

بخش اول: ریاضیات پایه

تست در برنامه

۳۲۳	۱۰	یادآوری اتحادها، تجزیه و عبارت‌های گویا
	۱۴	پاسخ تشریحی

فصل صفرم:

یادآوری اتحادها، تجزیه و عبارت‌های گویا



۳۳۴	۲۰	قسمت اول: معادله درجه اول و روش‌های حل آن
۳۳۶	۲۱	قسمت دوم: معادله درجه دوم و روش‌های حل آن
۳۴۲	۲۴	قسمت سوم: کاربردهای معادله درجه دوم
۳۴۵	۲۷	قسمت چهارم: معادله‌های شامل عبارت‌های گویا
	۲۹	پاسخ تشریحی

فصل اول:

معادله درجه دوم

(ریاضی و آمار دهم - فصل ۱)



۳۵۰	۴۲	قسمت اول: مفهوم رابطه و روش‌های نمایش آن
۳۵۳	۴۲	قسمت دوم: مفهوم تابع و روش‌های نمایش آن
۳۵۹	۴۴	قسمت سوم: مقدار تابع در یک نقطه - دامنه و برد تابع
۳۶۴	۴۶	قسمت چهارم: توابع خطی و کاربرد آن‌ها در حل مسائل
۳۷۱	۵۱	قسمت پنجم: سهمی (نمودار تابع درجه دوم)
	۵۶	پاسخ تشریحی

فصل دوم:

تابع (۱)

(ریاضی و آمار دهم - فصل ۲)



۳۸۰	۷۸	قسمت اول: توابع ثابت، چندضابطه‌ای و همانی
۳۸۵	۸۳	قسمت دوم: توابع پلکانی و قدرمطلق
۳۹۲	۸۹	قسمت سوم: اعمال روی توابع
	۹۷	پاسخ تشریحی

فصل سوم:

تابع (۲)

(ریاضی و آمار یازدهم - فصل ۲)



۴۰۳	۱۱۴	قسمت اول: گردآوری داده‌ها - انواع متغیرها
۴۰۸	۱۱۶	قسمت دوم: معیارهای گرایش به مرکز (حد وسط)
۴۱۴	۱۱۹	قسمت سوم: معیارهای (شاخص‌های) پراکندگی
	۱۲۲	پاسخ تشریحی

فصل چهارم:

کار با داده‌های آماری

(ریاضی و آمار دهم - فصل ۳)



۴۲۳	۱۳۱	قسمت اول: نمودارهای تک‌متغیره
۴۲۸	۱۳۵	قسمت دوم: نمودارهای چندمتغیره
	۱۳۷	پاسخ تشریحی

فصل پنجم:

نمایش داده‌ها

(ریاضی و آمار دهم - فصل ۴)



۴۳۳	۱۴۳	قسمت اول: شاخص‌های آماری
۴۳۹	۱۴۸	قسمت دوم: سری‌های زمانی
	۱۵۱	پاسخ تشریحی

فصل ششم:

آمار

(ریاضی و آمار یازدهم - فصل ۳)



تست درسامه

۴۴۴	۱۵۷		قسمت اول: گزاره‌ها - منطق ریاضی
۴۴۷	۱۵۸		قسمت دوم: ترکیب عطفی و فصلی
۴۵۱	۱۶۲		قسمت سوم: گزاره‌های شرطی و دو شرطی
۴۵۵	۱۶۹		قسمت چهارم: استدلال‌های ریاضی
	۱۷۳		پاسخ تشریحی

فصل هفتم:

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

(ریاضی و آمار یازدهم - فصل ۱)



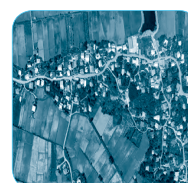
بخش دوم: ریاضیات دوازدهم

۴۶۰	۱۸۵		قسمت اول: اصول شمارش
۴۶۴	۱۸۸		قسمت دوم: تبدیل - ترکیب
۴۶۷	۱۹۰		قسمت سوم: احتمال (۱)
۴۷۵	۱۹۷		قسمت چهارم: احتمال (۲)
۴۷۸	۱۹۹		قسمت پنجم: چرخه آمار در حل مسائل
	۲۰۵		پاسخ تشریحی

فصل هشتم:

آمار و احتمال

(ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۱)



۴۸۴	۲۲۶		قسمت اول: مدل سازی و دنباله
۴۸۹	۲۳۰		قسمت دوم: دنباله حسابی (عددی)
	۲۳۶		پاسخ تشریحی

فصل نهم:

الگوهای خطی

(ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۲)



۴۹۹	۲۵۰		قسمت اول: دنباله هندسی
۵۰۷	۲۵۵		قسمت دوم: ریشه n ام و توان‌های گویا
۵۱۵	۲۶۰		قسمت سوم: تابع نمایی
	۲۶۵		پاسخ تشریحی

فصل دهم:

الگوهای غیرخطی

(ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۳)



کتاب آزمون فصلی و جامع

۲۸۴		آزمون (۱): آزمون جامع فصل اول
۲۸۷		آزمون (۲): آزمون جامع فصل دوم
۲۹۰		آزمون (۳): آزمون جامع فصل سوم
۲۹۳		آزمون (۴): آزمون جامع فصل چهارم
۲۹۵		آزمون (۵): آزمون جامع فصل پنجم
۲۹۸		آزمون (۶): آزمون جامع فصل ششم
۳۰۱		آزمون (۷): آزمون جامع فصل هفتم
۳۰۴		آزمون (۸): آزمون جامع فصل هشتم
۳۰۶		آزمون (۹): آزمون جامع فصل نهم
۳۰۸		آزمون (۱۰): آزمون جامع فصل دهم
۳۱۱		آزمون (۱۱): آزمون جامع کل کتاب
۳۱۵		آزمون (۱۲): آزمون جامع کل کتاب
۵۱۹		کنکور سراسری ۱۴۰۰

معادله درجه دوم

فصل ۱

قسمت اول: معادله درجه اول و روش‌های حل آن

حل معادله درجه اول - صدق کردن جواب معادله در خود معادله

☆ ۶۱. مقدار x از تساوی $2x(x-1) + 3 = (x+2)^2 + (x+1)^2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

☆ ۶۲. معادله $x(x^2 - 2) = x(x^2 + x + 1)(x - 1)$ دارای چند جواب است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

☆ ۶۳. اگر $x = 2$ جواب معادله $1 + \frac{x}{2} = mx + m - 1$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $-\frac{1}{3}$

☆ ۶۴. اگر $a \neq 2b$ باشد، جواب معادله $a(x-1) - 2bx + 2b = 0$ کدام است؟ (a و b را عدد فرض کنید).

- (۱) -1 (۲) a (۳) b (۴) 1

کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی

☆ ۶۵. عرض یک مستطیل، نصف طول آن است. اگر محیط مستطیل ۱۵ واحد باشد، اختلاف طول و عرض آن چند واحد است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

☆ ۶۶. اضلاع یک مثلث به صورت $1-2x$ ، x و $4+x$ می‌باشند. اگر محیط این مثلث ۳۵ باشد، طول بزرگ‌ترین ضلع آن کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

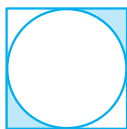
☆ ۶۷. طول اضلاع یک مثلث، سه عدد زوج متوالی می‌باشند. اگر محیط این مثلث ۲۴ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

☆ ۶۸. اندازه زوایای مثلثی متناسب با اعداد ۷ و ۱۱ و ۱۸ می‌باشد. نوع مثلث کدام است؟

- (۱) متساوی‌الساقین (۲) قائم‌الزاویه (۳) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین (۴) نامشخص

☆ ۶۹. اگر مساحت قسمت رنگی ۸ واحد مربع باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{2-\pi}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{4-\pi}}$ (۳) $\frac{2}{2-\pi}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{4-\pi}}$

☆ ۷۰. نقطه $A(2m-1, m+3)$ روی خط $y = -2x + 1$ قرار دارد. نقطه A در کدام ربع مختصاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

☆ ۷۱. نگین ۸ سال بزرگ‌تر از دو خواهر دو قلویی است. اگر مجموع سن هر سه دختر ۳۲ سال باشد، نگین چند سال دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

☆ ۷۲. وقتی سیامک به دنیا آمد، پدرش ۳۰ ساله بود. اگر ۵ سال دیگر سن پدر سیامک سه برابر سن سیامک باشد، سیامک چند سال دارد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

☆ ۷۳. محیط یک مربع از $\frac{3}{4}$ ضلع آن مربع $\frac{6}{5}$ واحد بیش‌تر است. مساحت مربع چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

