

درس
اول

یادآوری اعداد صحیح



ریاضی هشتم

اعداد صحیح

اعداد صحیح شامل اعداد مثبت (اعداد طبیعی)، اعداد منفی و عدد صفر می‌باشند. $\dots, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots$: اعداد صحیح

چند نکته جهت یادآوری:

(۱) عدد صفر، نه منفی است و نه مثبت.

(۲) هر عدد مثبت، از هر عدد منفی بزرگ‌تر است.

(۳) عدد صفر، از هر عدد منفی بزرگ‌تر و از هر عدد مثبت کوچک‌تر است.

(۴) در مورد دو عدد منفی، عددی که بدون در نظر گرفتن علامت، بزرگ‌تر است، کوچک‌تر می‌باشد.

مثال: $-12 < -7$

برای هر حرکت روی محور، می‌توان عددی صحیح متناظر با آن نوشت. اگر حرکت به سمت چپ باشد، علامت آن عدد منفی و اگر حرکت به سمت راست باشد، علامت آن عدد مثبت می‌باشد.

مثال: برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.

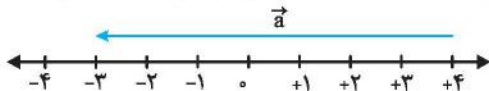


پاسخ:

$$\vec{a} = +3, \quad \vec{b} = -5, \quad \vec{c} = -6, \quad \vec{d} = 0$$

بردار

برای هر حرکت روی محور اعداد صحیح می‌توان از بردار استفاده کرد. بردار یک پاره‌خط جهت‌دار است که دارای ابتدا، طول و انتها می‌باشد. مثلاً در شکل مقابل، بردار $\vec{a}$ دارای ابتدای $+4$ ، انتهای -3 و طول -7 می‌باشد.



روابط زیر بین ابتدا، انتها و طول هر برداری وجود دارد.

طول بردار = انتهای بردار - ابتدای بردار ، طول بردار = ابتدای بردار + انتهای بردار ، ابتدا بردار = انتهای بردار - طول بردار

مثال: بردار -4 را از چه نقطه‌ای رسم کنیم تا انتهای آن عدد $+9$ باشد؟پاسخ: در این جا طول بردار -4 و انتهای بردار $+9$ می‌باشد و ابتدای بردار خواسته شده است. ابتدا بردار برابر است با:

$$\text{ابتدا بردار} = +9 - (-4) = 9 + 4 = +13$$

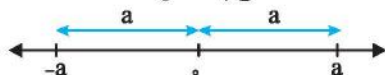
مثال: از نقطه A مساوی -2 ، بردار $\vec{AB}$ برابر با -4 را رسم می‌کنیم. نقطه B را بیابید.

پاسخ:

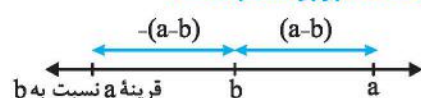
$$B = \vec{AB} + A = -4 + (-2) = -6 \Rightarrow B = \text{ابتدا بردار} + \text{طول بردار} = \text{انتهای بردار}$$

قرینه اعداد صحیح

برای پیدا کردن قرینه یک عدد صحیح نسبت به مبدأ کافی است، علامت آن را عوض کنیم. علامت قرینه یک عدد، علامت منفی پشت آن عدد است.

به عنوان مثال قرینه -3 برابر $+3$ است و می‌نویسیم $-(-3) = +3$

نکته IQ: می‌توان قرینه یک عدد را نسبت به نقطه‌ای غیر از صفر به دست آورد. مثلاً برای پیدا کردن قرینه نقطه a نسبت به نقطه b، ابتدا

حاصل $b - a$ را به دست آورده، سپس حاصل را با b جمع می‌کنیم. به طور کلی قرینه نقطه a نسبت به نقطه b برابر است با $2b - a$ مثلاً قرینه نقطه -50 نسبت به $+20$ برابر با $90 = 40 + 50 = 20 \times 2 - (-50)$ است.

نکته: اگر تعداد علامت‌های منفی پشت عدد، فرد باشد، حاصل عددی منفی و اگر تعداد آن‌ها زوج بود، حاصل عددی مثبت خواهد بود. تعداد علامت‌های مثبت تأثیری در علامت عدد ندارد.

مثال: حاصل عبارات زیر را بیابید.

آ) $((-(+(-(-(+5))))))$ ب) قرینه $((-(+((-4))))))$

پاسخ: آ) تعداد منفی‌های پشت عدد ۵، زوج است، پس حاصل برابر ۵ می‌شود.

ب) قرینه $((-(+((-4))))))$ برابر است با $((-(+((-4))))))$ که چون تعداد منفی‌های پشت عدد زوج است، حاصل برابر ۴ می‌شود.

جمع و تفریق اعداد صحیح

برای جمع و تفریق اعداد صحیح، ابتدا حاصل عبارت‌هایی را پیدا می‌کنیم که پشت آن‌ها چند علامت مثبت یا منفی وجود داشته باشد. با توجه به نکته قبل، مثلاً حاصل $((-(+(-(-3))))))$ برابر ۳- و حاصل $((-(+((-1))))))$ برابر ۱+ می‌شود. بعد از این که پشت اعداد فقط یک علامت قرار گرفت، جمع یا تفریق را انجام می‌دهیم. اگر همه اعداد دارای یک علامت باشند، آن‌ها را بدون در نظر گرفتن علامت، جمع کرده و علامت آن‌ها را پشت جواب می‌گذاریم. اگر اعداد هم مثبت و هم منفی بودند، اعداد مثبت را با هم و اعداد منفی را با هم جمع کرده و حاصل آن‌ها را بدون در نظر گرفتن علامت از هم کم می‌کنیم. سپس علامت پشت عددی را که بدون در نظر گرفتن علامت، بزرگ‌تر است، پشت جواب می‌گذاریم.

مثال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

آ) $((-(+(-(-12)))) + ((-(-6))))$ ب) $((-(+(-(-8)))) + ((-(-2-3)))) - ((-(-6))))$

پاسخ: آ) $((-(+(-(-12)))) + ((-(-6)))) = -(-12+6) + 12 = -(-6) + 12 = +6 + 12 = +18$

ب) $((-(+(-(-8)))) + ((-(-2-3)))) - ((-(-6)))) = (-12+8) + (-5) - 6 = -4 - 5 - 6 = -15$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح

ابتدا اگر پشت عددی چند علامت وجود داشت، آن‌ها را یکی می‌کنیم. سپس تعداد علامت منفی اعدادی را که در هم ضرب یا تقسیم شده‌اند، می‌شماریم. اگر تعداد آن‌ها فرد بود، حاصل عددی منفی و اگر تعداد آن‌ها زوج بود، حاصل عددی مثبت خواهد بود. سپس مانند ضرب و تقسیم اعداد طبیعی آن‌ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌کنیم.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

آ) $((-(+(-(-4)))) \times ((-(-2))))$ ب) $((-(+((-11)))) \div ((-(-1))))$

پاسخ: آ) $((-(+(-(-4)))) \times ((-(-2)))) = +2 \times (-4) = -8$

ب) حاصل $((-(+((-11)))) \div ((-(-1)))) = +3 \div (+1) = +3$

به توان رساندن اعداد صحیح

عدد مثبت به هر توانی برسد، حاصل مثبت خواهد بود. مانند $(+2)^3 = +8$

اگر عدد منفی، به توان فرد برسد، حاصل عددی منفی خواهد بود. مانند $(-3)^3 = -3^3 = -27$ ، زیرا $(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$

اگر عدد منفی داخل پرانتز باشد و به توان زوج برسد، حاصل مثبت خواهد بود. مانند $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد و توان عددی زوج باشد، حاصل منفی خواهد بود. زیرا در این حالت توان فقط مربوط به عدد است. مانند:

$$-3^2 = -(3^2) = -3 \times 3 = -9$$

تست: چند تا از عبارت‌های زیر نادرست است؟

آ) $(-2)^3 = -8$ ب) $(-2)^2 = -4$ پ) $-2^2 = 16$ ت) $(-2)^5 = 32$

۱ (آ) ۲ (ب) ۳ (پ) ۴ (ت)

