور x شروع به حرکت می‌کند و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ از مکان $x = 14 \text{ m}$ و در لحظه $t = 4 \text{ s}$ از مکان $x = 26 \text{ m}$ عبور می‌کند. جسم در مبدأ زمان (لحظه $t = 0$) در چند متری مبدأ حرکت قرار دارد؟

$$2 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad 10 \quad (4)$$

۱۳۸- اتومبیلی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان با سرعت 20 m/s از مکان $x = 10 \text{ m}$ عبور می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه سوم حرکت صفر باشد، بیشترین فاصله آن از مبدأ در ناحیه مثبت محور x چند متر است؟

$$40 \quad (1) \quad 60 \quad (2) \quad 100 \quad (3) \quad 160 \quad (4)$$

۱۳۹- معادله مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 3t^2 - 12t + 9$ است. متحرک چند ثانیه در خلاف جهت محور x از مبدأ مکان دور می‌شود؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت

۱۴۰- اتومبیلی با شتاب $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ از حال سکون روی خط راستی شروع به حرکت می‌کند. این متحرک در مدت 8 s چند متر جابه‌جا می‌شود؟

$$96 \quad (1) \quad 128 \quad (2) \quad 160 \quad (3) \quad 224 \quad (4)$$

۱۴۱- قطاری به طول 75 m روی خط راست، با شتاب ثابت $a = 4 \text{ m/s}^2$ و سرعت اولیه 5 m/s ، از روی پلی که طولش ۶ برابر طول قطار است، می‌گذرد. عبور کامل قطار از روی پل چند ثانیه طول می‌کشد؟

$$12/5 \quad (1) \quad 15 \quad (2) \quad 17/5 \quad (3) \quad 20 \quad (4)$$

۱۴۲- جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در مدت 2 s مسافت 10 m را طی می‌کند. این جسم پس از 4 s از شروع حرکت در چه فاصله‌ای از مکان اولیه‌اش قرار می‌گیرد؟

$$12/5 \quad (1) \quad 20 \quad (2) \quad 30 \quad (3) \quad 40 \quad (4)$$

۱۴۳- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت 2 m/s^2 به حرکت درمی‌آید. نسبت زمان لازم برای طی 100 m اول، به زمان لازم برای طی 125 m بعدی، کدام است؟

$$1/5 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3/5 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

۱۴۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راستی به حرکت درمی‌آید و مسافت 32 m را در مدت t می‌پیماید. این متحرک 14 m آخر مسیر را در چند t طی خواهد کرد؟

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad \frac{2}{4} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (3) \quad 4 \quad (4) \text{ نمی‌توان تعیین کرد.}$$

۱۴۵- اتومبیلی با سرعت ثابت 4 m/s بر مسیری مستقیم در حرکت است. ناگهان راننده به مدت 6 s پای خود را بر روی پدال گاز فشار می‌دهد که در نتیجه آن، سرعت اتومبیل با آهنگ ثابتی افزایش می‌یابد. اگر اتومبیل در ۲ ثانیه آخر مدت یادشده، 36 m جابه‌جا شود، شتاب آن در این مدت، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad 2/8 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 14 \quad (4)$$

۱۴۶- قطاری با شتاب ثابت بر روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند. اولین و دومین واگن این قطار، به ترتیب ۳ و ۲ ثانیه طول می‌کشد تا از مقابل چشمان ناظری که بر روی سکوی ایستگاه ایستاده است، عبور کنند. اگر طول هر واگن 15 m و فاصله بین آن‌ها ناچیز باشد، شتاب حرکت قطار چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$1 \quad (1) \quad 1/5 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3/5 \quad (4)$$

۱۴۷- اتومبیلی با سرعت 20 m/s بر مسیر مستقیمی در حال حرکت است. در اثر ترمز، حرکت اتومبیل با شتابی به بزرگی 4 m/s^2 کند می‌شود تا سرانجام، اتومبیل متوقف می‌شود. مسافت طی شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیه آخر حرکتش چند متر است؟

$$8 \quad (1) \quad 16 \quad (2) \quad 40 \quad (3) \quad 50 \quad (4)$$

۱۴۸- اتومبیلی روی خط راست حرکت می‌کند. راننده اتومبیل اقدام به ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت کند و پس از ۴ s متوقف می‌شود. جابه‌جایی اتومبیل در دو ثانیه اول چند برابر جابه‌جایی آن در دو ثانیه دوم (در مدت ترمز) است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

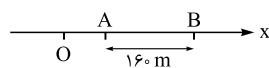
۱۴۹- اتومبیلی بر مسیر مستقیمی در حرکت است. در اثر ترمز، حرکت اتومبیل با شتاب ثابت کند شده و متوقف می‌شود. اگر مسافت طی شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیه اول، ۸ برابر مسافت طی شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیه آخر باشد، مدت زمان لازم برای توقف اتومبیل چند ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۵۰- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و در ۴ ثانیه سوم حرکت ۶۰ m جابه‌جا می‌شود. اگر سرعت متحرک در پایان این بازه زمانی ۳ برابر سرعت آن در ابتدای این بازه باشد، شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{75}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) ۱۰

۱۵۱- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت 2 m/s^2 روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطه O سرعتش صفر باشد، فاصله OA چند متر است؟



- (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۷۲

۱۵۲- جسمی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست حرکت می‌کند و با سرعت‌های 2 m/s و 3 m/s به ترتیب، از مکان‌های $x_1 = 1 \text{ m}$ و $x_2 = 11 \text{ m}$ عبور می‌کند. این متحرک با چه سرعتی (بر حسب متر بر ثانیه)، از مکان $x_3 = 43 \text{ m}$ عبور می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵۳- جسمی با شتاب ثابت از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک پس از t ثانیه به ۷ برسد و در این مدت به اندازه Δx جابه‌جا شود، چه مدت دیگر طول می‌کشد تا سرعت آن از ۷ به ۲۷ برسد و در این مدت، چه قدر جابه‌جا می‌شود؟

- (۱) $\Delta x, t$ (۲) $3\Delta x, t$ (۳) $\Delta x, 2t$ (۴) $3\Delta x, 2t$

۱۵۴- جسمی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست حرکت می‌کند و با سرعت‌های 10 m/s و 30 m/s به ترتیب، از نقاط A و B عبور می‌کند. سرعت جسم در هنگام عبور از نقطه وسط پاره خط AB، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $10\sqrt{5}$ (۲) $10\sqrt{2}$ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

زمان و مسافت توقف در حرکت با شتاب ثابت برخط راست

۱۵۵- اتومبیلی با سرعت 72 km/h در یک جاده مستقیم در حال حرکت است. ناگهان راننده مانعی را در فاصله ۶۰ متری خود می‌بیند و در همان لحظه، با شتاب 4 m/s^2 ترمز می‌کند. در این صورت:

- (۱) اتومبیل پس از طی ۴۰ m متوقف می‌شود.
(۲) اتومبیل به مانع برخورد می‌کند.
(۳) اتومبیل در فاصله ۱۰ متری مانع متوقف می‌شود.
(۴) نمی‌توان مشخص کرد که اتومبیل به مانع برخورد می‌کند یا نه.