- ۷۴ ☆ ۵ سال دیگر مجموع سن رضا و مجید ۳۰ سال خواهد شد. اگر سال گذشته سن رضا دو برابر سن مجید بوده باشد، اختلاف سن آن‌ها کدام است؟
 (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵
- ۷۵ ☆ نیکا تعدادی شکلات داشت که ثلث آن را به مادرش و نیمی از بقیه را به پدرش داد. اگر برای نیکا ۶ شکلات باقی‌مانده باشد، تعداد شکلات‌های اولیه نیکا چند تا بوده است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰
- ۷۶ ☆ سارا از اول ماه شروع به دویدن کرده به طوری که هر روز ۲ برابر روز قبل دویده است. اگر سارا در روز هشتم ۱۹۲ دقیقه دویده باشد در این ۸ روز، مجموعاً چند دقیقه دویده است؟
 (۱) ۳۸۲/۵ (۲) ۳۸۳ (۳) ۳۸۳/۵ (۴) ۳۸۴
- ۷۷ ☆ سه شریک از یک پروژه ۹۰ میلیون تومان سود کسب می‌کنند. اگر سرمایه نفر اول سه برابر نفر دوم و سرمایه نفر دوم نصف نفر سوم بوده باشد، بیش‌ترین سود مربوط به نفر چندم است و چقدر است؟
 (۱) اول - ۳۰ (۲) سوم - ۳۰ (۳) سوم - ۴۵ (۴) اول - ۴۵
- ۷۸ ☆ قیمت هر دفتر ۴ برابر قیمت هر مداد و قیمت هر مداد $\frac{5}{3}$ قیمت هر پاک‌ن است. اگر مجموع بهای ۴ دفتر، ۳ مداد و ۵ پاک‌ن ۵۵ هزار تومان باشد، قیمت هر مداد چند تومان است؟
 (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۲۵۰۰ (۴) ۲۰۰۰
- ۷۹ ☆ قیمت کالایی پس از ۶۵ درصد تخفیف برابر ۷ هزار تومان است. قیمت این کالا پس از ۷۰ درصد تخفیف چقدر است؟
 (۱) ۵۰۰۰ (۲) ۶۵۰۰ (۳) ۵۵۰۰ (۴) ۶۰۰۰
- ۸۰ ☆ ۱۴ برابر عددی از ۸ برابر آن، ۴۵ واحد بیش‌تر است. آن عدد کدام است؟
 (۱) ۷ (۲) ۷/۵ (۳) ۸ (۴) ۸/۵
- ۸۱ ☆ اگر از سه برابر عددی ۴ واحد کم شود، سپس به حاصل، نصف همان عدد اضافه گردد، عدد به‌دست آمده برابر با ۱۰ می‌گردد. آن عدد کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴) ۱۴
- ۸۲ ☆ ۵۵ درصد از ثلث عددی، ۷ واحد از $\frac{5}{13}$ آن عدد کم‌تر است. آن عدد کدام است؟
 (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵
- ۸۳ ☆ برای بافت یک قالی به ابعاد $2/8 \times 2/1$ متر به تعداد ۵۰۸۵۰۰۰۰۰ گره استفاده شده است. اگر یک قالبیاف برای بافت این قالی ۹۰۰ روز زمان بگذارد، او به طور متوسط هر روز چند گره زده است؟
 (۱) ۴۵۰۰ (۲) ۶۰۰۰ (۳) ۶۵۰۰ (۴) ۷۰۰
- ۸۴ ☆ مجموع سه عدد طبیعی فرد متوالی برابر ۵۱ است. یکان عدد وسطی کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹
- ۸۵ ☆ مجموع چهار عدد فرد متوالی برابر ۵۶ می‌باشد. حاصل ضرب بزرگ‌ترین آن‌ها در کوچک‌ترین آن‌ها کدام است؟
 (۱) ۱۷۸ (۲) ۱۸۷ (۳) ۷۸۱ (۴) ۸۷۱

قسمت دوم: معادله درجه دوم و روش‌های حل آن

حل معادله درجه دوم - صدق کردن جواب معادله در خود معادله

- ۸۶ ☆ به ازای کدام مقدار m ، یکی از جواب‌های معادله $x^2 - mx - m = 1$ برابر با ۴ است؟
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳
- ۸۷ ☆ اگر m جواب معادله $-3x^2 + x + 5 = 0$ باشد، حاصل $3m^2 - m + 1$ کدام است؟
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۸۸ ☆ در معادله درجه دومی که مجموع ضرایب آن صفر است، کدام عدد همواره جواب معادله است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) صفر
- ۸۹ ☆ معادلات زیر، روی هم چند جواب دارند؟ (k عددی حقیقی و مخالف صفر است)
 $x^2 - kx - 1 = 0$ ، $x^2 + x - k^2 = 0$ ، $kx^2 + x - k = 0$ ، $k^2x^2 + kx + 1 = 0$
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۹۰. جواب کوچک‌تر معادله $(x-1)(x+2) = (x-1)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

(سراسری خارج از کشور نظام قدیم - ۹۹)

۹۱. به ازای کدام مقادیر k ، معادله درجه دوم $2x^2 + (k+3)x + 2k = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) ۴ و -۱ (۲) ۶ و ۳ (۳) ۸ و ۲ (۴) ۹ و ۱

۹۲☆. مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $0 = 72 + (x^2 + x) - 18(x^2 + x)^2$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۹۳☆. تفاضل جواب‌های معادله $25 = 9(x-1)^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{6}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۹۴☆. در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر $b = 0$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) اگر $ac < 0$ ، آنگاه معادله دارای دو جواب قرینه است. (۲) اگر $ac < 0$ ، آنگاه معادله یک جواب دارد.
(۳) اگر $ac > 0$ ، آنگاه معادله دارای دو جواب قرینه است. (۴) اگر $ac > 0$ ، آنگاه معادله یک جواب دارد.

۹۵☆. برای حل معادله درجه دوم $0 = x^2 - 3x - 8$ به روش مربع کامل کردن، در مرحله استفاده از خاصیت ریشه زوج، از کدام عدد جذر می‌گیریم؟

- (۱) $\frac{19}{2}$ (۲) $\frac{41}{4}$ (۳) $\frac{23}{6}$ (۴) ۱۷

۹۶☆. برای حل معادله درجه دوم $3 = 2x(x-2)$ به روش مربع کامل، کدام مقدار را باید به طرفین تساوی اضافه کنیم؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) صفر

(سراسری خارج از کشور - ۹۲)

۹۷☆. تعداد جواب‌های معادله $0 = x^4 + 10x^2 + 9$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(مشابه سراسری - ۹۹)

۹۸☆. به ازای کدام مقدار a ، معادله $x(3x+4) = a$ دارای ریشه مضاعف است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

(سراسری خارج از کشور - ۸۶)

۹۹☆. اگر در معادله درجه دوم $0 = 9 - 12x + ax^2$ ، تفاضل دو جواب برابر صفر باشد، یک جواب این معادله کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۱۰۰. ریشه مضاعف معادله $0 = mx^2 + mx + 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) $-\frac{1}{2}$

(سراسری - ۹۱)

۱۰۱☆. معادله درجه دوم $a = x(2x-5)$ ، به ازای یک مقدار a دارای جواب مضاعف است. مقدار این جواب کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۰۲. تفاضل ریشه‌های معادله $0 = x^2 + 6x + 1$ برابر صفر است. ریشه بزرگ‌تر معادله $0 = x^2 - ax + 20$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۰۳☆. به ازای چه مقدار n ، معادله درجه دوم $0 = m^2x^2 - 6mx + 2m + n$ دارای ریشه مضاعف $\frac{3}{4}$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

(سراسری خارج از کشور - ۹۱)

۱۰۴☆. به ازای کدام مقدار a ، معادله درجه دوم $0 = 3x^2 + ax - 3$ دو جواب حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) هر مقدار a (۲) هیچ مقدار a (۳) $a = \pm 6$ (۴) $a > 6$

۱۰۵☆. تعداد جواب‌های کدام معادله، از بقیه کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{x^2}{5} = x$ (۲) $2x^2 - 32 = 0$ (۳) $(3x-4)^2 - 16 = 0$ (۴) $2x^2 + 200 = 0$

۱۰۶. ریشه مثبت معادله $0 = 25 - (2x-1)^2$ در معادله $k^2 = (x+1)^2$ صدق می‌کند، مقدار k کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

☆ ۱۰۷. معادله $x^2 - x - 1 = 0$ دارای چند جواب گویا است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) حداقل یکی

(سراسری - ۸۷)

☆ ۱۰۸. در معادله درجه دوم $6 = (x-1) + 2\sqrt{3}(x-1) + (x-1)^2$ ، بزرگ‌ترین جواب x کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

☆ ۱۰۹. اگر یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 - 4ax + 4 = 0$ برابر ۱ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) وجود ندارد. (۳) -۱ (۴) ۲

☆ ۱۱۰. اگر معادله $3kx^2 - 4x = 3k$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده k کدام است؟

- (۱) $k > 0$ (۲) $k > -\frac{4}{3}$ (۳) $k < 0$ (۴) $k < -\frac{4}{3}$

☆ ۱۱۱. یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 + 1 = (2-3x)^2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{9}$ (۲) -۱ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) ۲

☆ ۱۱۲. اگر در معادله $ax^2 - bx + c = 0$ ، رابطه $b = a + c$ برقرار باشد، کدام گزینه همواره ریشه‌ای برای معادله است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{c}{a}$ (۳) -۱ (۴) ۱

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها

☆ ۱۱۳. مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $(2-x)^2 = (2x-1)^2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۱

☆ ۱۱۴. به ازای کدام مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $7x + k = (k+3)x^2 - \frac{1}{4}$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟ (سراسری نظام قدیم - ۹۹)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

☆ ۱۱۵. در معادله درجه دوم $0 = 12x + (m+1)x^2 + 2x^2$ مجموع دو ریشه $\frac{5}{4}$ می‌باشد، ریشه مثبت کدام است؟ (سراسری - ۹۷)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

☆ ۱۱۶. در معادله درجه دوم $0 = 2b - (b-2)x + x^2$ مجموع ریشه‌ها برابر ۱ است. ریشه بزرگ‌تر کدام است؟ (سراسری - ۸۴)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

☆ ۱۱۷. در معادله درجه دوم $0 = 4 + ax + 2x^2$ ، به ازای یک مقدار a ، مجموع دو ریشه حقیقی برابر $-\frac{9}{4}$ است، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (سراسری خارج از کشور - ۹۰)

☆ ۱۱۸. در معادله درجه دوم $21 = 4x^2 + kx$ ، اگر مجموع دو ریشه برابر (-2) باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۸۷)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{2}$

☆ ۱۱۹. در معادله درجه دوم $0 = k + (k+1)x + 6x^2$ ، اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر $\frac{1}{6}$ باشد، ریشه مثبت آن کدام است؟ (سراسری - ۹۴)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{4}{3}$

☆ ۱۲۰. در معادله درجه دوم $0 = k - kx + 2x^2$ ، اگر حاصل ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۴)

- (۱) $2/5$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

☆ ۱۲۱. به ازای کدام مقدار m ، ریشه‌های حقیقی معادله $2 = mx^2 + 3x + m^2$ معکوس یکدیگرند؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

☆ ۱۲۲. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های $0 = 2m + (m-1)x + 2x^2$ با هم برابرند. مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) -۱

☆ ۱۲۳. یکی از جواب‌های معادله $0 = 2m + 7x + (2m+1)x^2$ برابر -۲ است. جواب دیگر کدام است؟

- (۱) $-\frac{17}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{17}{2}$

☆ ۱۲۴. یکی از جواب‌های معادله $2x^2 - kx + 5 = 0$ برابر ۵ است. k و جواب دیگر معادله به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- (۱) 9 و $\frac{1}{9}$ (۲) 11 و $\frac{1}{11}$ (۳) 9 و 2 (۴) 11 و 2

☆ ۱۲۵. اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $5x^2 - 3x + k = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟ (سراسری - ۸۳)