پاسخ: قسمت (آ) نادرست است، زیرا $(-2)^3 = -8$ می‌شود و (-8) برابر ۸+ خواهد شد. قسمت (ب) درست است، زیرا $(-2)^2 = 4$ شده

و $(+4) = -4$ می‌شود. قسمت (پ) نادرست است، زیرا اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد و به توان زوج برسد، حاصل منفی می‌شود. بنابراین جواب

صحیح برابر ۱۶- است. قسمت (ت) درست است، زیرا $(-2)^5 = -32$ شده و $(-32) = 32$ می‌شود. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

اولویت انجام عملیات

۱) حاصل عبارت‌های داخل پرانتزها را از داخلی‌ترین پرانتز حساب می‌کنیم. ۲) حاصل اعداد توان‌دار را محاسبه می‌کنیم. ۳) در هنگام محاسبه (چه درون و چه خارج پرانتز) همواره ابتدا از سمت چپ به راست، ضرب‌ها و تقسیم‌ها را انجام می‌دهیم. ۴) پس از ضرب و تقسیم، جمع و تفریق‌ها را از چپ به راست انجام می‌دهیم.

مثال: حاصل عبارات زیر را حساب کنید.

آ) $3 \times 2^3 - 5 \times 4 \div (-2)^2 + [-36 \div 4 \times (-3)]$ (ب) $4 - 2^2 \times [3 - 2 \times (5 - 7)]$

پاسخ: آ)

$$\underbrace{3 \times 8}_{24} - \underbrace{5 \times 4}_{20} \div 4 + \underbrace{[-36 \div 4 \times (-3)]}_{-9} = \underbrace{24 - 20}_{4} + \underbrace{[-9 \times (-3)]}_{27} = 19 + 27 = 46$$

پاسخ: ب)

$$4 - 4 \times \underbrace{[3 - 2 \times (-2)]}_{+4} = 4 - 4 \times \underbrace{[3 + 4]}_7 = 4 - \underbrace{4 \times 7}_{28} = 4 - 28 = -24$$

قانون کلاس

اگر اعداد طبیعی به طور منظم از عدد یک، به فاصله یکی یکی افزایش یابند، $1, 2, 3, 4, \dots, n$ باشند، حاصل جمع آن‌ها برابر است با:

$$\frac{(1 + \text{عدد آخر}) \times (\text{عدد آخر})}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{50 \times 51}{2} = 1275$$

به عنوان مثال حاصل $1 + 2 + 3 + \dots + 50$ برابر است با:

تست: حاصل $1 + 2 + \dots + 38$ چند برابر حاصل $1 + 2 + \dots + 76$ می‌باشد؟

۱) $\frac{39}{77}$ ۲) $\frac{39}{154}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{78}{177}$

پاسخ:

گزینه (۲) صحیح است. $\Rightarrow \frac{39}{154} = \frac{39}{2 \times 77} = \frac{39 \times 39}{76 \times 77} = \frac{38 \times 39}{76 \times 77} = \frac{1}{2}$

$1 + 2 + \dots + 38 = \frac{38 \times 39}{2}$ ، $1 + 2 + \dots + 76 = \frac{76 \times 77}{2} \Rightarrow \frac{38 \times 39}{76 \times 77} = \frac{39}{2 \times 77} = \frac{39}{154}$

ویژه علاقمندان

دنباله منظم: اگر در یک الگو تعدادی عدد صحیح پشت سر هم قرار گرفته باشند و اختلاف دو عدد پشت سر هم الگو ثابت باشد، به این الگو، دنباله اعداد منظم یا دنباله حسابی می‌گویند. مانند:

$508, 11, 14, 000$ یا $37, 32, 27, 22, 000$ یا $-61, -46, -31, -16, 000$

روابط زیر بین اعداد دنباله منظم وجود دارد:

$$\frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2} = \text{میانگین اعداد دنباله منظم} \quad 1 + \frac{(\text{عدد اول} - \text{عدد آخر})}{\text{فاصله بین اعداد}} = \text{تعداد اعداد دنباله منظم}$$

$$\text{میانگین اعداد دنباله منظم} \times (\text{تعداد اعداد دنباله منظم}) = \text{مجموع اعداد دنباله منظم}$$

دقت شود که برای محاسبه مجموع اعداد یک دنباله منظم، ابتدا از روابط فوق، تعداد اعداد و میانگین اعداد را محاسبه کرده، سپس در هم ضرب می‌کنیم تا مجموع اعداد به دست آید.

مثال: حاصل $2 + 7 + 12 + \dots + 97$ برابر چند است؟

پاسخ: دنباله منظم $2, 7, 12, \dots, 97$ را در نظر می‌گیریم. حاصل جمع خواسته شده، در واقع مجموع اعداد این دنباله منظم است. پس:

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد اعداد} &= \frac{97 - 2}{5} + 1 = 19 + 1 = 20 \\ \text{میانگین اعداد} &= \frac{97 + 2}{2} = \frac{99}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع اعداد} = 20 \times \frac{99}{2} = 990$$

مثال: حاصل عبارت روبه‌رو را به‌دست آورید.

$$1-2+3-4+\dots+299-300$$

پاسخ: اعداد را دو تا دو تا جدا کرده و حاصل آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\underbrace{(1-2)}_{-1} + \underbrace{(3-4)}_{-1} + \underbrace{(5-6)}_{-1} + \dots + \underbrace{(299-300)}_{-1}$$

تعداد (-1) ها 150 تا است، پس حاصل عبارت $-150 \times (-1) = 150$ می‌شود.

تست: حاصل عبارت روبه‌رو در کدام گزینه آمده است؟

$$-61-57-53-\dots-5-1+3+7+\dots+59$$

$$-60 \quad (4)$$

$$-31 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$-62 \quad (1)$$

پاسخ: در این تست در واقع باید مجموع اعداد دنباله منظم $59, 53, 47, \dots, -61$ را پیدا کنیم.

روش اول: یک راه این است که با کمک روابط سری منظم حاصل را به‌دست آوریم. اختلاف اعداد $+4$ می‌باشد.

$$\text{مجموع اعداد دنباله} = 31 \times (-1) = -31 \Rightarrow -1 = \frac{-2}{2} = \frac{59 + (-61)}{2} = \text{میانگین اعداد} = 31 + 1 = \frac{59 - (-61)}{4} = \text{تعداد اعداد}$$

روش دوم: اعداد را به‌صورت زیر بنویسیم:

$$\underbrace{(-61+59)}_{-2} + \underbrace{(-57+55)}_{-2} + \underbrace{(-53+51)}_{-2} + \dots + \underbrace{(-5+3)}_{-2} - 1$$

تعداد -2 ها برابر تعداد اعداد دوم پرانتزها، یعنی $3, 51, 55, 59$ می‌باشد.

$$\text{تعداد } -2 \text{ ها} = \frac{59-3}{4} + 1 = \frac{56}{4} + 1 = 15$$

بنابراین 15 تا -2 خواهیم داشت. بنابراین حاصل عبارت برابر است با:

$$[15 \times (-2)] + (-1) = -31$$

بنابراین پاسخ صحیح، گزینه (3) خواهد بود.

کتابخانه IQ (۱) اگر تعداد اعداد یک دنباله منظم، عددی فرد باشد، میانگین این اعداد برابر عدد وسطی خواهد بود.

مثال $a, b, c, d, e \Rightarrow c = \text{میانگین}$

(۲) اگر تعداد اعداد یک دنباله منظم، عددی زوج باشد، میانگین این اعداد برابر میانگین دو عدد وسطی خواهد بود.

مثال $a, b, c, d, e, f \Rightarrow \frac{c+d}{2} = \text{میانگین}$

به حل مثال‌های زیر توجه نمایید.