۱۵۶- در تصادف‌ها انسان معمولی می‌تواند در ضربه‌هایی که اندازه شتاب ترمزی آن‌ها کم‌تر از 250 m/s^2 است، زنده بماند. در تصادف اتومبیلی با سرعت اولیه 108 km/h با مانع ثابت و سخت، در برخورد بدن راننده با کیسه هوای ایمنی اتومبیل، کیسه هوا چگونه باید کار کند؟ (زمان بازشدن کیسه و اثر کمربند ایمنی را در این‌جا در نظر نمی‌گیریم.)

- (۱) حداقل در مدت ۱۸۰ ms، حداقل ۱۲۰ cm جمع شود.
(۲) حداکثر در مدت ۱۸۰ ms، حداکثر ۱۲۰ cm جمع شود.
(۳) حداقل در مدت ۱۲۰ ms، حداقل ۱۸۰ cm جمع شود.
(۴) حداکثر در مدت ۱۲۰ ms، حداکثر ۱۸۰ cm جمع شود.

در زمان واکنش فرض می‌شود سرعت متحرک ثابت.

۱۵۷- اتومبیلی با سرعت ثابت 20 m/s بر روی خط راستی در حال حرکت است که راننده آن ناگهان متوجه مانعی شده و ترمز می‌کند. اگر اندازه شتاب حاصل از ترمز 5 m/s^2 و زمان واکنش راننده 0.5 s باشد، مسافتی که اتومبیل از لحظه دیده‌شدن مانع تا توقف کامل طی می‌کند، چند متر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

۱۵۸- حداقل مسافت توقف برای خودرویی که با سرعت 30 m/s حرکت می‌کند، ۶۰ متر است که شامل مسافت طی شده در زمان واکنش 0.5 s ، ثانیه‌ای راننده هم می‌شود. حداقل مسافت توقف خودرو با همان شتاب ترمز و همان زمان واکنش راننده هنگامی که با سرعت 40 m/s حرکت می‌کند، چند متر است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۹۰ (۳) ۸۰ (۴) ۷۵

۱۵۹- معادله حرکت اتومبیلی که حرکت خود را با شتاب ثابت می‌کند در SI به صورت $x = t^2 - 8t$ است. این جسم به ترتیب پس از طی مسافت چند متر و پس از چند ثانیه متوقف می‌شود؟

- (۱) ۴، ۱۶ (۲) ۴، ۳۲ (۳) ۴، ۳۲ (۴) ۸، ۳۲



۱۶۰- اتومبیلی که با سرعت 72 km/h بر خط راست در حرکت است، با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از طی مسافت 150 متر، سرعت آن نصف می‌شود. در این صورت، اتومبیل پس از طی چه مسافتی (از لحظه شروع ترمز) می‌ایستد؟ (آزمایشی آموزش و پرورش شهر تهران - ۸۹، با تغییر)

- (۱) 250 m (۲) 225 m (۳) 200 m (۴) 175 m

۱۶۱- جسمی که با سرعت v_0 در حال حرکت است، ترمز کرده و در مدت 5 ثانیه، در مسیری مستقیم و با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر جسم در 2 ثانیه قبل از توقف، 8 متر جابه‌جا شود، v_0 چند m/s است؟ (آزمایشی آموزش و پرورش شهر تهران - ۹۰)

- (۱) 30 (۲) 25 (۳) 20 (۴) 10

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۱۶۲- اتومبیلی با شتاب ثابت 2 m/s^2 روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان با سرعت 10 m/s از 2 متری مبدأ مکان عبور می‌کند. سرعت متوسط این اتومبیل در 3 ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۱۶۳- اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت 2 m/s^2 روی خط راستی شروع به حرکت می‌کند و 100 m پایانی مسیرش را در مدت 5 s طی می‌کند. سرعت متوسط اتومبیل در ابتدا تا پایان مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $7/5$ (۲) $12/5$ (۳) 15 (۴) 25

۱۶۴- جسمی با شتاب ثابت 4 m/s^2 در جهت محور x حرکت می‌کند و با سرعت 3 m/s از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند. بزرگی سرعت متوسط جسم در مدتی که از فاصله 2 متری مبدأ به 20 متری آن منتقل می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 6 (۲) 7 (۳) 8 (۴) 9

۱۶۵- متحرکی با سرعت اولیه 2 m/s و شتاب ثابت بر روی خط راستی حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در ثانیه دوم، 2 برابر سرعت متوسط آن در ثانیه اول باشد، شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

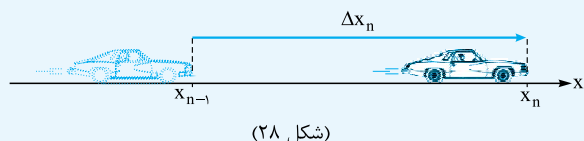
- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 8

۱۶۶- معادله سرعت متوسط - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI و در t ثانیه اول حرکت، به صورت $v_{av} = 2t + 4$ است. سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 3 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 6 (۲) 8 (۳) 10 (۴) 12

۱۱. جابه‌جایی در بازه‌های زمانی مساوی در حرکت با شتاب ثابت

جابه‌جایی در ثانیه n ام برای محاسبه جابه‌جایی یک متحرک در ثانیه اول، مکان اولیه‌اش را از مکان آن در لحظه $t = 1 \text{ s}$ کم می‌کنیم. برای محاسبه جابه‌جایی در ثانیه دوم، مکان متحرک را در لحظه $t = 1 \text{ s}$ از مکانش در لحظه $t = 2 \text{ s}$ کم می‌کنیم و به طور کلی، برای محاسبه جابه‌جایی در ثانیه n ام (Δx_n)، مکان متحرک را در لحظه $t = n - 1$ از مکان آن در لحظه $t = n$ کم می‌کنیم (شکل ۲۸)؛ یعنی:



(شکل ۲۸)

$$\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$$

در شکل (۲۸) منظور از جابه‌جایی در ثانیه n ام، جابه‌جایی در بازه بین $(n-1)$ تا n ثانیه است.