- (۱) $-5/4$ (۲) $-5/3$ (۳) $5/3$ (۴) $5/4$

☆ ۱۲۶. در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$ ، حاصل ضرب دو ریشه -2 می‌باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۷)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) 1 (۴) 2

☆ ۱۲۷. در معادله $x^2 - 8x + m = 0$ یکی از ریشه‌ها، از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیش‌تر است. m کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 12 (۳) 14 (۴) 15

☆ ۱۲۸. اگر یک ریشه معادله $2x^2 + 9x + a = 0$ دو برابر ریشه دیگر باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) 9 (۲) 3 (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) -3

☆ ۱۲۹. در معادله درجه دوم $4x^2 - 4x + a = 0$ ، به ازای کدام مقدار a ، یکی از جواب‌ها ۲ واحد بیش‌تر از جواب دیگر است؟ (سراسری - ۸۶)

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 1 (۴) 3

☆ ۱۳۰. به ازای یک مقدار m ریشه‌های معادله $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ معکوس یکدیگرند. مجموع این دو ریشه کدام است؟ (سراسری خارج از کشور - ۹۵)

- (۱) $-1/5$ (۲) $1/5$ (۳) 2 (۴) 3

☆ ۱۳۱. به ازای چه مقدار از m ، ریشه‌های معادله درجه دوم $(m-3)x^2 + (m^2-9)x + 1 = 0$ قرینه یکدیگرند؟

- (۱) فقط 3 (۲) فقط -3 (۳) ± 3 (۴) هیچ‌کدام

نوشتن معادله با داشتن ریشه‌ها

☆ ۱۳۲. در کدام معادله مجموعه جواب‌ها به صورت $\{-\frac{1}{4}, 3\}$ است؟

- (۱) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ (۲) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ (۳) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ (۴) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

☆ ۱۳۳. جواب‌های کدام معادله به صورت $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}$ است؟ (سراسری - ۹۱)

- (۱) $x^2 + 2x - 1 = 0$ (۲) $x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$ (۳) $2x^2 - 2x + 1 = 0$ (۴) $4x^2 - 2x + 1 = 0$

قسمت سوم: کاربردهای معادله درجه دوم

کاربرد معادله درجه دوم در حل مسائل توصیفی

☆ ۱۳۴. حاصل ضرب اعداد طبیعی قبل و بعد عددی طبیعی برابر ۱۲۰ است. مجموع ارقام این عدد کدام است؟

- (۱) 8 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 9

☆ ۱۳۵. چند عدد صحیح وجود دارد که با قرینه مربع‌اش برابر باشد؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) بی‌شمار

☆ ۱۳۶. مربع تفاضل نصف عددی از ۳، برابر ۹ است. آن عدد کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 6 (۴) 12

☆ ۱۳۷. مربع عددی طبیعی از دو برابر آن عدد ۱۵ واحد بیش‌تر است. آن عدد کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 3 (۳) 10 (۴) 5

☆ ۱۳۸. محیط مربعی که قطر آن $4\sqrt{5}$ است، کدام عدد می‌باشد؟ (برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $8\sqrt{10}$ (۳) $8\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

☆ ۱۳۹. چهار برابر مربع عددی از ۱۲ برابر آن ۹ واحد کم‌تر است. معکوس آن عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۴۰. کدام عدد طبیعی از سه برابر معکوسش، دو واحد بزرگ‌تر است؟

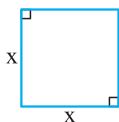
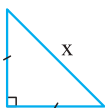
(۴) ۹

(۳) ۷

(۲) ۵

(۱) ۳

(برگرفته از کتاب درسی)



۱۴۱. در شکل مقابل، اگر مساحت مثلث از مساحت مربع ۱ واحد کم‌تر باشد، محیط مربع کدام است؟

(۲) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۱) ۲

(۴) ۸

(۳) $\frac{8}{\sqrt{3}}$

۱۴۲. حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی از ۵ برابر عدد کوچک‌تر ۱۲ واحد بیش‌تر است. مجموع آن دو عدد کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۷

(۲) ۱۱

(۱) ۱۳

۱۴۳. مجموع مربعات سه عدد صحیح متوالی برابر با ۵ برابر عدد وسطی است. بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) صفر

۱۴۴. عبارت $\frac{x^2 - 1}{(x - 3)^2 + k}$ به ازای تمامی مقادیر x تعریف شده است. حدود k کدام است؟

(۴) $k > -2$ (۳) $-1 < k < 1$ (۲) $k > 0$ (۱) $k < 0$

۱۴۵. طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۵ واحد بیش‌تر است. اگر مساحت این مستطیل ۱۸ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

(۴) ۲۲

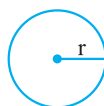
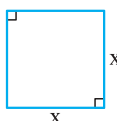
(۳) ۲۸

(۲) ۱۴

(۱) ۱۱

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۴۶. اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر ۶ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



$$r = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x$$

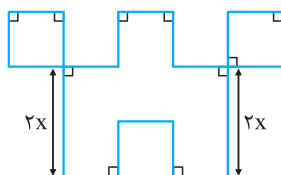
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴۷. در شکل زیر، طول تمام پاره‌خط‌ها به جز دو پاره‌خط مشخص‌شده برابر x است. اگر اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار x کدام است؟

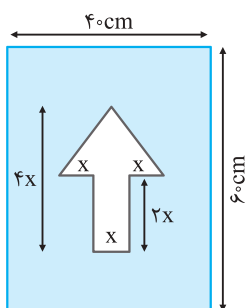
(۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{13}{4}$ (۳) $\frac{12}{7}$ (۴) $\frac{11}{4}$

۱۴۸. برای ساخت تابلوی مقابل، از برچسب‌های سفید و رنگی استفاده شده است. هزینه 1 cm^2 برچسب

سفید، ۳۰ تومان و هزینه 1 cm^2 برچسب رنگی ۱۰ تومان است. مجموع هزینه برچسب‌های سفید و رنگی

۲۷۰۰۰ تومان شده است. مقدار x کدام است؟ (cm^2 یعنی سانتی‌متر مربع)

(برگرفته از کتاب درسی)

(۱) $\sqrt{30}$ (۲) $\sqrt{20}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $\sqrt{10}$ 

(مشابه سراسری-۹۹)



۱۴۹. اگر مساحت ناحیه رنگی برابر با ۲۰ واحد باشد، مساحت مربع چقدر است؟

(۱) ۸

(۲) ۱۶

(۳) ۶۴

(۴) ۳۶

معادله درجه دوم

۱

پاسخ
فصل

۴۳۲۱۶۶

$$محیط = (x+4) + x + (2x-1) = 35 \Rightarrow 4x+3=35$$

$$\Rightarrow 4x = 35 - 3 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{4} = 8$$

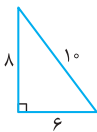
$$15 = \text{بزرگ‌ترین ضلع} \Rightarrow \underbrace{2(8)-1}_{15} + \underbrace{8+4}_{12} = 35$$

۴۳۲۱۶۷

$$اضلاع مثلث: x, x+2, x+4$$

$$محیط = x + x + 2 + x + 4 = 24 \Rightarrow 3x + 6 = 24$$

$$\Rightarrow 3x = 24 - 6 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$$



مثلث قائم‌الزاویه است. $10^2 = 6^2 + 8^2$ اضلاع مثلث

$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث} = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$



من نفهمیدم چرا گفتین مثلث، قائم‌الزاویه است؟

دبیر: کلاً آله x ، y و r سه ضلع یه مثلث دلفواه باشن و r بزرگ‌ترین ضلع باشه اون وقت آله رابطه فیثاغورث یعنی $r^2 = x^2 + y^2$ برقرار باشه می‌فهمیم که مثلث، قائم‌الزاویه است ضمناً آله این مثلث، قائم‌الزاویه باشه مساحتش برابر با $\frac{x \times y}{2}$ است.

۴۳۲۱۶۸

زوایای مثلث را $7x$ ، $11x$ و $18x$ در نظر می‌گیریم. از آن‌جا که مجموع زوایای داخلی مثلث برابر 180° است، داریم:

$$7x + 11x + 18x = 180^\circ \Rightarrow 36x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{36} = 5^\circ$$

$$\Rightarrow \text{مثلث قائم‌الزاویه است. } \underbrace{7(5)}_{35^\circ} + \underbrace{11(5)}_{55^\circ} + \underbrace{18(5)}_{90^\circ} = 180^\circ$$

اما چون زاویه‌های برابری وجود ندارد، لذا متساوی‌الساقین نیست.

۴۳۲۱۶۹

اگر شعاع دایره را r در نظر بگیریم، ضلع مربع برابر با قطر دایره یعنی $2r$ است و داریم:

$$\text{نصف مساحت بین مربع و دایره} = \text{مساحت رنگی}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}((2r)^2 - \pi r^2) = 8$$

مساحت دایره مساحت مربع

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(4r^2 - \pi r^2) = 8 \xrightarrow{\times 2} (4r^2 - \pi r^2) = 16$$

$$\Rightarrow (4 - \pi)r^2 = 16 \Rightarrow r^2 = \frac{16}{4 - \pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{16}{4 - \pi}} = \frac{4}{\sqrt{4 - \pi}}$$

۴۳۲۱۶۱

روش اول: ابتدا معادله را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(x+1)^2 + (x+2)^2 = 2x(x-1) + 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 2x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + 5 = 2x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x - 2x^2 + 2x = 3 - 5 \Rightarrow 8x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

روش دوم:

نکته تستی: در این‌گونه سؤالات می‌توانیم اعداد گزینه‌ها را به جای x های معادله قرار دهیم؛ اگر به ازای یک عدد مشخص، دو طرف معادله با هم برابر شدند، می‌گوییم آن عدد، ریشه معادله است.

اعداد گزینه‌ها را به جای x های معادله قرار می‌دهیم، فقط به ازای $x = -\frac{1}{4}$ دو طرف معادله با هم مساوی می‌شوند؛ پس جواب معادله $-\frac{1}{4}$ است.