مثال: مجموع 17 عدد صحیح زوج متوالی برابر 170 می‌باشد. عدد دوازدهم این دنباله چه عددی است؟

پاسخ: تعداد اعداد این دنباله 17 یعنی عددی فرد است. بنابراین عدد وسطی این دنباله یعنی عدد نهم برابر میانگین یعنی $\frac{170}{17} = 10$ می‌باشد.

چون اعضای دنباله، اعداد زوج متوالی هستند، پس اختلاف هر دو عدد پشت سر هم در دنباله، برابر 2 است. عدد دوازدهم نیز برابر است با:

$$16 = 10 + 6 \Rightarrow 6 = 3 \times 2 \Rightarrow 3 = (12 - 9)$$

تست: مجموع 20 عدد صحیح فرد متوالی برابر 400 می‌باشد. عدد هفتم این دنباله چند است؟

$$11 \quad (4)$$

$$13 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

پاسخ: تعداد اعداد این دنباله 20 یعنی عددی زوج است. میانگین اعداد برابر $\frac{400}{20} = 20$ می‌باشد که برابر است با میانگین دو عدد وسطی یعنی

عدد دهم و یازدهم. چون اعداد فرد هستند، عدد دهم 19 و عدد یازدهم 21 می‌باشند. بنابراین عدد هفتم برابر است با:

$$\text{گزینه } (3) \text{ صحیح است. } \Rightarrow 13 = 19 - 6 \Rightarrow 6 = 3 \times 2 \Rightarrow 3 = 10 - 7$$

دنباله هندسی: اگر در یک دنباله اعداد، هر عدد از ضرب عدد قبلی در یک عدد ثابت به دست آمده باشد، به آن دنباله هندسی می‌گویند. مثلاً
 $2, 4, 8, 16, 32, \dots$ یک دنباله هندسی می‌باشد. در دنباله هندسی به عدد ثابت، قدرنسبت یا q ، به اولین عدد دنباله t_1 و به عدد آخر آن t_n

می‌گویند. توجه شود که قدرنسبت یا q مخالف صفر می‌باشد، اگر تعداد اعداد یک دنباله هندسی n تا باشد، داریم:

$$t_n = t_1 \times q^{n-1}$$

مجموع اعداد دنباله هندسی $S = \frac{t_1(1-q^n)}{1-q}$

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}$$

مثال: حاصل عبارت روبه‌رو چقدر می‌شود؟

پاسخ: دنباله $1 = 3^0, 3^1, 3^2, 3^3, \dots, 3^{10}$ را در نظر می‌گیریم. همان‌طور که می‌بینید، هر جمله از ضرب جمله قبلی در عدد ثابت ۳ به دست می‌آید. پس حاصل جمع خواسته شده، در واقع مجموع جمله‌های یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۳ و جمله اول ۱ می‌باشد. جملات نیز از 3^0 تا 3^{10} یعنی ۱۱ تا می‌باشد.

$$t_1 = 1, q = 3, n = 11 \Rightarrow S = \frac{1 \times (1 - 3^{11})}{1 - 3} \Rightarrow S = \frac{3^{11} - 1}{2}$$

نکته: اگر جملات یک دنباله هندسی نامتناهی (بی‌پایان) باشند و قدرنسبت آن یعنی q عددی بین ۱ و -۱ و غیر صفر باشد، مجموع جملات از

$$S = \frac{t_1}{1-q}$$

رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

تست: مجموع اعداد روبه‌رو تقریباً چقدر می‌شود؟

پاسخ: دنباله $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ یک دنباله هندسی با تعداد جملات بی‌پایان، $q = \frac{1}{2}$ و $t_1 = 1$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \text{گزینه (۳) صحیح است.}$$

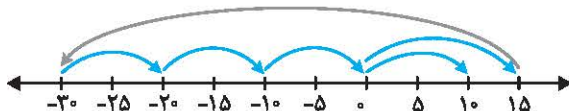
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

دانش‌آموزان گرامی، اکنون می‌توانید به تست‌های ۱ تا ۲۶ و ۶۵ تا ۹۴ (سری ۹۰) پاسخ دهید.

توجه

پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول

یادآوری اعداد صحیح

- کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از -۹۲ که بر ۳ بخش پذیر باشد، کدام عدد است؟
 ۱) -۹۳ ۲) -۹۲ ۳) -۹۰ ۴) -۸۷
- بین -۱۸ و $+۸$ ، چند عدد صحیح نامثبت وجود دارد؟
 ۱) ۱۴ تا ۲) ۱۸ تا ۳) ۱۶ تا ۴) ۱۳ تا
- بین اعداد صحیح -۱۷۳ و $+۲۱۷$ چند عدد صحیح وجود دارد؟
 ۱) ۳۸۱ ۲) ۳۸۰ ۳) ۳۸۹ ۴) ۳۸۸
- روی محور اعداد صحیح، چند عدد وجود دارد که فاصله هر یک از این اعداد از عدد -۷ دو برابر فاصله آن از عدد $+۲$ باشد؟
 ۱) بی‌شمار ۲) هیچ ۳) یکی ۴) دو تا
- فاصله کدام عدد زیر از عدد -۳۰ ، ثلث فاصله آن از عدد $+۳۰$ است؟
 ۱) -۲۵ ۲) -۴۵ ۳) $+۶۰$ ۴) -۶۰
- حاصل عبارت $(-3 - 4) \dots (-3 - 4) \dots (-3 - 4)$ کدام است؟
 تعداد علامت‌ها ۱۳۹۰ تا
 ۱) $+۱$ ۲) -۷ ۳) $+۷$ ۴) صفر
- اگر m و n اعدادی صحیح باشند و بدانیم m عددی منفی و $m + n > ۰$ شده است، کدام یک از رابطه‌های زیر حتماً درست است؟
 ۱) $۲m + n < ۰$ ۲) $۲m + n > ۰$ ۳) $۲n > ۰$ ۴) $m - n > ۰$
- چند جفت عدد دو رقمی طبیعی با اختلاف ۵۰ وجود دارد؟
 ۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۵۹ ۴) ۶۰
- طول برداری که ابتدای آن بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از -۱۲ و انتهای آن کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از $+۷$ است، چقدر می‌باشد؟
 ۱) -۱۹ ۲) $+۱۹$ ۳) -۲۱ ۴) $+۲۱$
- بردار -۳ را ابتدا از چه نقطه‌ای رسم کنیم تا انتهای بردار، $+۱۰$ شود؟
 ۱) $+۱۳$ ۲) -۱۳ ۳) $+۷$ ۴) -۷
- عبارت متناظر با شکل مقابل در کدام گزینه آمده است؟

 ۱) $(+۱۵) - (-۴۵) + ۴ \times (+۵) = +۱۰$
 ۲) $(+۱۵) + (-۴۵) + ۴ \times (+۵) = +۱۰$
 ۳) $(+۱۵) + (-۴۵) - ۴ \times (+۱۰) = +۱۰$
 ۴) $(+۱۵) + (-۴۵) + ۴ \times (+۱۰) = +۱۰$
- مجموع اعداد صحیح از -۲۰۱۴ تا $+۱۳۹۳$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) -۱۰۵۸۱۸۴ ۲) ۱۰۵۸۲۶۶ ۳) ۱۰۵۸۱۸۴ ۴) -۱۰۵۸۲۶۶
- هفت عدد صحیح متوالی را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست پشت سر هم نوشتیم. اگر مجموع سه تای اول از آن‌ها از سمت چپ، -۶ شود، مجموع سه عدد آخر چقدر است؟
 ۱) $+۶$ ۲) $+۱۲$ ۳) -۱۲ ۴) -۶
- اختلاف دو عدد صحیح، $+۳$ شده است. اگر یکی از آن‌ها یک رقمی و دیگری دو رقمی باشد، کم‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟
 ۱) صفر ۲) $+۸۸$ ۳) -۸۸ ۴) $+۷۰$
- اگر عمل $\star$ را بین دو عدد دلخواه a و b به صورت روبه‌رو تعریف کنیم $a \star b = -a^2 + 2b + 1$ آن‌گاه حاصل $(-۱) \star (۲۱)$ چند است؟
 ۱) صفر ۲) -۱ ۳) -۲ ۴) -۳