■ اگر متحرک با شتاب ثابت حرکت کند، داریم:

$$x_n = \frac{1}{2} a n^2 + v_0 n + x_0 \quad (I) \quad x_{n-1} = \frac{1}{2} a (n-1)^2 + v_0 (n-1) + x_0 \quad (II)$$

اگر طرفین رابطه (II) را از (I) کم کنید، به رابطه (۲۳) می‌رسید: (رابطه ۲۳)

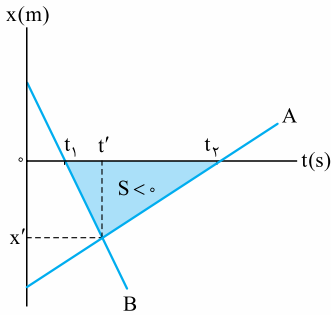
$$\Delta x_n = \frac{1}{2} a (2n-1) + v_0 = (n-0/5) a + v_0$$

رابطه (۲۳) فقط در حرکت‌هایی با شتاب ثابت برقرار است و برای حرکت‌هایی با شتاب متغیر غیر قابل استفاده است.

نمونه ۱- به اعداد به دست آمده در زیر توجه بفرمایید:

$$\begin{cases} \text{(جابه‌جایی در ثانیه اول)} & \Delta x_1 = (1-0/5)a + v_0 = 0/5a + v_0 \\ \text{(جابه‌جایی در ثانیه دوم)} & \Delta x_2 = (2-0/5)a + v_0 = 1/5a + v_0 \\ \text{(جابه‌جایی در ثانیه سوم)} & \Delta x_3 = (3-0/5)a + v_0 = 2/5a + v_0 \\ \text{(جابه‌جایی در ثانیه چهارم)} & \Delta x_4 = (4-0/5)a + v_0 = 3/5a + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_2 - \Delta x_1 = a \\ \Delta x_3 - \Delta x_2 = a \\ \Delta x_4 - \Delta x_3 = a \end{cases}$$

نتیجه ۱- در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی، یک دنباله حسابی با قدرنسبت a تشکیل می‌دهند (یعنی اگر به



۱۳۲-۴ همان‌طور که می‌بینید شکل داده‌شده از نظر عددی، شکل خلوتی است؛ پس لابد حل آن

محاسبات کمی دارد! نمودارهای شکل روبه‌رو در لحظه‌های t_1 و t_2 ، محور t را قطع می‌کنند. پس مورچه B در لحظه t_1 و مورچه A در لحظه t_2 از $x = 0$ (مبدأ مکان) می‌گذرند که در صورت تست، اختلاف این زمان‌ها $\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta s$ داده شده است:

محل برخورد دو خط در شکل روبه‌رو، در لحظه t' و مکان x' ، به هم رسیدن دو مورچه را نشان می‌دهد. مساحت مثلث رنگی در صورت تست آورده شده که چون زیر محور t است، مساحتی منفی در نظر گرفته می‌شود:

$$|S| = 120 \xrightarrow{(S < 0)} S = -120 \text{ (SI)}$$

با توجه به رابطه مساحت مثلث رنگی داریم:

$$S = \frac{(t_2 - t_1) \times x'}{2} \Rightarrow -120 = \frac{\Delta x'}{2} \Rightarrow x' = -24 \times 2 = -48 \text{ m}$$

منفی بودن x' از روی شکل هم واضح است (x' پایین‌تر از محور عمودی x می‌باشد).

$$\Delta v_1 = \Delta v_2 = \Delta v \quad (\text{I})$$

۱۳۳-۱ دو مرحله شتاب‌دار را با زیروندهای (۱) و (۲) همراه می‌کنیم؛ طبق فرض تست:

$$\Delta v_1 = a_1 t_1 \xrightarrow{(\text{I})} \Delta v = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\Delta v}{a_1} \quad (\text{II}), \quad \Delta v_2 = a_2 t_2 \xrightarrow{(\text{I})} \Delta v = a_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\Delta v}{a_2} \quad (\text{III})$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta v + \Delta v}{t_1 + t_2} \xrightarrow{(\text{II})} a_{av} = \frac{2\Delta v}{\frac{\Delta v}{a_1} + \frac{\Delta v}{a_2}} = \frac{2\Delta v}{\Delta v(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2})} = \frac{2\Delta v}{\Delta v(\frac{a_2 + a_1}{a_1 a_2})}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2} \Rightarrow a_{av} = \frac{2 \times 3 \times 6}{3 + 6} = \frac{36}{9} \Rightarrow a_{av} = 4 \text{ m/s}^2$$

و بالأخره شتاب متوسط:

تیزباز با عددگذاری پیش ببریم! فرض کن متحرک از حال سکون به حرکت درمیدارد و ۲ s با شتاب $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$ حرکت می‌کند. سرعت متحرک در پایان

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 3 \times 2 = 6 \text{ m/s}$$

این مرحله به $v_1 = 6 \text{ m/s}$ می‌رسد؛

قراره سرعت متحرک در مرحله دوم به اندازه مرحله اول تغییر کنه؛ پس سرعت در مرحله دوم هم 6 m/s زیاد می‌شه و به 12 m/s می‌رسد؛

$$\Delta v_2 = \Delta v_1 \Rightarrow v_2 - v_1 = v_1 - v_0 \Rightarrow v_2 - 6 = 6 - 0 \Rightarrow v_2 = 12 \text{ m/s}$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 \Rightarrow 12 = 6 t_2 + 6 \Rightarrow 6 t_2 = 6 \Rightarrow t_2 = 1 \text{ s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{12 - 0}{2 + 1} = 4 \text{ m/s}^2$$