۴۳۲۱۶۲

پرانته‌ها را در هم ضرب می‌کنیم

$$(x-1)(x^2+x+1) = x(x^2-2) \Rightarrow x^3-1 = x^3-2x$$

$$\Rightarrow x^3 - x^3 + 2x = 1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۴۳۲۱۶۳

جواب معادله در معادله صدق می‌کند:

$$mx + m - 1 = 1 + \frac{x}{2} \xrightarrow{x=2} 2m + m - 1 = 1 + \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow 3m - 1 = 2 \Rightarrow 3m = 2 + 1 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{3} = 1$$

۴۳۲۱۶۴

$$a(x-1) - 2bx + 2b = 0 \Rightarrow ax - a - 2bx + 2b = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{ax - 2bx}_{\text{فاکتور از } x} = a - 2b \Rightarrow (a - 2b)x = a - 2b$$

$$\xrightarrow{a-2b \neq 0} x = \frac{a-2b}{a-2b} = 1$$

۴۳۲۱۶۵

طول مستطیل را x در نظر می‌گیریم، بنابراین عرض مستطیل برابر با $\frac{x}{3}$

است و داریم:

$$\text{محیط} = 2\left(x + \frac{x}{3}\right) = 2 \times \frac{4}{3}x = \frac{8}{3}x = 3x$$

$$\xrightarrow{\text{محیط}=15} 3x = 15 \Rightarrow \text{طول} : x = \frac{15}{3} = 5$$

$$\Rightarrow \text{عرض} = \frac{x}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$\text{طول} - \text{عرض} = 5 - 1\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$$

?

جامع فصل اول

آزمون ۱

۱۴۹۴. در معادله $(2x-1)^2 = 36$ دو برابر قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴)

۱۴۹۵. حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{3x}{x+1} - \frac{x-1}{2x} = 3$ کدام است؟

- ۶- (۱) ۱- (۲) ۳- (۳) ۴- (۴)

۱۴۹۶. معادله $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$ چند جواب قابل قبول دارد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۴۹۷. بین ریشه‌های معادله $x^2 + 3x - m + 1 = 0$ رابطه $\alpha^2 + \beta^2 = 13$ برقرار است. مقدار m کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴)

۱۴۹۸. معادله درجه دومی با ریشه‌های $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{3}$ کدام است؟

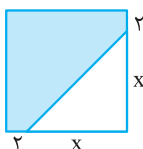
- (۱) $x^2 - \frac{2}{3}x + 1 = 0$ (۲) $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{9} = 0$ (۳) $x^2 + \frac{2}{3}x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{9} = 0$

۱۴۹۹. در معادله $2x^2 + (m-1)x - 3 = 0$ مجموع معکوس ریشه‌ها برابر ۴ است. m کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۵۰۰. اگر بین ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + m - 8 = 0$ رابطه $x'^2 + 2x'' = 5$ برقرار باشد، مقدار m کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۷ (۳) ۱۴ (۴)

۱۵۰۱. در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی برابر با ۲۸ مترمربع است. مقدار x کدام است؟

۸ (۱)

۹ (۲)

۱۲ (۳)

۴ (۴)

۱۵۰۲. اگر یکی از ریشه‌های معادله $3x^2 + (m-1)x - 6 = 0$ برابر با ۲ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

۱۵۰۳. اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2mx^2 - (m-3)x + 7 = 0$ برابر $-\frac{7}{4}$ باشد، مجموع ریشه‌های معادله کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴)

۱۵۰۴. به ازای چه مقداری از m معادله $x^2 + 4x - m + 3 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)

۱۵۰۵. در روش مربع کامل کردن برای حل معادله $2x^2 - 8x + 6 = 0$ پس از آن‌که ضریب x^2 به یک تبدیل شد، در مرحله آخر از کدام عدد جذر گرفته می‌شود؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴)

۱۵۰۶. اگر $x = 1$ ریشه معادله $5x + 3k = -16$ باشد، ریشه معادله $5x + 7x^2 + 1 = kx(x-2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{19}$ (۲) $-\frac{1}{19}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۱۵۰۷. طول مستطیلی ۴ برابر عرض آن است. اگر محیط آن ۶۰ متر باشد، مساحت این مستطیل چقدر است؟

۲۰۰ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۲۴ (۲)

۸۸ (۱)

۱۵۰۸. وقتی دو چاپگر با هم کار کنند، فیش حقوق کارمندان در $\frac{6}{5}$ ساعت چاپ می‌شود. اگر چاپگر قدیمی‌تر به تنهایی برای این کار ۱ ساعت

زمان بیش‌تر نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد هر کدام از چاپگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهند؟

۲، ۱ (۴)

۳، ۲ (۳)

۵، ۴ (۲)

۸، ۷ (۱)

پاسخ‌آزمون جامع

۱۴۹۹ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4 \Rightarrow \frac{S}{P} = 4$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(m-1)}{2}, P = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{S}{P} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{-(m-1)}{2}}{\frac{-3}{2}} = 4 \Rightarrow \frac{m-1}{3} = 4 \Rightarrow m-1 = 12 \Rightarrow m = 13$$

۱۵۰۰ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$x' + 2x'' = 5$$

$$x' + x'' = \frac{-b}{a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

$$\begin{cases} x' + x'' = 3 \\ (-1) \times \begin{cases} x' + 2x'' = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' + x'' = 3 \\ -x' - 2x'' = -5 \end{cases} \\ \hline -x'' = -2 \Rightarrow x'' = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله اصلی به جای } x'' \text{ ها ۲ می‌گذاریم.}} 2^2 - 3(2) + m - 8 = 0 \Rightarrow m = 10$$

۱۵۰۱ (۴) (۳) (۲) (۱)

مساحت مربع = مساحت مثلث + مساحت قسمت رنگی

$$\Rightarrow 28 + \frac{x \cdot x}{2} = (2+x)^2 \Rightarrow 28 + \frac{x^2}{2} = 4 + 4x + x^2$$

$$\xrightarrow{\text{جملات را در ۲ ضرب می‌کنیم.}} 56 + x^2 = 8 + 8x + 2x^2$$

$$\xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم.}} x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -12 \text{ (غق)} \\ x = 4 \text{ (قق)} \end{cases}$$

۱۵۰۲ (۴) (۳) (۲) (۱)

اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آنگاه خواهیم داشت:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{-6}{3} = -2$$

حالا به جای α یا β عدد ۲ را قرار می‌دهیم:

$$2\beta = -2 \Rightarrow \beta = \frac{-2}{2} = -1$$

۱۴۹۴ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$(2x-1)^2 = 36 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x-1 = \pm 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=6 \Rightarrow x=\frac{7}{2} \\ 2x-1=-6 \Rightarrow x=\frac{-5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 2 \left| \frac{7}{2} - \left(-\frac{5}{2} \right) \right| = 2 \left| \frac{7+5}{2} \right| = 2 \times 6 = 12$$

۱۴۹۵ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$2x(x+1) \left(\frac{3x}{x+1} \right) - 2x(x+1) \left(\frac{x-1}{x} \right) = 2x(x+1) \times 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 1 = 0 \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

۱۴۹۶ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$\xrightarrow{\text{ضرب طرفین تساوی در}} \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} \left(\frac{x-3}{x+3} - \frac{x}{x-3} \right) = \frac{18}{(x-3)(x+3)}$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 - x(x+3) = 18 \Rightarrow -9x = 9 \Rightarrow x = -1$$

جواب قابل قبول است، چون هیچ مخرجی را به صفر تبدیل نمی‌کند. پس

معادله فقط یک جواب قابل قبول دارد.

۱۴۹۷ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3, P = \frac{c}{a} = \frac{-m+1}{1} = -m+1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 13 \Rightarrow S^2 - 2P = 13 \Rightarrow (-3)^2 - 2(-m+1) = 13$$

$$\Rightarrow 9 + 2m - 2 = 13 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = \frac{6}{2} = 3$$

۱۴۹۸ (۴) (۳) (۲) (۱)

$$S = \frac{1+\sqrt{5}}{3} + \frac{1-\sqrt{5}}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{3} \right) \left(\frac{1-\sqrt{5}}{3} \right) = \frac{1^2 - \sqrt{5}^2}{9} = \frac{1-5}{9} = \frac{-4}{9}$$

$$\xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{9} = 0$$

??

جامع کل کتاب

آزمون ۱۲

۱۶۶۴. به ازای چه مقادیری از m ، معادله $-x^2 + (2m-1)x - m^2 = 0$ دارای ریشه حقیقی نیست؟

$$m < -\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$m > \frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$m < \frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$m > \frac{1}{4} \quad (۱)$$

۱۶۶۵. اگر x تعداد کالاهای تولیدی در یک کارخانه باشد و روابط زیر برقرار باشند:

$$R(x) = 240x - \frac{1}{3}x^2$$

$$C(x) = 36000 + 40x$$

بیشترین سود کارخانه کدام است؟

$$680,000 \quad (۴)$$

$$580,000 \quad (۳)$$

$$164,000 \quad (۲)$$

$$264,000 \quad (۱)$$

۱۶۶۶. در مورد معادله $\frac{2x+2}{x^2+x} + \frac{3x-2}{x} = 1$ کدام گزینه صحیح است؟

(۲) جوابهای آن صفر و -۱ هستند.

(۱) دو جواب مثبت دارد.

(۴) فاقد جواب است.

(۳) یک جواب قابل قبول دارد.