۱۶. به جای a چه عددی قرار دهیم تا تساوی برقرار باشد؟

(المپیاد ریاضی)

$$6 - 5(5 - 2(4 - 3(3 - 2(2 - a)))) = a$$

$$\frac{(-25) \times (-150)}{(+6) \times (-75)} = \frac{x}{(-2) - (-14)}$$

$$20 - 4(-7 + 24 \div 8 \times 3 - 2^2) = ?$$

$$5 - 4[3 - 2(1 - 2)^2 + 3]4 - 5 = ?$$

(آزمون ورودی)

۲۰. مقدار عبارت $A = \{-[-(-6 + 2 \times 3 - 2)] \times 2 - 3 \times [-(-6 \div 2 \times 3 + 2)] - 2\}$ کدام گزینه است؟

$$+18 \quad (4) \quad -18 \quad (3) \quad +27 \quad (2) \quad -27 \quad (1)$$

۲۱☆. حاصل عبارت $\frac{-7 - 4[(-3) + 3(-6)] + 3[-6 + 13 + 9]}{-[7 + 3(-2 - (-6) - 15) + 3(-8 - 9)]}$ برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{77}{125} \quad (4) \quad \frac{-77}{125} \quad (3) \quad \frac{125}{77} \quad (2) \quad \frac{-125}{77} \quad (1)$$

۲۲☆. عمل $\star$ به این صورت تعریف می‌شود $a \star b = a^2 - 2b$. بر این اساس حاصل $[(3 \star 2) \star (-1)] \star [(-1) \star (3 \star 2)]$ برابر کدام گزینه است؟

(آزمون ورودی)

$$747 \quad (4) \quad 711 \quad (3) \quad 729 \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

۲۳☆. حاصل عبارت $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{99}$ کدام گزینه است؟

$$+1 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 99 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

$$[-[-(-4 + 2 \times 3 - 1)] \times 3 - 2 \times [-(-6 \div (2 \times 3) + 1)] - 1] = ?$$

$$-20 \quad (4) \quad -14 \quad (3) \quad -12 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

۲۴☆. ساده‌شده عبارت مقابل کدام است؟

$$A = 2 \square 5 \square 7 \square 8 \square 9 \square 1$$

$$61 \quad (4) \quad 63 \quad (3) \quad 75 \quad (2) \quad 87 \quad (1)$$

۲۵☆. ذره‌ای روی محور اعداد صحیح شروع به حرکت می‌کند. در دقیقه اول، یک واحد به سمت راست، در دقیقه دوم، دو واحد به سمت چپ، در دقیقه سوم، ۳ واحد به راست و ... حرکت می‌کند. این ذره پس از یک ساعت و نیم از شروع حرکت روی عدد ۱۰۰- قرار می‌گیرد. نقطه شروع حرکت این ذره کدام عدد بوده است؟

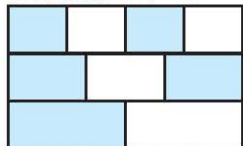
(مسابقات ریاضی)

$$-55 \quad (4) \quad +55 \quad (3) \quad +45 \quad (2) \quad -45 \quad (1)$$

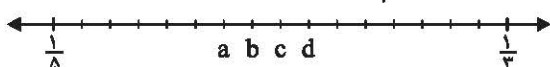
معرفی عددهای گویا

۲

(مسابقات جهانی ریاضی)



(مسابقات جهانی ریاضی)



۲۷. چه کسری از شکل روبه‌رو رنگی است؟

$$\frac{2}{5} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{5}{9} \quad (4) \quad \frac{4}{7} \quad (3)$$

۲۸. کسرهای $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ روی محور مشخص شده است. کدام یک از نقاط a, b, c, d یا نمایشگر کسر $\frac{1}{4}$ است؟

$$b \quad (2) \quad a \quad (1) \quad d \quad (4) \quad c \quad (3)$$

تست‌های سری IQ

یادآوری اعداد صحیح

☆ ۶۵. می‌خواهیم در عبارت زیر، در جای خالی علامت + یا - قرار دهیم تا حاصل کم‌ترین عدد ممکن شود. چند بار از علامت منفی استفاده می‌کنیم؟

- ☐ ۱ هیچ بار
 ☐ ۲ ۱ بار
 ☐ ۳ ۲ بار
 ☐ ۴ ۳ بار

☆۶۶. با توجه به الگوی روبه‌رو، مجموع کل اعداد تا سطر سی‌صدم چند است؟

- با توجه به الگوی روبه‌رو، مجموع کل اعداد تا سطر سیصدم چند است؟
- ۱) صفر ۲) ۱
۳) -150 ۴) 150
- $$\begin{array}{ccccccc} & & & & -1 & & \\ & & & & -1 & & 1 \\ & & & -1 & & 1 & -1 \\ & & -1 & & 1 & -1 & 1 \\ & -1 & & 1 & -1 & 1 & \\ & & & & & & \end{array}$$

☆۶۷. سه عدد صحیح داریم که مجموع اولی و دومی، ۳۱- و مجموع دومی و سومی، ۵۶- و مجموع اولی و سومی، ۵۱- است. میانگین سه عدد کدام است؟
(المپیاد ریاضی)

- -19 $\boxed{4}$ -23 $\boxed{3}$ -25 $\boxed{2}$ -27 $\boxed{1}$

☆۶۸. دمای هوای دو شهر A و B، قرینه یکدیگرند و دمای شهر C، ۶ درجه زیر صفر است. قرینه میانگین دمای این سه شهر کدام است؟

- $+2$ (4) -6 (3) صفر (2) -2 (1)

☆ ۶۹. میانگین پنج عدد صحیح، ۴- شده است. چه عددی به آن‌ها بیافزاییم تا میانگین این ۶ عدد، ۵ واحد بیش‌تر شود؟

- $$+6 \quad 9 \qquad -20 \quad 3 \qquad +26 \quad 2 \qquad -26 \quad 1$$

☆۷۰. جدول (۱) را در نظر بگیرید، هر بار می‌توان یک مربع 2×2 از آن را انتخاب کرد و یک واحد از اعداد درون خانه‌های آن کم کرد. پس از چندین

مرحله به جدول (۲) می‌رسیم. در این صورت مقدار X کدام است؟

- $$\begin{array}{cc} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{cc} -3 & 1 \\ 5 & 3 \end{array}$$

★ ۷۱. اگر قرینه عدد ۵+ را با قرینه عدد ۴+ نسبت به عدد ۹+ جمع کنیم، چه عددی به دست می‌آید؟

- $$-1f \quad +1f \quad -9 \quad +9$$

☆۷۲. قرینه عدد $+5$ را نسبت به قرینه قرینه -1 ، p و قرینه p را نسبت به قرینه خودش، q می‌نامیم. فاصله p و q چند واحد است؟ (المیداد ریاضی)