چنان‌چه جهت حرکت دو موتورسوار (رو به شرق) را جهت مثبت در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$v_1 = a_1 t + v_{0,1} \Rightarrow v_1 = 4t + v_{0,1}, \quad v_2 = a_2 t + v_{0,2} \Rightarrow v_2 = -2t + v_{0,2}$$

$$(t = 3 \text{ s}: v_1 = v_2) \Rightarrow 4 \times 3 + v_{0,1} = -2 \times 3 + v_{0,2} \Rightarrow v_{0,2} - v_{0,1} = 12 + 6 \Rightarrow v_{0,2} - v_{0,1} = 18 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 5 = 2 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = 1 \text{ m/s}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 1 \times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -7 \text{ m}$$

x هم می‌فوائیم؛

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 1 \times t - 7 = t^2 + t - 7$$

x رو می‌فوان؛

متحرک دو بار از فاصله ۳ متری مبدأ عبور می‌کند. یک بار در لحظه‌ای که از مکان $x = -3 \text{ m}$ عبور می‌کند.

$$t^2 - t - 9 = -3 \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (t - 3)(t + 2) = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s} \checkmark, t = -2 \text{ s} \times$$

و یک بار هم لحظه‌ای که از مکان $x = 3 \text{ m}$ عبور می‌کند.

$$t^2 - t - 9 = 3 \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 3) = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ s} \checkmark, t = -3 \text{ s} \times$$

پس متحرک دو بار و در لحظه‌های $t = 3 \text{ s}$ و $t = 4 \text{ s}$ از ۳ متری مبدأ عبور می‌کند.

حالا باید سرعت متحرک را در لحظه $t = 3 \text{ s}$ حساب کنیم. از مقایسه معادله مکان - زمان متحرک با شکل کلی آن، شتاب و سرعت اولیه متحرک و سپس معادله سرعت - زمان متحرک را تعیین می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} x &= t^2 - t - 9 \\ x &= \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -1 \text{ m/s} \right) \Rightarrow v = at + v_0 = 2t - 1 \xrightarrow{(t=3 \text{ s})} v = 5 \text{ m/s}$$

۱۳۷- ف جسم در لحظه $t_1 = 2$ s از مکان $x_1 = 14$ m و در لحظه $t_2 = 4$ s از مکان $x_2 = 26$ m عبور می‌کند. با جای‌گذاری این اطلاعات در معادله مکان - زمان متحرک به دست خواهیم آورد:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 14 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + 0 \times 2 + x_0 \xrightarrow{(\times 4)} 56 = 4a + 4x_0 \\ x_2 &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 26 = \frac{1}{2}a \times 4^2 + 0 \times 4 + x_0 \Rightarrow 26 = 8a + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 56 - 26 = 4x_0 - x_0 \Rightarrow 3x_0 = 30 \Rightarrow x_0 = 10 \text{ m}$$

۱۳۸- ۲ نکته وقتی گفته می‌شود در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی یا سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 صفر است، یعنی متحرک در این بازه سر جای اولیه‌اش برگشته ($x_2 = x_1$) و در وسط این بازه زمانی تغییر جهت داده است، به این معنی که سرعت متحرک در لحظه وسط بازه زمانی t_1 تا t_2 صفر است:

$$v_{t=\frac{t_1+t_2}{2}} = 0 \quad \text{با توجه به نکته بالا، سرعت متحرک در لحظه } t = 5 \text{ s (وسط دو ثانیه سوم) صفر است؛ پس:}$$

$$v = at + v_0 = at + 20 \Rightarrow 0 = a \times 5 + 20 \Rightarrow 5a = -20 \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2} \times (-4) \times 5^2 + 20 \times 5 + 10 = -50 + 100 + 10 = 60 \text{ m} \quad \text{مکان متحرک را در لحظه } t = 5 \text{ s تعیین می‌کنیم:}$$

در لحظه 5 s و مکان 60 m، سرعت متحرک صفر می‌شود و متحرک بعد از آن، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؛ پس حداکثر فاصله متحرک از مبدأ در ناحیه مثبت محور x برابر 60 m است.

t(s)	۱	۲	۳
x	+	-	+
v	-	-	+

۱۳۹- ۱ قرار است متحرک در خلاف جهت محور x از مبدأ مکان دور شود؛ بنابراین باید متحرک

در قسمت منفی محور مکان قرار داشته ($x < 0$) و جهت حرکت آن در خلاف جهت محور مکان باشد ($v < 0$). حالا با استفاده از تعیین علامت، زمان‌هایی را که در آن دو شرط $x < 0$ و $v < 0$ برقرار است، پیدا می‌کنیم:

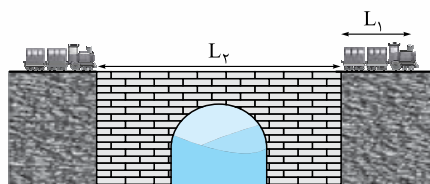
$$x = 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s}, t_2 = 3 \text{ s}$$

$$v = 6t - 12 = 0 \Rightarrow t_3 = 2 \text{ s}$$

در جدول بالا نواحی جواب را مشخص کرده‌ایم که اشتراک آن‌ها بین دو لحظه $t_1 = 1$ s و $t_2 = 3$ s است، پس: $\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 1 = 2$ s

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{اندازه شتاب اتومبیل برابر است با:}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 + 0 = 10 \text{ m}$$



۱۴۱- ۲ قطار با شتاب ثابت، مطابق شکل روبه‌رو مسافتی به اندازه مجموع طول قطار (L_1) و طول پل (L_2) را طی می‌کند تا کاملاً از پل بگذرد.

$$L_1 = 75 \text{ m}, L_2 = 6L_1 = 6 \times 75 = 450 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow L_1 + L_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 75 + 450 = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 5t \Rightarrow 2t^2 + 5t - 525 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 2 \times (-525)}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4200}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{4225}}{4} \xrightarrow{(t>0)} t = \frac{-5 + \sqrt{4225}}{4} = \frac{-5 + 65}{4} = \frac{60}{4} = 15 \text{ s}$$

۱۴۲- ف قبل از انجام هر کاری، دوتا نکته زیر رو بخونید.

نکته ۱ هر حرکتی با شتاب ثابت که از حال سکون شروع شود، تندشونده است. (صفر، کم‌ترین اندازه ممکن برای سرعت یک جسم است.)