۱۶۶۷. نمودار سهمی به معادله $y = x^2 + 6x - 3$ از کدام نواحی محورهای مختصات می‌گذرد؟

(۴) همه نواحی

(۳) فقط دوم و سوم

(۲) فقط دوم و چهارم

(۱) فقط اول و دوم

۱۶۶۸. در یک جامعه آماری نرمال، تقریباً ۶۸ درصد از مشاهدات، بین ۱۲۰ و ۱۲۴ قرار دارند. واریانس این داده‌ها کدام است؟

$$25 \quad (۴)$$

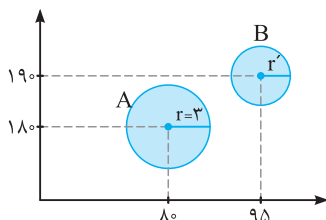
$$16 \quad (۳)$$

$$9 \quad (۲)$$

$$4 \quad (۱)$$

۱۶۶۹. در نمودار حبابی زیر، مساحت دایره‌ها مقدار درآمد افراد را بر حسب میلیون تومان نشان می‌دهند. اگر درآمد فرد A دو برابر درآمد

فرد B باشد، شعاع دایره B کدام است؟



$$\frac{3}{\sqrt{2}} \quad (۱)$$

$$3\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} \quad (۴)$$

$$(\sim p \vee F) \wedge (p \vee q) \equiv ?$$

$$\sim p \wedge q \quad (۴)$$

$$p \wedge \sim q \quad (۳)$$

۱۶۷۰. طرف دوم هم‌ارزی مقابل کدام است؟

$$q \quad (۲)$$

$$p \quad (۱)$$

۱۶۷۱. با توجه به جدول زیر، در جاهای خالی، چه ارزش‌هایی باید قرار بگیرند؟

گزاره q: دمای هوا، متغیر کیفی ترتیبی است.	گزاره p: نمودار x تابع است.	$\sim q \Leftrightarrow \sim p$
○	△	□

$$\square \equiv T, \triangle \equiv F, \bigcirc \equiv F \quad (۲)$$

$$\square \equiv T, \triangle \equiv T, \bigcirc \equiv T \quad (۱)$$

$$\square \equiv F, \triangle \equiv T, \bigcirc \equiv F \quad (۴)$$

$$\square \equiv F, \triangle \equiv F, \bigcirc \equiv T \quad (۳)$$

۱۶۷۲. بُرد تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ کدام است؟ (sign تابع علامت یا ساین است.)

- (۱) $\{-1, 0, 1\}$ (۲) $\{-2, 0, 2\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{-1, 0\}$

۱۶۷۳. اگر $f = \{(1, 4), (5, \frac{1}{8}), (0, -6)\}$ و $g(x) = |x^2 - 3x - 1|$ باشند، حاصل $(\frac{f}{g})(5)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{72}$ (۲) $\frac{1}{80}$ (۳) $\frac{1}{72}$ (۴) $\frac{1}{80}$

۱۶۷۴. فردی که تنها شاغل یک خانواده ۴ نفری است، درآمد ماهیانه‌اش ۲۰۰۰۰۰۰۰ تومان است. اگر خط فقر را داخلی فرض کنیم، دولت باید حداقل چقدر به حقوق این فرد اضافه کند تا خودش و هیچ کدام از اعضای خانواده‌اش، زیر خط فقر نیاشند؟ (خط فقر داخلی را ۵۴۰ هزار تومان فرض کنید.)

- (۱) ۱۲۰۰۰۰۰ تومان (۲) ۱۶۰۰۰۰۰ تومان (۳) ۲۰۰۰۰۰۰ تومان (۴) همگی آن‌ها بالای خط فقرند و نیازی به افزایش حقوق نیست.

۱۶۷۵. تعداد زلزله‌های بالای ۶ ریشتر در یک کشور در سال‌های اخیر به صورت زیر است:

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم
تعداد زلزله‌ها	۱۰	۸	۴	۱۳	۱۲	۲۶	۲	۲۵	۳۵

تعداد زلزله‌ها در سال یازدهم به روش برون‌یابی کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸

۱۶۷۶. با حروف کلمه «improve» چند کلمه هفت حرفی می‌توان ساخت که با حرف «i» شروع شوند و حروف کلمه «pro» همیشه در کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۷۶ (۴) ۳۶۰

۱۶۷۷. اگر تساوی $\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{18!}{15!}$ برقرار باشد، حاصل $C(\frac{n}{3}, 3)$ کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۸ (۴) ۷۲

۱۶۷۸. مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی ۱۵ و مجموع سه جمله دوم آن ۳۳ است. جمله اول چیست؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۶۷۹. مجموع چند جمله از دنباله حسابی $\frac{1}{4}, -1, -\frac{3}{4}, \dots$ برابر با ۱۵ می‌شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۶۸۰. اگر جمله سیزدهم دنباله مربعی برابر $a^2 - 27$ و جمله دوازدهم دنباله مثلثی برابر $a^2 + b^2$ باشند، جمله a ام دنباله فیبوناچی چیست؟ ($a, b > 0$)

- (۱) ۱۳ (۲) ۲۱ (۳) ۸ (۴) ۳۴

۱۶۸۱. در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات چهارم و ششم، ۵ برابر جمله نهم است. جمله اول دنباله کدام است؟ ($a_1 \cdot r \neq 0$)

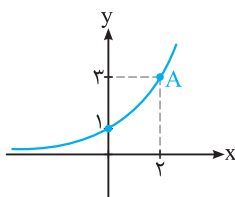
- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۶۸۲. جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۱۶۸۳. اگر نمودار تابع نمایی $f(x) = a^x$ به صورت مقابل باشد، حاصل $f(-3) + f(3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{28}{3}$ (۲) $\frac{14}{3}$ (۳) $\frac{28}{3\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{14}{3\sqrt{3}}$



فصل ۱ معادله درجه دوم

قسمت اول: معادله درجه اول و روش‌های حل آن

فویان سلام. قطعاً همگی شما کلمه «معادله» به گوشتون فوراً. نه فقط توی ریاضی بلکه در مواردی و گفتگوهای معمول هم فیل‌ها از این کلمه استفاده می‌کنن. در علم اقتصاد هم مفهومی داریم به نام‌های معادله تقاضا، معادله درآمد، معادله هزینه و معادله سود. خلاصه کاربردار معادله‌ها در ریاضی بیش‌تر از اتحاد و تفریق نباشه کم‌تر نیست. اینا رو گفتیم که این قسمت رو هم مثل قسمت‌های قبلی، فیل‌ها بدی و دقیق بفهمن.



معادله درجه اول و حل آن

معادله، یک تساوی شامل یک یا چند متغیر است که به ازای بعضی از مقادیر برای متغیرها، این تساوی برقرار است. حل یک معادله به دست آوردن همه این مقادیری است که به ازای آن‌ها تساوی برقرار باشد، این مقادیر را جواب‌های معادله می‌گویند. معادله‌ای که پس از ساده شدن به صورت $ax + b = 0$ درآید که در آن $a \neq 0$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، یک معادله درجه اول نامیده می‌شود. قبلاً با حل این جور معادله‌ها آشنا شدید، همون که معلوم‌ها رو به طرف و مجهول‌ها رو به طرف دیگه می‌بردیم و در نهایت جواب می‌شد، طرف معلوم، تقسیم بر ضریب مجهول.

تست: حاصل ضرب تمام ریشه‌های معادلات زیر کدام است؟

پ) $2x(x-4) = (2x-1)(x+2)$

ب) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4}$

آ) $2x + 12 = 3x + 2$

۴۰ (۴)

۴۰ (۳)

۴۰ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: آ) معلوم‌ها را یک طرف و مجهول‌ها را هم به طرف دیگر می‌بریم و با هم جمع جبری می‌کنیم، فقط به این نکته توجه می‌کنیم که هر عبارتی را که جابه‌جا می‌کنیم، قرینه می‌شود:

$$2x + 12 = 3x + 2 \Rightarrow 2x - 3x = 2 - 12 \Rightarrow -x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-1} = 10$$

حالا مقدار x برابر است با طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول:

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{2(x+1) - 3(x-1)}{6} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{2x+2-3x+3}{6} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{-x+5}{6} = \frac{x}{4}$$

ب) روش اول: (مخرج مشترک گرفتن)

مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\Rightarrow \frac{-x+5}{6} = \frac{x}{4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4(-x+5) = 6x \Rightarrow -4x+20 = 6x \Rightarrow 20 = 10x \Rightarrow x = \frac{20}{10} = 2$$

روش دوم: (از بین بردن مخرج‌ها) می‌توانیم از همان اول دو طرف معادله را در مخرج مشترک کسرها ضرب کنیم (مخرج مشترک، همان ک.م.م مخرج‌هاست).

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4} \xrightarrow{\times 12} 4\left(\frac{x+1}{3}\right) - 6\left(\frac{x-1}{2}\right) = 3\left(\frac{x}{4}\right) \Rightarrow 4(x+1) - 6(x-1) = 3x \Rightarrow 4x+4-6x+6 = 3x$$

$$\Rightarrow 4x - 6x - 3x = -4 - 6 \Rightarrow -5x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{-5} = 2$$

پ) $2x(x-4) = (2x-1)(x+2) \Rightarrow 2x^2 - 8x = 2x^2 + 4x - x - 2 \Rightarrow 2x^2 - 8x - 2x^2 - 4x + x = -2 \Rightarrow -11x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-11} = \frac{2}{11}$

پس حاصل ضرب تمام ریشه‌ها برابر است با $\frac{2}{11} \times 2 \times 10 = \frac{40}{11}$ ، بنابراین گزینه (۲) درست است.

تست: جواب معادله $\frac{4x}{3} - \frac{7x}{12} = \frac{2x+1}{4} + \frac{1}{4}$ کدام است؟

۳ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ک.م.م مخرج‌ها ۱۲ است، یعنی کوچک‌ترین عددی که بر تمام مخرج‌ها بخش‌پذیر باشد ۱۲ است، لذا تمام جملات را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{4x}{3} - \frac{7x}{12} = \frac{2x+1}{4} + \frac{1}{4} \xrightarrow{\times 12} 4(4x) - 7x = 3(2x+1) + 3$$

$$\Rightarrow 16x - 7x = 6x + 3 + 3 \Rightarrow 16x - 7x - 6x = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \text{گزینه (۲) صحیح است.}$$

نکته جواب‌های یک معادله در آن معادله صدق می‌کنند. یعنی اگر جواب (ریشه) یک معادله (درجه اول) داده شود، آن جواب را به جای متغیر معادله قرار می‌دهیم تا مجهول خواسته شده به دست آید.

تست: اگر $x = 3k + 2$ ، جواب معادله $\frac{x-k}{2} + 4 = 2k - 3$ باشد، مقدار عددی $x + k$ کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۸ (۳)

۳۶ (۲)

۳۴ (۱)

پاسخ: جواب معادله در معادله صدق می‌کند: $\frac{x-k}{2} + 4 = 2k - 3 \xrightarrow{x=3k+2} \frac{3k+2-k}{2} + 4 = 2k - 3 \Rightarrow \frac{2k+2}{2} + 4 = 2k - 3$

$$\Rightarrow \frac{2(k+1)}{2} + 4 = 2k - 3 \Rightarrow k + 1 + 4 = 2k - 3 \Rightarrow k - 2k = -3 - 5 \Rightarrow -k = -8 \Rightarrow k = \frac{-8}{-1} = 8 \Rightarrow x = 3k + 2 = 3(8) + 2 = 26$$

پس $x + k = 26 + 8 = 34$ و لذا گزینه (۱) صحیح است.