- ١ ١٢ واحد ٢ ١٨ واحد ٣ ٢٨ واحد ٤ ٣٠ واحد

☆ ۷۳. قرینه عدد ۲- نسبت به کدام عدد زیر، ۱۰+ است؟

- ٤ (٢) ٢ (٣) ٤ (١) ٦ (٤) ٧ (٥) ٨ (٦) ٩ (٧) ١٠ (٨) ١١ (٩) ١٢ (١٠) ١٣ (١١) ١٤ (١٢) ١٥ (١٣) ١٦ (١٤) ١٧ (١٥) ١٨ (١٦) ١٩ (١٧) ٢٠ (١٨) ٢١ (١٩) ٢٢ (٢٠) ٢٣ (٢١) ٢٤ (٢٢) ٢٥ (٢٣) ٢٦ (٢٤) ٢٧ (٢٥) ٢٨ (٢٦) ٢٩ (٢٧) ٣٠ (٢٨) ٣١ (٢٩) ٣٢ (٣٠) ٣٣ (٣١) ٣٤ (٣٢) ٣٥ (٣٣) ٣٦ (٣٤) ٣٧ (٣٥) ٣٨ (٣٦) ٣٩ (٣٧) ٤٠ (٣٨) ٤١ (٣٩) ٤٢ (٤٠) ٤٣ (٤١) ٤٤ (٤٢) ٤٥ (٤٣) ٤٦ (٤٤) ٤٧ (٤٥) ٤٨ (٤٦) ٤٩ (٤٧) ٥٠ (٤٨) ٥١ (٤٩) ٥٢ (٥٠) ٥٣ (٥١) ٥٤ (٥٢) ٥٥ (٥٣) ٥٦ (٥٤) ٥٧ (٥٥) ٥٨ (٥٦) ٥٩ (٥٧) ٦٠ (٥٨) ٦١ (٥٩) ٦٢ (٦٠) ٦٣ (٦١) ٦٤ (٦٢) ٦٥ (٦٣) ٦٦ (٦٤) ٦٧ (٦٥) ٦٨ (٦٦) ٦٩ (٦٧) ٧٠ (٦٨) ٧١ (٦٩) ٧٢ (٧٠) ٧٣ (٧١) ٧٤ (٧٢) ٧٥ (٧٣) ٧٦ (٧٤) ٧٧ (٧٥) ٧٨ (٧٦) ٧٩ (٧٧) ٨٠ (٧٨) ٨١ (٧٩) ٨٢ (٨٠) ٨٣ (٨١) ٨٤ (٨٢) ٨٥ (٨٣) ٨٦ (٨٤) ٨٧ (٨٥) ٨٨ (٨٦) ٨٩ (٨٧) ٩٠ (٨٨) ٩١ (٨٩) ٩٢ (٩٠) ٩٣ (٩١) ٩٤ (٩٢) ٩٥ (٩٣) ٩٦ (٩٤) ٩٧ (٩٥) ٩٨ (٩٦) ٩٩ (٩٧) ١٠٠ (٩٨) ١٠١ (٩٩) ١٠٢ (١٠٠) ١٠٣ (١٠١) ١٠٤ (١٠٢) ١٠٥ (١٠٣) ١٠٦ (١٠٤) ١٠٧ (١٠٥) ١٠٨ (١٠٦) ١٠٩ (١٠٧) ١١٠ (١٠٨) ١١١ (١٠٩) ١١٢ (١١٠) ١١٣ (١١١) ١١٤ (١١٢) ١١٥ (١١٣) ١١٦ (١١٤) ١١٧ (١١٥) ١١٨ (١١٦) ١١٩ (١١٧) ١٢٠ (١١٨) ١٢١ (١١٩) ١٢٢ (١٢٠) ١٢٣ (١٢١) ١٢٤ (١٢٢) ١٢٥ (١٢٣) ١٢٦ (١٢٤) ١٢٧ (١٢٥) ١٢٨ (١٢٦) ١٢٩ (١٢٧) ١٣٠ (١٢٨) ١٣١ (١٢٩) ١٣٢ (١٣٠) ١٣٣ (١٣١) ١٣٤ (١٣٢) ١٣٥ (١٣٣) ١٣٦ (١٣٤) ١٣٧ (١٣٥) ١٣٨ (١٣٦) ١٣٩ (١٣٧) ١٤٠ (١٣٨) ١٤١ (١٣٩) ١٤٢ (١٤٠) ١٤٣ (١٤١) ١٤٤ (١٤٢) ١٤٥ (١٤٣) ١٤٦ (١٤٤) ١٤٧ (١٤٥) ١٤٨ (١٤٦) ١٤٩ (١٤٧) ١٥٠ (١٤٨) ١٥١ (١٤٩) ١٥٢ (١٥٠) ١٥٣ (١٥١) ١٥٤ (١٥٢) ١٥٥ (١٥٣) ١٥٦ (١٥٤) ١٥٧ (١٥٥) ١٥٨ (١٥٦) ١٥٩ (١٥٧) ١٦٠ (١٥٨) ١٦١ (١٥٩) ١٦٢ (١٦٠) ١٦٣ (١٦١) ١٦٤ (١٦٢) ١٦٥ (١٦٣) ١٦٦ (١٦٤) ١٦٧ (١٦٥) ١٦٨ (١٦٦) ١٦٩ (١٦٧) ١٧٠ (١٦٨) ١٧١ (١٦٩) ١٧٢ (١٧٠) ١٧٣ (١٧١) ١٧٤ (١٧٢) ١٧٥ (١٧٣) ١٧٦ (١٧٤) ١٧٧ (١٧٥) ١٧٨ (١٧٦) ١٧٩ (١٧٧) ١٨٠ (١٧٨) ١٨١ (١٧٩) ١٨٢ (١٨٠) ١٨٣ (١٨١) ١٨٤ (١٨٢) ١٨٥ (١٨٣) ١٨٦ (١٨٤) ١٨٧ (١٨٥) ١٨٨ (١٨٦) ١٨٩ (١٨٧) ١٩٠ (١٨٨) ١٩١ (١٨٩) ١٩٢ (١٩٠) ١٩٣ (١٩١) ١٩٤ (١٩٢) ١٩٥ (١٩٣) ١٩٦ (١٩٤) ١٩٧ (١٩٥) ١٩٨ (١٩٦) ١٩٩ (١٩٧) ٢٠٠ (١٩٨) ٢٠١ (١٩٩) ٢٠٢ (٢٠٠) ٢٠٣ (٢٠١) ٢٠٤ (٢٠٢) ٢٠٥ (٢٠٣) ٢٠٦ (٢٠٤) ٢٠٧ (٢٠٥) ٢٠٨ (٢٠٦) ٢٠٩ (٢٠٧) ٢١٠ (٢٠٨) ٢١١ (٢٠٩) ٢١٢ (٢١٠) ٢١٣ (٢١١) ٢١٤ (٢١٢) ٢١٥ (٢١٣) ٢١٦ (٢١٤) ٢١٧ (٢١٥) ٢١٨ (٢١٦) ٢١٩ (٢١٧) ٢٢٠ (٢١٨) ٢٢١ (٢١٩) ٢٢٢ (٢٢٠) ٢٢٣ (٢٢١) ٢٢٤ (٢٢٢) ٢٢٥ (٢٢٣) ٢٢٦ (٢٢٤) ٢٢٧ (٢٢٥) ٢٢٨ (٢٢٦) ٢٢٩ (٢٢٧) ٢٣٠ (٢٢٨) ٢٣١ (٢٢٩) ٢٣٢ (٢٣٠) ٢٣٣ (٢٣١) ٢٣٤ (٢٣٢) ٢٣٥ (٢٣٣) ٢٣٦ (٢٣٤) ٢٣٧ (٢٣٥) ٢٣٨ (٢٣٦) ٢٣٩ (٢٣٧) ٢٤٠ (٢٣٨) ٢٤١ (٢٣٩) ٢٤٢ (٢٤٠) ٢٤٣ (٢٤١) ٢٤٤ (٢٤٢) ٢٤٥ (٢٤٣) ٢٤٦ (٢٤٤) ٢٤٧ (٢٤٥) ٢٤٨ (٢٤٦) ٢٤٩ (٢٤٧) ٢٥٠ (٢٤٨) ٢٥١ (٢٤٩) ٢٥٢ (٢٥٠) ٢٥٣ (٢٥١) ٢٥٤ (٢٥٢) ٢٥٥ (٢٥٣) ٢٥٦ (٢٥٤) ٢٥٧ (٢٥٥) ٢٥٨ (٢٥٦) ٢٥٩ (٢٥٧) ٢٦٠ (٢٥٨) ٢٦١ (٢٥٩) ٢٦٢ (٢٦٠) ٢٦٣ (٢٦١) ٢٦٤ (٢٦٢) ٢٦٥ (٢٦٣) ٢٦٦ (٢٦٤) ٢٦٧ (٢٦٥) ٢٦٨ (٢٦٦) ٢٦٩ (٢٦٧) ٢٧٠ (٢٦٨) ٢٧١ (٢٦٩) ٢٧٢ (٢٧٠) ٢٧٣ (٢٧١) ٢٧٤ (٢٧٢) ٢٧٥ (٢٧٣) ٢٧٦ (٢٧٤) ٢٧٧ (٢٧٥) ٢٧٨ (٢٧٦) ٢٧٩ (٢٧٧) ٢٨٠ (٢٧٨) ٢٨١ (٢٧٩) ٢٨٢ (٢٨٠) ٢٨٣ (٢٨١) ٢٨٤ (٢٨٢) ٢٨٥ (٢٨٣) ٢٨٦ (٢٨٤) ٢٨٧ (٢٨٥) ٢٨٨ (٢٨٦) ٢٨٩ (٢٨٧) ٢٩٠ (٢٨٨) ٢٩١ (٢٨٩) ٢٩٢ (٢٩٠) ٢٩٣ (٢٩١) ٢٩٤ (٢٩٢) ٢٩٥ (٢٩٣) ٢٩٦ (٢٩٤) ٢٩٧ (٢٩٥) ٢٩٨ (٢٩٦) ٢٩٩ (٢٩٧) ٣٠٠ (٢٩٨) ٣٠١ (٢٩٩) ٣٠٢ (٣٠٠) ٣٠٣ (٣٠١) ٣