نکته ۲ اگر متحرکی با شتاب ثابت و به صورت تندشونده بر روی یک خط راست حرکت کند، هیچ‌گاه متوقف نشده و تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین، در چنین حرکتی، بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک برابرند.

با توجه به نکته (۱)، نوع حرکت متحرک تندشونده است و با توجه به نکته (۲)، مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر بزرگی جابه‌جایی آن است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + 0 \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{بنابراین، طبق رابطه (۱۶):}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 5 \times 4^2 + 0 = 40 \text{ m} \quad \text{حال ببینیم متحرک پس از ۴ s چند متر از مکان اولیه‌اش دور می‌شود؛ باز هم رابطه (۱۶):}$$

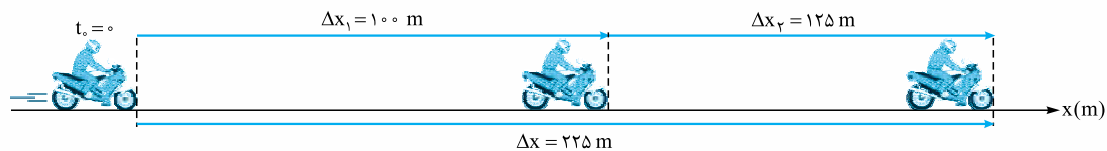
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{(a:\text{ثابت})} \Delta x \propto t^2 \quad \text{اگر متحرک از حال سکون به حرکت درآمده باشد، جابه‌جایی آن با مجذور زمان نسبت مستقیم دارد:}$$

$$\begin{array}{ccc} \Delta x \propto t^2 & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{برابر ۴} & & \text{برابر ۲} \end{array} \quad \text{طبق رابطه بالا، اگر زمان حرکت ۲ برابر شود، جابه‌جایی متحرک ۴ برابر می‌شود:}$$

$$t_2 = 2t_1 \Rightarrow l_2 = 4l_1 = 4 \times 10 = 40 \text{ m} \quad \text{پس اگر جسم در ۲ s مسافت ۱۰ m را طی کند، در مدت ۴ s مسافت ۴۰ m را طی می‌کند:}$$



۱۴۳-۲ با توجه به شکل زیر، زمان لازم برای طی 100 m اول را با t_1 و زمان لازم برای طی 125 m بعدی را با t_2 و زمان لازم برای طی کل مسیر ($\Delta x = 225\text{ m}$) را با t نشان می‌دهیم. با استفاده از شکل زیر و تعمیم «جزء به کل مسیر»، داریم:



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 2t_1^2 + 0 \Rightarrow t_1^2 = 100 \Rightarrow t_1 = 10\text{ s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 100 + 125 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 \Rightarrow t^2 = 225 \Rightarrow t = 15\text{ s}$$

$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow 15 = 10 + t_2 \Rightarrow t_2 = 5\text{ s} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0 t_2 \Rightarrow 125 = \frac{1}{2} \times 2t_2^2 + 0 \Rightarrow t_2 = 5\sqrt{5}\text{ s}$$

توجه بعضی دانش‌آموزان برای محاسبه t_2 به این شکل عمل می‌کنند:

که کاملاً اشتباه است! قبلاً هم گوشزد کرده بودیم که منظور از v_0 ، سرعت در ابتدای بازه زمانی‌ای است که می‌خواهیم Δx را حساب کنیم. Δx_2 جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی t_2 تا t است ($t_2 = t - t_1$) و سرعت در ابتدای این بازه زمانی، سرعت در لحظه $t_1 = 10\text{ s}$ است که صد درصد مخالف صفر است! حسابش کنیم:

$$v_1 = at_1 + v_0 = 2 \times 10 + 0 = 20\text{ m/s}$$

حالا می‌توانیم t_2 را حساب کنیم:

$$125 = \frac{1}{2} \times 2 \times t_2^2 + 20 t_2 \Rightarrow t_2^2 + 20 t_2 - 125 = 0 \Rightarrow (t_2 - 5)(t_2 + 25) = 0 \Rightarrow t_2 = 5\text{ s} \checkmark, t_2 = -25\text{ s} \times$$

توجه دقت کنید که t_2 یک بازه زمانی است (نه یک لحظه) و بهتر بود که در روابط فوق جایش را به عبارت Δt می‌دادیم! ولی خب، مرسوم است که برای اختصار، گاهی بازه زمانی را به جای Δt با t نشان می‌دهند.

۱۴۴-۱ متحرک از حال سکون و با شتاب ثابت a حرکت کرده و مسافت 32 m را در مدت زمان t می‌پیماید، بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{(I)}$$

اکنون با فرض این که متحرک 18 m متر ابتدای مسیر ($32 - 14 = 18\text{ m}$) را در مدت زمان t' بپیماید، داریم: $\Delta x' = \frac{1}{2}at'^2 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}at'^2 \quad \text{(II)}$

$$\frac{32}{18} = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow \frac{16}{9} = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{t}{t'} \Rightarrow t' = \frac{3}{4}t$$

بنابراین متحرک 14 m متر انتهای مسیر را در مدت زمان $\frac{1}{4}t$ طی خواهد کرد:

۱۴۵-۲ مبدأ زمان را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که راننده پای خود را بر روی پدال گاز قرار می‌دهد. منظور از «۲ ثانیه آخر مدت یادشده»، بازه زمانی

$t_1 = 4\text{ s}$ تا $t_2 = 6\text{ s}$ است. سرعت اتومبیل در ابتدای این بازه زمانی (لحظه t_1)، می‌شود:

$$v_1 = at_1 + v_0 = a \times 4 + 4 \Rightarrow v_1 = 4a + 4$$

جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه آخر (بازه زمانی t_1 تا t_2)، برابر است با:

$$(t = t_2 - t_1 = 6 - 4 = 2\text{ s})$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1 t \Rightarrow 36 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + (4a + 4) \times 2 = 2a + (8a + 8) = 10a + 8 \Rightarrow 10a = 36 - 8 = 28 \Rightarrow a = 2.8\text{ m/s}^2$$