تست: اگر $x = -2$ ، جواب معادله $\frac{m+x}{2} = m + 5$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱۲ (۴)

-۸ (۳)

۸ (۲)

-۱۲ (۱)

پاسخ: جواب معادله در معادله صدق می‌کند: $\frac{m+x}{2} = m + 5 \xrightarrow{x=-2} \frac{m-2}{2} = m + 5 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} m - 2 = 2(m + 5)$

$$\Rightarrow m - 2 = 2m + 10 \Rightarrow m - 2m = 10 + 2 \Rightarrow -m = 12 \Rightarrow m = -12$$

کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی

از معادله درجه اول در حل بسیاری از مسائل ریاضی استفاده می‌شود. به این شکل که مجهول مسئله را یک متغیر مثل $x, y, t, \dots$ در نظر می‌گیریم و با توجه به صورت مسئله یک معادله درجه اول برای مسئله می‌نویسیم و با حل این معادله، مجهول مسئله به دست می‌آید. در انتها باید جواب به دست آمده را امتحان کنیم که آیا در شرایط اولیه مسئله صدق می‌کند یا خیر؟ اگر صدق نکرد آن را قبول نمی‌کنیم. مثلاً فرض کنید شرط اولیه این باشد که عدد مجهول، عددی طبیعی باشد حالا اگر به جواب $2/4$ یا -3 رسیدیم، جواب را رد می‌کنیم.

مثال: عددی را بیابید که:

(آ) اگر از دو برابر آن سه واحد کم کنیم، حاصل برابر با ۲۵ گردد.

(ب) اگر به دو برابر آن سه واحد اضافه کنیم، حاصل برابر ۱۵ گردد.

$$2x - 3 = 25 \Rightarrow 2x = 25 + 3 \Rightarrow 2x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{2} = 14$$

پاسخ: (آ) آن عدد را x در نظر می‌گیریم، لذا خواهیم داشت:

$$2x + 3 = 15 \Rightarrow 2x = 15 - 3 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

(ب) آن عدد را x در نظر می‌گیریم، پس خواهیم نوشت:

تست: طول و عرض یک مستطیل به نسبت ۳ به ۱ می‌باشند. اگر محیط این مستطیل ۵۶ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

۷۰ (۴)

۱۴۷ (۳)

۲۴۳ (۲)

۱۷۵ (۱)

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = 3y$$

پاسخ: اگر طول و عرض را به ترتیب x و y بنامیم آن‌گاه طبق فرض سؤال خواهیم داشت:

$$\text{محیط} = 2(x + y) \Rightarrow 56 = 2(3y + y) \Rightarrow 56 = 2(4y) \Rightarrow 56 = 8y \Rightarrow y = \frac{56}{8} = 7 \Rightarrow x = 3y = 3 \times 7 = 21$$

$$\text{گزینه (۳) صحیح است.} \Rightarrow x \cdot y = 21 \times 7 = 147$$

تست: مجموع سه عدد زوج متوالی برابر با ۴۲ می‌باشد، یکان عدد کوچک‌تر کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: آن سه عدد زوج را $x, x + 2$ و $x + 4$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x + x + 2 + x + 4 = 42 \Rightarrow 3x + 6 = 42 \Rightarrow 3x = 42 - 6 \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow \text{عدد کوچک‌تر } 12$$

بیشتر، مگر گفته اعداد متوالین؟ پس نباید اون‌ها رو به صورت $x + 20, x + 10, x$ فرض کنیم؟



دیر، بله گفته، اما گفته زوج متوالین! یعنی فاصله اون‌ها از هم دوتا دوتا ست. آه در متن سؤال، می‌گفت سه عدد طبیعی متوالی، حرف شما درست بود.

فصل ۱ معادله درجه دوم

قسمت دوم: معادله درجه دوم و روش‌های حل آن

هالتون چگونه؟ فوبین؟ منم فوبیم. چون داریم به کسای ریاضی درس می‌دم که معمولاً ازش فراری‌ان. پس وقتی دارین این کتابو می‌فونین خودتون نشون‌دهنده اینه که یه کم از فرار تون کم شده. حالا از شوفی گذشته، داریم وارد معروده بهانی و هیاتی معادله درجه دوم می‌شیم، پس لطفاً کمر بندهای فورتونو مکلم ببندید و آماده take off بشین.



معادله درجه دوم

هر معادله که پس از ساده کردن به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ که در آن $a \neq 0$ باشد، یک معادله درجه دوم نام دارد. مانند:

$$3x^2 - x + 1 = 0, \quad 2x^2 = 1, \quad x^2 - x = 0$$

یک معادله درجه دوم می‌تواند حداکثر ۲ تا جواب داشته باشد، یعنی می‌تواند اصلاً جواب نداشته باشد یا یک جواب داشته باشد و یا ۲ تا جواب.

تست: به ازای کدام مقدار m ، عدد $x = 1$ جوابی برای معادله $2x^2 - mx = m$ است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۱

پاسخ: جواب معادله در معادله صدق می‌کند: (معادله چه درجه اول باشه چه درجه دوم، این موضوع برایش درسته).

$$2x^2 - mx = m \xrightarrow{x=1} 2(1)^2 - m(1) = m \Rightarrow 2 - m = m \Rightarrow 2 = m + m \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \text{گزینه (۱) صحیح است.}$$

روش‌های حل معادله درجه دوم

برای حل معادله درجه دوم روش‌های مختلفی وجود دارد.

(۱) روش تجزیه: در این روش از فاکتورگیری یا اتحادها کمک می‌گیریم تا معادله را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت تبدیل کنیم. در این جا از خاصیت عامل صفر استفاده می‌کنیم و تک تک عبارت‌ها را برابر صفر قرار داده و جواب‌های (ریشه‌های) معادله را به دست می‌آوریم.

$$A \times B = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ یا } B = 0$$

تست: تعداد ریشه‌های تمام معادلات زیر کدام است؟

(آ) $x(x-1) = 2(x-1)$ (ب) $x(x-4) = -4$ (پ) $x^2 + x - 56 = 0$

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ:

$$x(x-1) - 2(x-1) = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور از } (x-1)} (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases} \quad (\text{آ})$$

$$x(x-4) + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2 \quad (\text{ب})$$

تجزیه به کمک اتحاد دوم

$$x^2 + x - 56 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x+8)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+8=0 \Rightarrow x=-8 \\ x-7=0 \Rightarrow x=7 \end{cases} \quad (\text{پ})$$

پس این معادلات، روی هم ۵ جواب دارند. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

تست: ریشه بزرگ تر معادله $x^2 + 3(x+1) - 4 = 0$ کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ صفر

۵ (۱)

پاسخ: در کنکور، یک معادله را می توانید از هر روشی که دوست داشتید حل کنید ولی الان چون داریم روش تجزیه را آموزش می دهیم از این روش استفاده می کنیم. در این معادله $(x+1)$ و مربعش مشاهده می شوند پس $(x+1)$ جمله مشترک خواهد بود. حال دو عدد می خواهیم که ضربشان -4 و جمعشان $+3$ باشد که این دو عدد عبارتند از $+4$ و -1 حالا ادامه حل را ببینید.

$$(x+1)^2 + 3(x+1) - 4 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} [(x+1) - 1][(x+1) + 4] = 0$$

$$\Rightarrow (x+1-1)(x+1+4) = 0 \Rightarrow x(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{ریشه بزرگ تر:} \\ x+5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases} \Rightarrow \text{گزینه (۲) صحیح است.}$$



معزرت میفوام روش ساده تری برای حل این جور معادله ها وجود نداره؟

دیر؛ چرا وجود داره. یه روشی هست به نام روش تغییر متغیر، البته در کتاب درسی به اون اشاره ای نشده ولی سرعت حل بعضی معادلات رو سریع تر میکنه پس یار بکبری ضرر نداره. در این معادله $(x+1)$ و $(x+1)^2$ مشاهده می شه یعنی یک عبارت، دو بار تکرار شده عال $x+1$ رو مساوی t در نظر می گیریم $x+1=t$ پس در معادله اصلی، هر جا $(x+1)$ دیدیم به پاش t قرار می دییم تا معادله ای بدست بیار که راحت تر حل بشه:

$$(x+1)^2 + 3(x+1) - 4 = 0 \xrightarrow{x+1=t} t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (t-1)(t+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-4 \end{cases} \xrightarrow{t=x+1} \begin{cases} x+1=1 \\ x+1=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1-1=0 \\ x=-4-1=-5 \end{cases}$$

۲ روش ریشه گیری: بیان ساده این روش به این صورت است که اگر در یک معادله، دو طرف یا یک طرف معادله ای توان 2 داشت (مانند $x^2 = 10$ یا $25 = (x+6)^2$ یا $(2x-3)^2$ یا $(x+1)^2$ و امثال آنها) کافی است از دو طرف تساوی، جذر گرفته و به سمت راست، علامت های $\pm$ بدهیم.

$$A^2 = B^2 \Rightarrow A = \pm B \quad \text{یا} \quad A^2 = B \Rightarrow A = \pm\sqrt{B}$$

تست: ریشه بزرگ تر تمام ریشه های معادلات زیر کدام است؟

پ) $3x^2 + 27 = 0$

ب) $4(x+1)^2 = 25$

آ) $x^2 - 9 = 0$

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ:

آ) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می گیریم.}} \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$

ب) $(x+1)^2 = \frac{25}{4} \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می گیریم.}} (x+1) = \pm\sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow x+1 = \pm\frac{5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2} \\ x+1 = -\frac{5}{2} \Rightarrow x = -\frac{5}{2} - 1 = -\frac{7}{2} \end{cases}$

پ) $3x^2 + 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -27 \Rightarrow x^2 = \frac{-27}{3} \Rightarrow \underbrace{x^2 = -9}_{\text{نامنفی}} \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$

ریشه بزرگ تر معادلات (آ) و (ب) عدد ۳ می باشد، لذا گزینه (۲) درست است.