★۷۳. به ازای چه تعداد عدد صحیح n ، حاصل $\frac{n^2 + 1390}{n}$ عددی صحیح است؟ ($n \neq 0$) (تیزهوشان)

- 18 (4) 18 (3) 19 (2) 19 (1)

★۷۵. اگر مجموع قریبۂ اعداد ۱ تا n را با قریبۂ عدد m که یک عدد صحیح بین ۱ تا n است، جمع کنیم، حاصل آن برابر ۱۰۰۰- خواهد شد. در این

صورت حاصل ضرب mn کدام است؟

- $F\Delta_0$ (4) FF_0 (3) F_{00} (2) $1FF$ (1)

بیشترین تعداد ارقامی که می‌توان از عدد ۱۰۰۰ رقمی ۲۰۰۸ ۲۰۰۸ ۲۰۰۸ ۲۰۰۸ یاک کرد، به طوری که حاصل جمع رقم‌های باقی‌مانده برابر ۲۰۰۸ باشد.

شود، چند تا است؟

- 1020 (4) 746 (3) 510 (2) 260 (1)

★ ۷۷. حاصل جمع دوازده عدد صحیح متوالی، ۶ شده است. کوچک‌ترین این اعداد، کدام است؟

- $$-5 \quad 4 \quad +5 \quad 3 \quad -6 \quad 2 \quad 6 \quad 1$$



۷۸★ حاصل جمع ۱۳ عدد زوج متوالی، ۵۲- شده است. عدد هشتم این سری از اعداد، چند می باشد؟

- (۱) ۲- (۲) صفر (۳) ۴- (۴) ۲

۷۹★ حاصل جمع ۲۰ عدد فرد متوالی، ۸۰- شده است. عدد دوازدهم این سری از اعداد، چند می باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳- (۳) ۱- (۴) ۳+

۸۰★ اگر $1000 - 999 + \dots - 6 + 5 - 4 + 3 - 2 + 1 = A$ باشد، مقدار A کدام است؟

- (۱) ۵۰۰- (۲) ۵۰۰+ (۳) صفر (۴) ۹۹۹۰-

۸۱★ حاصل عبارت $408 - 401 + \dots + 12 - 10 + 8 - 6 + 4 - 2 + 1$ کدام است؟

- (۱) ۱۴۰۷+ (۲) ۱۴۰۷- (۳) ۱۰۰۰+ (۴) ۱۰۰۰-

(مسابقات جهانی ریاضی)

۸۲★ مقدار عبارت $2013 + 2012 - 2011 + 2010 - \dots - 8 + 7 - 6 + 5 - 4 + 3 - 2 + 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲۰۱۳ (۴) ۲۰۱۴

(کیزموشان)

۸۳★ حاصل عبارت $(102 + 101 + \dots + 15 + 14 + 13 + 12) - (11 + 10 + \dots + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)$ کدام است؟

- (۱) ۴۶- (۲) ۹۰- (۳) ۱۳۵- (۴) ۴۵-

۸۴★ اگر $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ و $B = 1 - 2 - 3 - \dots - 100$ باشد، در این صورت حاصل $A + 2B$ کدام است؟

- (۱) ۵۰۵۰+ (۲) ۵۰۵۰- (۳) ۱۰۱۰۰- (۴) صفر

۸۵★ چند عدد سه رقمی داریم که بر ۶ بخش پذیرند؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۸۰

۸۶★ باقی مانده تقسیم حاصل عبارت $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 109$ بر ۴ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۷★ حاصل عبارت روبهرو کدام گزینه است؟

$$A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{12}$$

- (۱) 2^{13} (۲) $2^{13} - 2$ (۳) $2^{12} - 2$ (۴) 2^{12}

۸۸★ حاصل عبارت روبهرو کدام گزینه می باشد؟

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{10}}$$

- (۱) $\frac{3^{10} - 1}{2 \times 3^{10}}$ (۲) $\frac{3^{11} - 1}{2 \times 3^{11}}$ (۳) $\frac{3^{10} - 1}{3^{10}}$ (۴) $\frac{3^{11} - 1}{3^{11}}$

۸۹★ حاصل عبارت مقابل برابر کدام گزینه است؟

$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$$

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

۹۰★ حاصل عبارت مقابل برابر کدام گزینه است؟

$$A = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$$

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۹۱★ چهار کسر c، b و a و $\frac{5}{12}$ داده شده اند. دو کسر a و b به فاصله های مساوی بین $\frac{5}{12}$ و c قرار دارند. اگر $a + b = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{11}{12}$

۹۲★ کدام یک از کسرهای زیر از همه بزرگ تر است؟

- (۱) $\frac{7}{8}$ (۲) $\frac{66}{77}$ (۳) $\frac{4444}{5555}$ (۴) $\frac{555}{666}$

۹۳★ کدام کسر از بقیه بزرگ تر است؟

- (۱) $\frac{101}{102}$ (۲) $\frac{1001}{1002}$ (۳) $\frac{10001}{10002}$ (۴) $\frac{100001}{100002}$

(مسابقات جهانی ریاضی)

۹۴★ ساده شده کسر $\frac{246913578}{370370367}$ کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{24}{49}$ (۳) $\frac{23}{21}$ (۴) $\frac{8}{7}$

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۳ / ۷

وقتی m عددی منفی می‌باشد و حاصل $m + n > 0$ شده است، یعنی n عددی مثبت است. بنابراین فقط گزینه (۳) یعنی $2n > 0$ حتماً درست است.

۱ / ۸

$$(49, 99) \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{49-1}{1} + 1 = 49$$

۴ / ۹

$+8$ = انتهای بردار ، -13 = ابتدای بردار

$$\Rightarrow \text{طول بردار} = +8 - (-13) = 21$$

۱ / ۱۰

$+10$ = انتهای بردار ، -3 = طول بردار

$$\Rightarrow \text{ابتدای بردار} = 10 - (-3) = 13$$

۴ / ۱۱

۱ / ۱۲

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد اعداد} &= \frac{1393 - (-2014)}{1} + 1 = 3408 \\ \text{میانگین اعداد} &= \frac{1393 + (-2014)}{2} = \frac{-621}{2} \\ \Rightarrow \text{مجموع} &= 3408 \times \left(\frac{-621}{2} \right) = -1058184 \end{aligned} \right\}$$

۱ / ۱۳

$$x + (x+1) + (x+2) = -6 \Rightarrow 3x + 3 = -6 \Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow x = -3$$

$$\text{اعداد: } -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \Rightarrow 1 + 2 + 3 = 6$$

۴ / ۱۴

این اعداد شامل:

$$70 \xrightarrow{\text{حاصل ضرب}} 7, -10, -7 \text{ یا } 10, 7$$

$$88 \xrightarrow{\text{حاصل ضرب}} -11, -8 \text{ یا } 11, 8$$

$$108 \xrightarrow{\text{حاصل ضرب}} -12, -9 \text{ یا } 12, 9$$

می‌باشند. کمترین حاصل ضرب مربوط به دو عدد ۷ و ۱۰ یا ۷ و ۱۰ می‌باشد.