۱۴۶-۱ مبدأ زمان را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که جلوی اولین واگن (با سرعت اولیه v_0) به مقابل چشمان ناظر می‌رسد. از این لحظه تا لحظه $t_1 = 3\text{ s}$ ، قطار مسافتی را به اندازه طول اولین واگن (با شتاب ثابت a) طی می‌کند.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow 15 = \frac{1}{2}a \times 3^2 + v_0 \times 3 \Rightarrow 4/5a + 3v_0 = 15 \Rightarrow 3a + 2v_0 = 10 \quad \text{(I)}$$

قطار از مبدأ زمان تا لحظه $t = 5\text{ s}$ ، مسافتی به اندازه طول دو واگن ($\Delta x = 30\text{ m}$) را طی می‌کند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 30 = \frac{1}{2}a \times 5^2 + v_0 \times 5 \Rightarrow 12/5a + 5v_0 = 30 \Rightarrow 5a + 2v_0 = 12 \quad \text{(II)}$$

از حل معادلات (I) و (II)، $v_0 = 3/5\text{ m/s}$ و $a = 1\text{ m/s}^2$ به دست می‌آید.

۱۴۷-۱ رابطه (۲۰) خیلی کارمان را در حل این تست ساده می‌کند. می‌خواهیم جابه‌جایی متحرک را در ۲ ثانیه آخر حرکتش حساب کنیم. سرعت

متحرک در پایان این بازه زمانی، صفر می‌شود ($v = 0$)؛ بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow{(v=0)} \Delta x = -\frac{1}{2}at^2$$

اگر جهت حرکت اتومبیل را مثبت فرض کنیم، علامت شتابش منفی می‌شود (چرا؟)، پس:

سرعت متحرک تا قبل از ترمز کردن (20 m/s) هم این وسط، نه سر پیازه، نه ته پیاز، نه وسط اون!

توجه در مواقعی که سرعت پایانی متحرک صفر می‌شود، روش تحلیل معکوس، معمولاً مفید واقع می‌شود! اگر حرکت متحرک با همین شتاب ادامه پیدا کند، جابه‌جایی آن، 2 s پس از لحظه تغییر جهت برابر خواهد بود:

$$\Delta x' = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times (-4) \times 2^2 = -8 \text{ m}$$

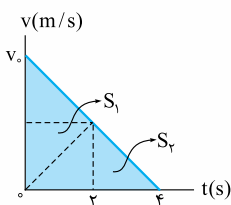
$$\Delta x = -\Delta x' \Rightarrow \Delta x = 8 \text{ m}$$

جابه‌جایی‌های متحرک 2 s قبل و 2 s بعد از تغییر جهت، قرینه یکدیگرند:

۱۴۸-۳ با استفاده از معادله مستقل از سرعت اولیه، جابه‌جایی متحرک در مدت $t = 4 \text{ s}$ (یعنی Δx) را به راحتی می‌توانیم با جابه‌جایی آن در دو

ثانیه دوم (Δx_2) مقایسه کنیم.

$$\begin{aligned} \Delta x_2 &= -\frac{1}{2}at_2^2 + vt_2 \xrightarrow{(v=0)} \frac{\Delta x_2}{\Delta x} = \left(\frac{t_2}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x} = \left(\frac{2}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} \\ \Delta x &= -\frac{1}{2}at^2 + vt \\ \Delta x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 \xrightarrow{(\Delta x = 4\Delta x_2)} \Delta x_1 + \Delta x_2 = 4\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_1 = 3\Delta x_2 \end{aligned}$$



تیزبازش مساحت بین نمودار $(v-t)$ و محور زمان، جابه‌جایی متحرک رو به ما می‌دهد. با توجه به شتاب ثابت و تغییرات

خطی سرعت جسم، نمودار $(v-t)$ آن به شکل مقابل رسم می‌شود. جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه اول، برابر مساحت S_1 و جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه دوم برابر مساحت S_2 است. معلومه S_1 سه برابر S_2 است.

پس:

$$\Delta x_1 = 3\Delta x_2$$

۱۴۹-۴ گام اول: اگر مسافت پیموده‌شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیه اول و ۲ ثانیه آخر را به ترتیب با Δx_1 و Δx_2 نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2}a \times 2^2 + v_0 \times 2 = 2a + 2v_0$$

$$\Delta x_2 = -\frac{1}{2}at^2 + vt = -\frac{1}{2}a \times 2^2 + 0 \times 2 = -2a$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 8 \Rightarrow \frac{2a + 2v_0}{-2a} = 8 \Rightarrow -18a = 2v_0 \Rightarrow v_0 = -9a \quad (I)$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{(I)} 0 = at_s - 9a \Rightarrow at_s = 9a \Rightarrow t_s = 9 \text{ s}$$

گام دوم: زمان توقف اتومبیل را حساب می‌کنیم:

۱۵۰-۲ اگر به هر یک از روابطی که در آن‌ها شتاب حاضر است نگاه کنید، یا v_0 را کنار a می‌بینید یا v را و یا هر دو را!! پس اول سرعت متحرک

در ابتدای (یا انتهای) بازه زمانی داده‌شده را حساب می‌کنیم، بعد a را:

$$\Delta x = \left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right)\Delta t \Rightarrow 60 = \left(\frac{3v_1 + v_1}{2}\right) \times 4 \Rightarrow 4v_1 = 30 \Rightarrow v_1 = 7.5 \text{ m/s}$$

از هر معادله‌ای که دوست دارید a را حساب کنید (به‌جز مستقل از شتاب!؛ مثلاً با رابطه (۱۲):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{3 \times 7.5 - 7.5}{4} = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ m/s}^2$$

۱۵۱-۲ معادله جابه‌جایی - زمان را از A تا B می‌نویسیم تا سرعت متحرک در نقطه A معلوم شود.