تست: مجموع ریشه های معادله $(x-1)^2 = 4(x+1)^2$ را به توان ۲ رسانده ایم. حاصل کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۱۰ (۳)

۱۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

از دو طرف جذر می گیریم. $(x-1)^2 = 4(x+1)^2 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می گیریم.}} x-1 = \pm 2(x+1) \Rightarrow x-1 = \pm(2x+2)$

$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+2 \Rightarrow x-2x = 2+1 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3 \\ x-1 = -2x-2 \Rightarrow x+2x = -2+1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

مجموع ریشه ها برابر می شود با $-\frac{1}{3} - 3 = -\frac{10}{3}$ حال جواب را به توان ۲ می رسانیم که برابر با $\frac{100}{9}$ می شود پس گزینه (۴) درست است.

تست: در معادله درجه دوم $x^2 + bx + c = 0$ اگر $b = 0$ و $c < 0$ باشد، یکی از جواب‌های معادله کدام است؟

- (۱) $\sqrt{c}$ (۲) $-\sqrt{c}$ (۳) $\sqrt{-c}$ (۴) جواب ندارد.

$$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{b=0} x^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -c$$

پاسخ:

چون $c < 0$ ، پس $-c > 0$ و می‌توان از ریشه‌گیری کمک گرفت:

$$x^2 = -c \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x = \pm\sqrt{-c} \Rightarrow \text{گزینه (۳) صحیح است.}$$

اما همیشه هم کار به این راحتی نیست و به این سرعت نمی‌شه از ریشه‌گیری جواب‌های معادله رو پیدا کنیم. بعضی وقت‌ها باید اول عبارتی با توان ۲ (مربع کامل) بسازیم تا بعد بتونیم از ریشه‌گیری کمک بگیریم. به این کار، روش مربع کامل کردن می‌گیم که الان باهاش آشنا میشید.

(۳) روش مربع کامل: در این روش برای حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

مثال: $3x^2 - 6x - 1 = 0$

$$\div 3 \rightarrow x^2 - 2x - \frac{1}{3} = 0$$

(A) اگر ضریب x^2 یک نبود، دو طرف معادله را بر ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم:

$$x^2 - 2x = \frac{1}{3}$$

(B) عدد ثابت را به سمت راست تساوی می‌بریم:

$$\xrightarrow{+(\frac{-2}{2})^2=1} x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{3} + 1$$

(C) نصف ضریب x را به توان ۲ می‌رسانیم و به طرفین معادله اضافه می‌کنیم:

(D) در این مرحله سمت چپ تساوی را به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای، به صورت یک عبارت مربع کامل می‌نویسیم و سمت راست معادله، یک عدد است. حال از ریشه‌گیری برای محاسبه ریشه‌ها (جواب‌ها) استفاده می‌کنیم: (البته آنگاه عدد سمت راست، منفی شد معادله جواب ندراره).

$$(x-1)^2 = \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x-1 = \pm\sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \\ x = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

تذکر: دقت کنید که: $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

تست: در حل معادله $3x^2 + 9x - 1 = 0$ به روش مربع کامل، کدام عدد را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{5}$

$$3x^2 + 9x - 1 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + 3x - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = \frac{1}{3}$$

پاسخ:

پس عدد $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ را باید به طرفین معادله اضافه کنیم، بنابراین گزینه (۲) صحیح است. اگر در این تست گفته می‌شد در مرحله آخر باید از چه عددی جذر گرفت، جواب برابر $\frac{9}{4} + \frac{1}{3}$ یعنی $\frac{31}{12}$ می‌شد.

(۴) حل معادله درجه دوم به روش کلی (Δ)

در این روش از یک مبین به نام Δ استفاده می‌کنیم به این صورت که در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، عبارت Δ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

حال با توجه به علامت Δ حالت‌های زیر را داریم:

۱) $\Delta > 0 \Rightarrow$ معادله دو ریشه متمایز دارد.
$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \xrightarrow{\text{به طور خلاصه}} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

۲) $\Delta = 0 \Rightarrow$ معادله یک ریشه (ریشه مضاعف) دارد.
$$x = \frac{-b}{2a}$$

۳) $\Delta < 0$ معادله ریشه ندارد.

تست: مجموع ریشه‌های تمام معادلات زیر کدام است؟

(آ) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (ب) $3x^2 - x + 2 = 0$ (پ) $4x(x-1) = -1$

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴ صفر

پاسخ:

(آ) $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(1) = 9 - 8 = 1 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} \Rightarrow x = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+1}{4} = 1 \\ x = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$

(ب) $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(3)(2) = 1 - 24 = -23 < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه ندارد.

(پ) $4x(x-1) = -1 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(4)(1) = 16 - 16 = 0 \Rightarrow$ ریشه مضاعف $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(4)} = \frac{1}{2}$

گزینه (۳) درست است. $\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$ جمع ریشه‌ها

تست: مقدار m به طوری که معادله $4x^2 - 12x + m = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۹

$4x^2 - 12x + m = 0$

پاسخ:

گزینه (۴) صحیح است. $\Rightarrow m = \frac{144}{16} = 9 \Rightarrow 16m = 144 \Rightarrow 144 - 16m = 0 \Rightarrow (-12)^2 - 4(4)(m) = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow$ شرط ریشه مضاعف

تست: اگر معادله $mx^2 - 4x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، بیش‌ترین مقدار صحیح برای m کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

پاسخ:

$mx^2 - 4x + 1 = 0$ دو ریشه متمایز $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (-4)^2 - 4(m)(1) > 0 \Rightarrow 16 - 4m > 0 \Rightarrow 4m < 16$

گزینه (۲) صحیح است. $\Rightarrow 3 =$ بیش‌ترین مقدار صحیح $m \Rightarrow m < 4 \Rightarrow m < \frac{16}{4}$

در این تست اگر گفته می‌شد معادله ریشه ندارد از شرط $\Delta < 0$ استفاده می‌کردیم.

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ می‌توان بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های احتمالی را بیابیم:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ، $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

نکته توجه کنید باید بررسی کنیم که معادله اصلاً جواب دارد یا نه، اگر جواب داشت می‌توانیم مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را پیدا کنیم. یعنی

دلالتاً نباید منفی باشد. ضمناً $x_1 + x_2$ را با S و $x_1 x_2$ را با P هم نمایش می‌دهند. (البته ریشه‌ها را با x' و x'' و یا α و β هم نمایش می‌دهند).

مثال: مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادلات را به دست آورید. (در صورت وجود)

(آ) $3x^2 + 2x - 8 = 0$ (ب) $3x^2 + 2x + 8 = 0$

پاسخ:

(آ) $\Rightarrow$ معادله دو ریشه متمایز دارد. $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-8}{3} \end{cases}$

(ب) معادله ریشه ندارد. $\Rightarrow \Delta = 2^2 - 4(3)(8) = 4 - 96 = -92 < 0$

تست: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - x - 4 = 0$ باشند، مجموع معکوس ریشه‌ها کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) $-\frac{1}{4}$

پاسخ:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{P} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = -\frac{-1}{-4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{گزینه (۴) صحیح است.}$$

تست: در معادله $mx^2 - (4m-1)x - 4m^2 = 0$ اگر مجموع ریشه‌ها برابر ۳ باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

(۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۲

پاسخ:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{-(4m-1)}{m} = \frac{4m-1}{m} \Rightarrow \frac{4m-1}{m} = 3 \Rightarrow 4m-1 = 3m \Rightarrow 4m-3m = 1 \Rightarrow m = 1$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4m^2}{m} = -4m = -4(1) = -4 \Rightarrow \text{گزینه (۱) صحیح است.}$$

تست: در معادله $-x^2 - 10x + 3 = 0$ اگر ریشه‌ها را با α و β نمایش دهیم، حاصل $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta$ کدام است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۸۰

پاسخ: اگر بخواهیم معادله داده شده را حل کنیم و سپس جواب‌هایش را در عبارت $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta$ قرار دهیم حدوداً به یک ربع زمان نیاز داریم ولی راه ساده‌تر این است که از $\alpha\beta$ فاکتور بگیریم:

$$\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \underbrace{\alpha\beta}_{P}(\beta + \alpha) = P \times S = \frac{c}{a} \times \left(\frac{-b}{a}\right) = \frac{3}{-1} \times \left(\frac{-(-10)}{-1}\right) = (-3) \times (-10) = 30 \Rightarrow \text{گزینه (۳) صحیح است.}$$

تست: در معادله $x^2 - 5x - 7 = 0$ حاصل $x'^2 + x''^2$ کدام است؟ (x' و x'' ریشه‌های معادله هستند).

(۱) ۳۹ (۲) ۴۰ (۳) ۴۱ (۴) ۴۲

پاسخ: x' و x'' در واقع همان α و β هستند (برای راحتی بهتر است همیشه از α و β استفاده کنید). به کمک اتحادها می‌توان ثابت کرد که

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-5)^2 - 2(-7) = 25 + 14 = 39$$

حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ برابر با $S^2 - 2P$ می‌شود (بدون اثبات بپذیرید). لذا:

پس گزینه (۱) درست است.

نکته تستی: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$

$\frac{c}{a}, 1$

(آ) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد (یعنی $a + b + c = 0$)، آن‌گاه ریشه‌های معادله عبارتند از:

$-\frac{c}{a}, -1$

(ب) اگر $b = a + c$ باشد، آن‌گاه ریشه‌های معادله عبارتند از:

تست: یکی از جواب‌های معادله $kx^2 - x - k + 1 = 0$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{k}$ (۲) $\frac{k-1}{k}$ (۳) $\frac{1-k}{k}$ (۴) $\frac{k+1}{k}$

پاسخ:

$$\text{گزینه (۳) صحیح است.} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = \frac{-k+1}{k} = \frac{1-k}{k} \end{cases}$$

مجموع ضرایب $= k - 1 - k + 1 = 0$

نوشتن معادله درجه دوم با ریشه‌های α و β

اگر α و β ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشند، آن‌گاه معادله مربوط به آن‌ها می‌تواند به شکل $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ یا هر ضربی از آن نوشته شود. یعنی بی‌شمار معادله به فرم مقابل داریم که α و β ریشه‌های آن‌هاست:

$$k(x - \alpha)(x - \beta) = 0; (k \neq 0)$$

ضمناً اگر معادله، ریشه مضاعف $x = \alpha$ داشته باشد بی‌شمار معادله به شکل $k(x - \alpha)^2 = 0$ می‌توان نوشت که ریشه همه آن‌ها $x = \alpha$ است.