۳ / ۱۵

$$2 \star 1 = -2^2 + 2 \times 1 + 1 = -4 + 2 + 1 = -1$$

$$(-1) \star (-1) = -(-1)^2 + 2 \times (-1) + 1 = -1 - 2 + 1 = -2$$

۴ / ۱۶

روش اول:

$$6 - 5(5 - 4(4 - 3(3 - 2(2 - a)))) = a$$

$$\begin{aligned} & -4 + 2a \\ & 3 - 4 + 2a = -1 + 2a \\ & -3((-1) + 2a) = 3 - 6a \\ & 4 + 3 - 6a = 7 - 6a \\ & -4(7 - 6a) = -28 + 24a \\ & 5 - 28 + 24a = -23 + 24a \\ & -5(-23 + 24a) = 115 - 120a \\ & 6 + 115 - 120a = 121 - 120a \\ & \Rightarrow 121 - 120a = a \Rightarrow 121 = 121a \Rightarrow a = 1 \end{aligned}$$

روش دوم: امتحان و آزمایش گزینه‌ها

۳ / ۱

اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۹۲ عبارتند از ۹۱، ۹۰، ۸۹ و ... که کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از ۹۲ که بر ۳ بخش‌پذیر باشد، برابر ۹۰ می‌باشد.

۲ / ۲

این اعداد از ۱۷ تا صفر می‌باشند که تعداد آن‌ها ۱۸ است.

۳ / ۳

این اعداد از ۱۷۲ تا ۲۱۶ می‌باشند. تعداد آن‌ها برابر است با:

$$\frac{216 - (-172)}{1} + 1 = 388 + 1 = 389$$

۴ / ۴

آن عدد را x در نظر می‌گیریم. به محور اعداد زیر توجه کنید:

با توجه به محور بالا برای این‌که شرط مسئله برقرار باشد، باید x کوچک‌تر از (-7) باشد یا x بین -7 و $+2$ قرار بگیرد. (چرا؟)

$$\text{حالت اول: } x - (-7) = 2(2 - x) \Rightarrow x + 7 = 4 - 2x$$

$$\Rightarrow x + 2x = 4 - 7 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

$$\text{حالت دوم: } -7 - x = 2(2 - x) \Rightarrow -7 - x = 4 - 2x$$

$$\Rightarrow -x + 2x = 4 + 7 \Rightarrow x = 11$$

۴ / ۵



مانند سؤال قبل دو حالت وجود دارد:

$$\text{حالت اول: } x - (-30) = \frac{1}{3}(30 - x)$$

$$\Rightarrow x + 30 = \frac{1}{3}(30 - x) \xrightarrow{\times 3 \text{ طرفین}} 3x + 90 = 30 - x$$

$$\Rightarrow 4x = -60 \Rightarrow x = \frac{-60}{4} = -15$$

$$\text{حالت دوم: } -30 - x = \frac{1}{3}(30 - x)$$

$$\xrightarrow{\times 3 \text{ طرفین}} -90 - 3x = 30 - x \Rightarrow -3x + x = 30 + 90$$

$$\Rightarrow -2x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{-2} = -60$$

دو عدد ۱۵ و ۶۰ پاسخ سؤال هستند که عدد ۶۰ در گزینه‌ها وجود دارد.

۳ / ۶

تعداد علامت‌های مثبت و منفی برابر ۱۳۹۰ تا است. نصف آن‌ها یعنی ۶۹۵ تا منفی می‌باشد. چون تعداد منفی‌ها فرد است، پس به جای همه علامت‌ها می‌توان یک علامت منفی پشت پرانتز گذاشت. پس داریم:

$$-(3 - 4) = -(-7) = +7$$

۲ ۲۵

همه عددها مثبت هستند. علامت ضرب را بین اعدادی قرار می‌دهیم که از همه کوچک‌تر هستند.

$$A = \underbrace{2 \times 5}_{10} \times \underbrace{7 \times 8 \times 9}_{9}$$

بین این اعداد ۷ و ۸ کوچک‌ترین هستند. علامت ضرب را بین آن‌ها می‌گذاریم.

$$\Rightarrow A = 2 \times 5 + 7 \times 8 + 9 \times 1 = 10 + 56 + 9 = 75$$

۴ ۲۶

این سؤال را به کمک بردارها حل می‌کنیم.

یک ساعت و نیم معادل ۹۰ دقیقه است.

$$\text{مجموع حرکت‌ها} = \underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{2-3}_{-1} + \dots + \underbrace{89-90}_{-1} = 45 \times (-1) = -45$$

$$-55 = -100 - (-45) = -100 + 45 = -55$$

۴ ۲۷

هر سطر $\frac{1}{3}$ کل شکل است. کسر قسمت رنگی هر سطر را می‌نویسیم:

$$\text{سطر اول: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \text{ سطر دوم: } \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\text{سطر سوم: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \text{کل} = \frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{18} + \frac{4}{18} + \frac{2}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲۸

بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم شده است.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15} \Rightarrow \text{اندازه هر قسمت} = \frac{2}{15} \div 16 = \frac{2}{15} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{120}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5-4}{20} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{20} \div \frac{1}{120} = \frac{1}{20} \times \frac{120}{1} = 6$$

$\Rightarrow$ ششمین قسمت بعد از $\frac{1}{5}$ عدد a می‌باشد.

۳ ۲۹

با حدس و آزمایش مقدار $x=10$ و $y=1$ (و یا $x=1$ و $y=10$) می‌شود. بنابراین داریم:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{1} + \frac{1}{10} = 10 + 0.1 = 10.1$$

۳ ۳۰

ابتدا $\frac{25}{45}$ را ساده می‌کنیم که برابر $\frac{5}{9}$ می‌شود. کسرهای مساوی $\frac{5}{9}$ را

با شرایط گفته شده می‌نویسیم:

$$\frac{5}{9}, \frac{10}{18}, \frac{15}{27}, \frac{20}{36}$$

که تعداد آن‌ها ۴ تا می‌شود.

۲ ۱۷

$$\frac{(-25) \times (-150)}{6 \times (-75)} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{(-25) \times (-150) \times 12}{6 \times (-75)} = -100$$

۱ ۱۸

$$20 - 4[-7 + \underbrace{24 \div 8 \times 3 - 2^2}_{-4}] = 20 - 4(-7 + 9 - 4) = 20 - 4 \times (-2) = 20 + 8 = 28$$

۲ ۱۹

$$\begin{aligned} 5 - 4[3 - 2(\underbrace{1-2}_{-1})^2 + 3]4 - 5 &= 5 - 4[3 - 2 \times 1 + 3]4 - 5 \\ &= 5 - 4(4)4 - 5 = 5 - 64 - 5 = -64 \end{aligned}$$

۱ ۲۰

$$\begin{aligned} A &= \{ -[-(-6 + \underbrace{2 \times 3 - 2}_{-2})] \times 2 - 3 \times [-(\underbrace{-6 \div 2 \times 3 + 2}_{-3})] - 2 \} \\ &= \{ -[-(-6 + 6 - 2)] \times 2 - 3 \times [-(-3 \times 3 + 2)] - 2 \} \\ &= \{ \underbrace{-2}_{-2} \times 2 - 3 \times \underbrace{7}_{+7} - 2 \} = -4 - 21 - 2 = -27 \end{aligned}$$