$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \Rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 + v_A \times 8 \Rightarrow 8v_A = 96 \Rightarrow v_A = 12 \text{ m/s}$$

$$v_A^2 - v_O^2 = 2a\Delta x$$

حالا معادله مستقل از زمان را در فاصله OA می‌نویسیم.

$$12^2 - 0^2 = 2 \times 2 \times \Delta x \Rightarrow 12 \times 12 = 4\Delta x \Rightarrow \Delta x = 12 \times 3 = 36 \text{ m} \Rightarrow OA = 36 \text{ m}$$

۱۵۲-۳

$$\begin{cases} x_1 = 1 \text{ m} & , & v_1 = 2 \text{ m/s} \\ x_2 = 11 \text{ m} & , & v_2 = 3 \text{ m/s} \\ x_3 = 43 \text{ m} & , & v_3 = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \\ v_3^2 - v_2^2 = 2a(x_3 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_3^2 - v_2^2} = \frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_2} \Rightarrow \frac{3^2 - 2^2}{v_3^2 - 3^2} = \frac{11 - 1}{43 - 11} \Rightarrow \frac{5}{v_3^2 - 9} = \frac{10}{32}$$

$$\Rightarrow v_3^2 - 9 = 16 \Rightarrow v_3^2 = 25 \Rightarrow v_3 = 5 \text{ m/s}$$

(البته می‌توانستیم معادله مستقل از زمان را بین نقاط ۱ و ۲ نوشته و از آنجا a را حساب کنیم؛ سپس شتاب را در معادله مستقل از زمان بعدی بین نقطه ۳

و یکی دیگر از نقاط قرار دهیم تا v_3 حساب شود. در روش بالا، به جای محاسبه a ، آن را با یک تقسیم ساده سر به نیست کرده‌ایم!)



۱۵۳- ۲

زمان و جابه‌جایی خواسته شده را به ترتیب با t' و $\Delta x'$ نشان می‌دهیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v = at + 0 \Rightarrow v = at \\ v = at + v_0 \Rightarrow v = at' \Rightarrow t' = t \end{cases}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^2 - 0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 = 2a\Delta x \\ (v)^2 - v^2 = 2a\Delta x' \Rightarrow 0 = 2a\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 0 \end{cases}$$

۱۵۴- ۱

نقطه وسط پاره خط AB را با C نشان می‌دهیم ($AC = CB$)، در این صورت:

$$\begin{cases} v_C^2 - v_A^2 = 2a(x_C - x_A) \\ v_B^2 - v_C^2 = 2a(x_B - x_C) \end{cases} \xrightarrow{(x_C - x_A = x_B - x_C)} v_C^2 - v_A^2 = v_B^2 - v_C^2 \Rightarrow 2v_C^2 = v_B^2 + v_A^2$$

$$\Rightarrow 2v_C^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow v_C^2 = 5 \Rightarrow v_C = \sqrt{5} \text{ m/s}$$

۱۵۵- ۳

خب: باید طبق رابطه (۲۲)، مسافت توقف اتومبیل را حساب کنیم؛ اگر بیشتر از ۶۰ m شد، اتومبیل قبل از توقف به مانع برخورد می‌کند؛

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3.6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

اگر کمتر از ۶۰ m شد، نرسیده به مانع، متوقف می‌شود.

$$l_s = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \left| \frac{20^2}{2 \times 4} \right| = \frac{400}{8} = 50 \text{ m}$$

$$r = 60 - 50 = 10 \text{ m}$$

در پایان، فاصله اتومبیل از مانع (r) برابر است با:

فدا رو شکر! اتومبیل در فاصله ۱۰ متری مانع متوقف شد!

۱۵۶- ۳

شخص همراه با اتومبیل حرکت می‌کند. پس او هنگام ترمز با سرعت اولیه $v_0 = 108 \text{ km/h}$ ، به درون کیسه هوا فرومی‌رود! و با شتاب

ثابت متوقف می‌شود. هر چه این اندازه فرورفتن و طبعاً زمان آن طولانی‌تر باشد، شتاب ترمزی، کمتر (ایمن‌تر) و برخورد، اصطلاحاً نرم‌تر است!

$$|a| \leq 250 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a_{\max}| = 250 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = \left(\frac{108}{3.6} \text{ m/s} \right) = 30 \text{ m/s}$$

$$t_{s\min} = \frac{v_0}{|a_{\max}|} = \frac{30}{250} = \frac{3}{25} = 0.12 \text{ s} = 0.12 \times 10^3 \text{ ms} = 120 \text{ ms}$$

کم‌ترین زمان جمع شدن کیسه هوا (زمان فرورفتن شخص در آن):

$$l_{s\min} = \frac{v_0^2}{2|a_{\max}|} = \frac{30^2}{2 \times 250} = \frac{900}{500} = \frac{9}{5} = 1.8 \text{ m} = 1.8 \times 10^2 = 180 \text{ cm}$$

کم‌ترین مسافت جمع شدن کیسه هوا (مسافت فرورفتن شخص در آن):

بنابراین کیسه هوا دست‌کم باید در مدت ۱۲۰ ms و دست‌کم ۱۸۰ cm جمع شود. (چون زمان باز شدن کیسه و اثر کمر بند ایمنی را در نظر نگرفتیم.) اگر شخص کم‌تر از ۱۸۰ cm (در مدتی کم‌تر از ۱۲۰ ms) در کیسه فرورود، اندازه شتاب حرکت ترمز بزرگ‌تر از 250 m/s^2 شده و می‌تواند مرگبار باشد!

۱۵۷- ۴

گام اول: در زمان واکنش راننده (t_r) فرض می‌شود که اتومبیل با سرعت ثابت حرکت می‌کند. جابه‌جایی اتومبیل را در این مدت با Δx_1

$$\Delta x_1 = v_0 t_r = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

نشان می‌دهیم:

$$\Delta x_2 = l_s = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \frac{20^2}{2 \times 5} = \frac{400}{10} = 40 \text{ m}$$

گام دوم: مسافتی که اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف طی می‌کند، برابر است با:

$$l = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 10 + 40 = 50 \text{ m}$$

پس اتومبیل از لحظه دیده شدن مانع تا توقف کامل ۵۰ m جابه‌جا می‌شود:

۱۵۸- ۱

بیشتر عادت کرده‌ایم مسافت توقف (x_s) را برای بخش شتاب‌دار ترمزی در نظر بگیریم. حالا این بار مسافت مربوط به زمان واکنش راننده

$$l_s = x_r + x_s$$

(x_r) با حرکت یکنواخت را هم جزء مسافت توقف (l_s) می‌گیریم؛ پس:

اندازه شتاب ترمز را از حالت اول پیدا می‌کنیم:

$$l_{s1} = x_{r1} + x_{s1} = v_1 t_r + \frac{v_1^2}{2|a|} \Rightarrow 60 = 30 \times 0.5 + \frac{30^2}{2|a|} \Rightarrow \frac{450}{|a|} = 60 - 15 = 45 \Rightarrow 45|a| = 450 \Rightarrow |a| = 10 \text{ m/s}^2$$

$$l_{s2} = x_{r2} + x_{s2} = v_2 t_r + \frac{v_2^2}{2|a|} = 40 \times 0.5 + \frac{40^2}{2 \times 10} = 20 + \frac{40 \times 40}{20} = 20 + 2 \times 40 = 20 + 80 = 100 \text{ m}$$

برای حالت دوم:

۱۵۹- ۱

$$\begin{cases} x = t^2 - \lambda t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -\lambda \text{ m/s} \right)$$

$$l_s = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \frac{(-\lambda)^2}{2 \times 2} = \frac{\lambda^2}{4} = 16 \text{ m}$$

$$t_s = \left| \frac{v_0}{a} \right| = \frac{\lambda}{2} = 4 \text{ s}$$

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3.6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

۱۶۰- ۳ سرعت اولیه اتومبیل برابر است با:

سرعت اتومبیل پس از 150 m جابه‌جایی، نصف می‌شود و به $v = 10 \text{ m/s}$ می‌رسد. پس:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - 20^2 = 2a \times 150 \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

$$l_s = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \frac{20^2}{2 \times 1} = \frac{400}{2} = 200 \text{ m}$$

حالا که a رو داریم، می‌تونیم مسافت توقف رو حساب کنیم:

۱۶۱- ۳ رابطه (۲۰) را برای دو ثانیه پایانی حرکت، به کار می‌بریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow \Delta = -\frac{1}{2} \times a \times 2^2 + 0 \times 2 \Rightarrow \Delta = -2a \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2$$

$$t_s = \frac{-v_0}{a} \Rightarrow 5 = \frac{-v_0}{-4} \Rightarrow v_0 = 5 \times 4 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

و رابطه (۲۱) را برای ۵ ثانیه پایانی:

$$v = at + v_0 = -2t + 10$$

۱۶۲- ۲ راه‌حل اول: معادله سرعت - زمان اتومبیل برابر است با:

۳ ثانیه دوم یعنی از لحظه $t_1 = 3 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$ ، کافی است سرعت اتومبیل را در این دو لحظه حساب و میانگین آن را به عنوان جواب انتخاب کنیم:

$$v_1 = -2 \times 3 + 10 = 4 \text{ m/s}$$

$$v_2 = -2 \times 6 + 10 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1 \text{ m/s}$$

راه‌حل دوم: به نکته زیر توجه کنید:

نکته اگر کمیت y تابع درجه اول x باشد ($y = ax + b$)، مقدار متوسط y با جای‌گذاری مقدار متوسط x حاصل می‌شود. چون در حرکت با شتاب ثابت،

v تابع درجه اول زمان است، v_{av} با جای‌گذاری میانگین لحظه‌ها (t_{av}) در معادله سرعت - زمان به دست می‌آید:

$$v_{av} = at_{av} + v_0$$

$$t_{av} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{3 + 6}{2} = 4.5 \text{ s}$$

با توجه به نکته بالا:

$$v = -2t + 10 \Rightarrow v_{av} = -2t_{av} + 10 = -2 \times 4.5 + 10 = -9 + 10 = 1 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

۱۶۳- ۲ سرعت اتومبیل را در پایان مسیر حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow 100 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + v \times 5 \Rightarrow 5v = 125 \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{25 + 0}{2} = 12.5 \text{ m/s}$$

۱۶۴- ۴ سرعت جسم را در لحظه عبور از مکان $x_1 = 0$ با $v_1 = 3 \text{ m/s}$ ، در لحظه عبور از مکان $x_2 = 2 \text{ m}$ با v_2 و در لحظه عبور از مکان

$x_3 = 20 \text{ m}$ با v_3 نشان می‌دهیم. اثری از زمان جابه‌جایی در صورت تست دیده نمی‌شود! پس بهتر است رابطه مستقل از زمان را به کار بگیریم؛ بارها!

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow v_2^2 - 3^2 = 2 \times 4 \times (2 - 0) \Rightarrow v_2^2 - 9 = 16 \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

$$v_3^2 - v_1^2 = 2a(x_3 - x_1) \Rightarrow v_3^2 - 3^2 = 2 \times 4 \times (20 - 0) \Rightarrow v_3^2 - 9 = 160 \Rightarrow v_3^2 = 169 \Rightarrow v_3 = 13 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_3}{2} = \frac{5 + 13}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ m/s}$$

۱۶۵- ۳ سرعت متحرک را در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ با v_1 و در لحظه $t_2 = 2 \text{ s}$ با v_2 نشان می‌دهیم. به کمک رابطه‌های (۱۴ - الف) و (۱۴ - ب)، داریم:

$$\left(\frac{v_2 + v_1}{2} \right) = 2 \times \left(\frac{v_1 + v_0}{2} \right) \Rightarrow v_2 + v_1 = 2v_1 + 2v_0 \Rightarrow v_2 = v_1 + 2v_0$$

$$\Rightarrow at_2 + v_0 = (at_1 + v_0) + 2v_0 \Rightarrow a \times 2 + v_0 = (a \times 1 + v_0) + 2v_0 \Rightarrow 2a = a + 2v_0 \Rightarrow a = 2v_0 = 2 \times 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

۱۶۶- ۴ با مقایسه رابطه داده‌شده با شکل کلی آن (رابطه ۱۸)، به دست خواهیم آورد:

$$\begin{cases} v_{av} = 2t + 4 \\ v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \end{cases} \Rightarrow (a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = 4 \text{ m/s})$$

$$v = at + v_0 = 4t + 4 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 4 \times 1 + 4 = 8 \text{ m/s} \\ t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 4 \times 3 + 4 = 16 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{16 + 8}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ m/s}$$

توجه با جای‌گذاری لحظه‌های $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 3 \text{ s}$ در رابطه $(v_{av} - t)$ ، سرعت متوسط متحرک (به ترتیب) در بازه‌های زمانی صفر تا ۱ s و صفر تا

۳ s به دست می‌آید.

۱۶۷- ۱ جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند؛ پس باید تفاضل این اعداد ثابت (و برابر مقدار

شتاب) باشد. حالا زود، تند، سریع بگیرد؛ تفاضل اعداد متوالی در کدام گزینه ثابت است؟