بیشتر من نمی‌فهمم «هر ضربی از آن» یعنی چی؟

دیر: ببین مثلاً هم ریشه‌های معادله $(x-1)(x-2)=0$ ، اعداد ۱ و ۲ اند و هم ریشه‌های معادله $3(x-1)(x-2)=0$ برابر ۱ و ۲ اند و هم ریشه‌های معادله $5(x-1)(x-2)=0$ ، یعنی با تغییر k معادلات دیگری برست میان ولی ریشه‌های همه اون‌ها ۱ و ۲ است. ضمناً آله فقط یه معادله ازت خواسته شر می‌تونن k رو ننویسن.

تست: کدام گزینه می‌تواند یک معادله درجه دوم با ریشه مضاعف $x = 3$ باشد؟

$$(1) \quad 2x^2 - 12x + 18 = 0 \quad (2) \quad x^2 + 6x + 9 = 0 \quad (3) \quad 2x^2 + 12x - 18 = 0 \quad (4) \quad x^2 + 6x - 9 = 0$$

پاسخ:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \text{ریشه مضاعف است.}$$

معادله $x^2 - 6x + 9 = 0$ در گزینه‌ها دیده نمی‌شود ولی اگر تمام جملات آن را در ۲ ضرب کنیم به معادله $2x^2 - 12x + 18 = 0$ می‌رسیم که در گزینه (۱) مشاهده می‌شود.

تست: کدام گزینه می‌تواند یک معادله درجه دوم با ریشه‌های ۳ و $-\frac{1}{3}$ باشد؟

$$(1) \quad 3x^2 - 10x - 3 = 0 \quad (2) \quad 3x^2 + 8x - 3 = 0 \quad (3) \quad 3x^2 - 8x - 3 = 0 \quad (4) \quad 3x^2 + 10x - 3 = 0$$

پاسخ:

$$(x - 3)\left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) = 0 \Rightarrow (x - 3)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0 \xrightarrow{\text{برانتزها را در هم ضرب می‌کنیم.}} x^2 + \frac{1}{3}x - 3x - 3\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{8}{3}x - 1 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 8x - 3 = 0 \Rightarrow \text{گزینه (۳) صحیح است.}$$

استاد! چرا تمام جملات $x^2 - \frac{8}{3}x - 1 = 0$ رو در عدد ۳ ضرب کردین؟

دیر: چون دیرم این معادله، توی گزینه‌ها وجود نداره، پس اومدم معادله رو در ۳ ضرب کردم تا مفرج ۳ از بین بره.

نکته تستی: اگر ریشه‌های معادله درجه دوم داده شده باشند، روش دیگر پیدا کردن معادله مربوط به این دو ریشه این است که S و P را پیدا کرده (S یعنی جمع ریشه‌ها و P یعنی ضرب آن‌ها) و سپس در رابطه $x^2 - Sx + P = 0$ جایگذاری کنیم. مثلاً اگر ریشه‌های معادله درجه دومی $1 - \sqrt{3}$ و $1 + \sqrt{3}$ باشند، آن‌گاه:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = (1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) = 2 \\ P = \alpha \cdot \beta = (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) = 1^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

اتحاد مزدوج

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + (-2) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow \text{معادله مطلوب:}$$

تست: کدام معادله درجه دوم زیر، دارای ریشه‌های $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ است؟

$$(1) \quad x^2 + x + 1 = 0 \quad (2) \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad (3) \quad x^2 - x + 1 = 0 \quad (4) \quad x^2 - x - 1 = 0$$

پاسخ:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ P = \alpha \cdot \beta = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) = \frac{(1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})}{2 \times 2} = \frac{1^2 - (\sqrt{5})^2}{4} = \frac{1 - 5}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 1x + (-1) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$



تست‌های کنکور سراسری ۱۴۰۰

۱. تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی، به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$ و تابع هزینه آن به صورت $C(x) = 4x + b$ است.

(سراسری - ۱۴۰۰)

اگر فاصله دو نقطه سربه‌سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

(سراسری - ۱۴۰۰)

۲. اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۳. تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع f ، کدام است؟

- (۱) $3/5$ (۲) $3/75$ (۳) ۴ (۴) $4/25$ (سراسری - ۱۴۰۰)

(سراسری - ۱۴۰۰)

۴. ضابطه تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{1}{3} < x < -\frac{2}{3}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-2x$ (۲) $x + 1$ (۳) $x - 2$ (۴) $2x + \frac{1}{3}$

(سراسری - ۱۴۰۰)

۵. معادله $\frac{ax^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟

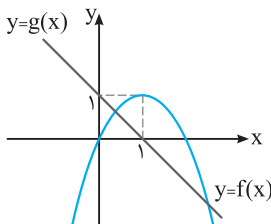
- (۱) $a < -2$ (۲) $a \geq -2$ (۳) $a \leq 1$ (۴) $a < 1$

۶. نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل مقابل

(سراسری - ۱۴۰۰)

داده شده است. مجموع جواب‌های معادله $f(x) = g^2(x)$ ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲



۷. فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2); a \in \{0, 1, 2\}\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ ، توصیف شده باشد. تعداد عناصر f ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲ (سراسری - ۱۴۰۰)

۸. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a(\frac{1}{4})^x + b$ ، محور x ها را با طول ۱- و محور y ها را با عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (سراسری - ۱۴۰۰)

(سراسری - ۱۴۰۰)

۹. مقدار عبارت $\frac{1}{3^{256}} \times \frac{1}{3^{16}} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{3^4}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{127}{3^{256}}$ (۲) $\frac{127}{3^{512}}$ (۳) $\frac{63}{3^{256}}$ (۴) $\frac{255}{3^{512}}$

(سراسری - ۱۴۰۰)

۱۰. اگر $x, z, 4x$ و $y, x, z, x - \frac{3}{4}$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۱. مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶- و نسبت جمله پنزدهم به جمله ششم دنباله ۶ است. جمله یازدهم دنباله، کدام است؟

- (۱) $-13/6$ (۲) $-14/8$ (۳) $-15/6$ (۴) $-16/8$ (سراسری - ۱۴۰۰)

(سراسری - ۱۴۰۰)

۱۲. جمله چهاردهم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با فرض $a_{16} = \frac{1597}{987}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{233}{377}$ (۲) $\frac{377}{610}$ (۳) $\frac{377}{233}$ (۴) $\frac{610}{377}$

(سراسری - ۱۴۰۰)

۱۳. جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ ، یکسان نیست؟

$$(1) p \Rightarrow (q \vee r) \quad (2) (p \wedge q) \vee r \quad (3) \sim p \vee q \vee r \quad (4) (p \Rightarrow q) \vee r$$

(سراسری - ۱۴۰۰)

۱۴. اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست است؟

$$(1) q \vee p \Rightarrow q \quad (2) q \vee p \Rightarrow p \quad (3) p \wedge \sim q \quad (4) q \vee p \Rightarrow p \wedge q$$

(سراسری - ۱۴۰۰)

۱۵. اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است.)

$$(1) A \subseteq B \quad (2) A \subseteq B' \quad (3) A \cup B = S \quad (4) A = \emptyset \text{ یا } B = \emptyset$$

۱۶. یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار

(سراسری - ۱۴۰۰)

کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟

$$(1) \frac{19}{21} \quad (2) \frac{13}{14} \quad (3) \frac{20}{21} \quad (4) \frac{41}{42}$$

۱۷. برای اندازه‌گیری داده‌هایی که قابل مرتب کردن بوده و اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معنا است، از کدام مقیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

$$(1) \text{ اسمی} \quad (2) \text{ نسبتی} \quad (3) \text{ ترتیبی} \quad (4) \text{ فاصله‌ای} \quad (\text{سراسری - ۱۴۰۰})$$

۱۸. میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

$$(1) (116, 188) \quad (2) (134, 170) \quad (3) (146, 158) \quad (4) (140, 164) \quad (\text{سراسری - ۱۴۰۰})$$

۱۹. دامنه میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با سیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد،

مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟

$$(1) 120 \quad (2) 100 \quad (3) 64 \quad (4) 36 \quad (\text{سراسری - ۱۴۰۰})$$

۲۰. تعداد کالای فروخته‌شده توسط یک فروشگاه در هفته‌های اول تا هفتم به صورت جدول زیر است:

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته‌شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۲

پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که تعداد کالایی که در هفته نهم به فروش می‌رسد، ۸ کالا است. مقدار $x + y$ کدام است؟

$$(1) 26 \quad (2) 36 \quad (3) 50 \quad (4) 76$$



پاسخ تست‌های کنکور سراسری ۱۴۰۰

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در معادله سود}} \frac{P(x)=0}{P(x)=0} \rightarrow -\frac{1}{4}(14)^2 + \underbrace{4(14)}_{56} - b = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} \times 14^2 + 4 \times 14 + 56 - b = 0 \Rightarrow -49 + 56 - b = 0 \Rightarrow b = 7$$

۲

عبارت $4x^2 - (2 - x)^2$ را به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$4x^2 - (2 - x)^2 = (2x)^2 - (2 - x)^2 = (2x - (2 - x))(2x + (2 - x))$$

$$= (2x - 2 + x)(2x + 2 - x) = (3x - 2)(x + 2)$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در معادله اصلی}} \frac{(3x - 2)(x + 2)}{x + 2} - \frac{7}{x} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب تمام جملات در } x} x(3x - 2) - 7 = 2x \Rightarrow 3x^2 - 2x - 7 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{3} = \frac{4}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا تابع سود را تشکیل می‌دهیم:

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b$$

ریشه‌های معادله $P(x) = 0$ نقاط سربه‌سر را به ما می‌دهد. از طرفی گفته شده

فاصله دو نقطه سربه‌سر برابر ۱۲ است یعنی اختلاف ریشه‌های معادله بالا ۱۲

است لذا با فرض $x_1 > x_2$ داریم:

$$P(x) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b = 0$$

$$x_1 - x_2 = 12 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموعریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ است لذا:

$$x_1 + x_2 = -\frac{4}{-\frac{1}{4}} = 16 \quad (2)$$

با حل دستگاه، مقدار یکی از ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 12 \\ x_1 + x_2 = 16 \end{cases} \Rightarrow 2x_1 = 28 \Rightarrow x_1 = 14$$