۲ ۲۱

$$\begin{aligned} &\frac{-7 - 4[(-3) + \underbrace{3(-6)}_{-18}] + 3[-6 + \underbrace{13 + 9}_{16}]}{-[7 + 3(\underbrace{-2 - (-6)}_{-11}) - 15] + 3(\underbrace{-8 - 9}_{-17})} \\ &= \frac{-7 - 4[-3 - 18] + 3 \times 16}{-7 + 3 \times (-11) + 3 \times (-17)} = \frac{-7 + 84 + 48}{-7 - 33 - 51} = \frac{125}{-77} = -\frac{125}{77} \end{aligned}$$

۴ ۲۲

$$\begin{aligned} 3 \star 2 &= 3^2 - 2 \times 2 = 9 - 4 = 5 \\ 5 \star (-1) &= 5^2 - 2 \times (-1) = 25 + 2 = 27 \\ (-1) \star (5) &= (-1)^2 - 2 \times 5 = 1 - 10 = -9 \\ \Rightarrow 27 \star (-9) &= 27^2 - 2(-9) = 747 \end{aligned}$$

۲ ۲۳

$$\text{حاصل} = -1 + 1 - 1 + 1000 - 1 = -1$$

۱ تا ۴۹ و ۱ تا ۴۹ داریم، که حاصل برابر صفر می‌شود.

اگر آخرین جمله یعنی $(-1)^{99}$ را کنار بگذاریم، در این صورت ۴۹ تا ۱ و ۴۹ تا -۱ داریم که حاصل برابر صفر می‌شود. پس جواب نهایی -۱ می‌شود.

۱ ۲۴

$$\begin{aligned} &[-[-(\underbrace{-4 + 2 \times 3 - 1}_{1})] \times 3 - 2 \times [-(\underbrace{-6 \div (2 \times 3) + 1}_{-1})] - 1] \\ &= [-[-(+1)] \times 3 - 2 \times [0] - 1] = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

۳ ۷۵

$$n \text{ تا } 1 \text{ مجموع قرینه اعداد } = -1 - 2 - 3 - \dots - n = \frac{-n(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-n(n+1)}{2} + (-m) = -1000$$

$$\xrightarrow{\times 2 \text{ طرفین}} -n(n+1) - 2m = -2000 \Rightarrow n(n+1) + 2m = 2000$$

$$\xrightarrow{\text{با حدس و آزمایش}} n = 44, m = 10 \Rightarrow n \times m = 44 \times 10 = 440$$

۳ ۷۶

اگر بخواهیم بیشترین تعداد ارقام را خط بزنیم باید رقم‌های بزرگ‌تر را نگه داریم. در این سری از این اعداد $\frac{1000}{4} = 250$ رقم ۸ وجود دارد. اگر این ۲۵۰ رقم ۸ خط نخورد، حاصل جمع آن‌ها برابر ۲۰۰۰ می‌شود. حال کافی است که ۲ تا ۴ نیز خط نخورد. پس در کل، ۲۵۴ رقم که شامل ۸ تا ۲۵۰ و ۴ تا ۲ است، نباید خط بخورد. پس $746 = 254 - 1000$ رقم را می‌توان خط زد.

۴ ۷۷

$$\text{میانگین عدد ششم و هفتم} = \frac{6}{12} = 0.5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{عدد ششم} = 0 \\ \text{عدد هفتم} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 0 & & \\ & & & & \downarrow & & \\ & & & & \text{عدد ششم} & & \\ & & & & \uparrow & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & \downarrow & & \\ & & & & \text{اولین عدد} & & \end{array}$$

۱ ۷۸

$$\text{برابر عدد وسطی یعنی عدد هفتم است.} \Rightarrow \frac{-52}{13} = -4$$

$$\Rightarrow \text{عدد هشتم} = -4 + 2 = -2$$

۳ ۷۹

$$\text{برابر میانگین دو عدد دهم و یازدهم است.} \Rightarrow \frac{-80}{20} = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{عدد دهم} = -5 \\ \text{عدد یازدهم} = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{عدد دوازدهم} = -1$$

۱ ۸۰

$$A = \underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5-6}_{-1} + \dots + \underbrace{999-1000}_{-1} = 500 \times (-1) = -500$$

۲ ۸۱

$$\underbrace{1-8}_{-7} + \underbrace{3-10}_{-7} + \underbrace{5-12}_{-7} + \dots + \underbrace{401-408}_{-7} = 201 \times (-7) = -1407$$

$$\text{تعداد } (-7) \text{ ها} = \frac{401-1}{7} + 1 = 201$$

۲ ۸۲

$$\underbrace{1+2}_{+1} - \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5+6}_{+1} - \underbrace{7-8}_{-1} + \dots + \underbrace{2010-2011}_{-1} - \underbrace{2012+2013}_{+1}$$

به تعداد ۱۰۰۶ عدد ۱ و ۱۰۰۶ عدد ۱- وجود دارد که حاصل آن‌ها صفر می‌شود. پس حاصل کل عبارت برابر ۱+ می‌شود.

۳ ۶۷

$$\text{اولی} + \text{دومی} = -31$$

$$\text{دومی} + \text{سومی} = -56$$

$$+ \text{اولی} + \text{سومی} = -51$$

$$\xrightarrow{2 \text{ (سومی + دومی + اولی)}} = -138$$

$$\Rightarrow \text{سومی} + \text{دومی} + \text{اولی} = \frac{-138}{2} = -69$$

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{-69}{3} = -23$$

۴ ۶۸

$$A = -B \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow A + B + C = -6$$

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{-6}{3} = -2 \xrightarrow{\text{قرینه}} +2$$

۲ ۶۹

$$\text{عدد ۵ مجموع} = 5 \times (-4) = -20$$

$$\left. \begin{aligned} 6 \times 1 = 6 &\Rightarrow \text{مجموع ۶ عدد} = 1 \Rightarrow \text{میانگین ۶ عدد} = -4 + 5 + 1 = 2 \\ \text{میانگین جدید} &= \frac{6 - (-20)}{6} = 26 \end{aligned} \right\}$$

۴ ۷۰

$$\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & -2 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix} & \xrightarrow{-1} & \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & -2 \\ -5 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \xrightarrow{-1} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -3 & -3 \\ -5 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -4 \\ -5 & -1 & -2 \end{bmatrix} & \xrightarrow{-1} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -4 \\ -5 & -1 & -2 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\Rightarrow x = -4$$

۱ ۷۱

$$\left. \begin{aligned} -5 &= \text{قرینه } 5 \\ 2 \times 9 - 4 &= 14 \Rightarrow (-5) + 14 = +9 \end{aligned} \right\}$$

۳ ۷۲

$$\left. \begin{aligned} p &= (-1) \times 2 - 5 = -7 \Rightarrow \text{قرینه } 5 \text{ نسبت به } (-1) \\ q &= (-7) \times 2 + 7 = -7 \Rightarrow \text{قرینه } (-7) \text{ نسبت به } +7 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow q - p = 21 - (-7) = 28$$

۲ ۷۳

$$x \text{ نسبت به } (-2) \text{ قرینه} = 2x - (-2) = 10 \Rightarrow 2x + 2 = 10$$

$$\Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

۳ ۷۴

$$\frac{n^2 + 1390}{n} = \frac{n^2}{n} + \frac{1390}{n}$$

$$\leftarrow \frac{1390}{n} \text{ باید عددی صحیح باشد. پس عدد } n \text{ مقسوم‌علیه‌های } 1390 \text{ می‌باشد.}$$

$$\{1, 2, 5, 10, 139, 278, 695, 1390\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد } n = 8$$



آزمون فصل اول



۱. مقدار $A = \{-[-(-4+2 \times 3-1)] \times 3-2 \times [-(-6 \div 2 \times 3+1)]-1\}$ کدام است؟
 ۱) ۲ ۲) -۱۲ ۳) -۱۴ ۴) -۲۰
۲. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟
 $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{1393} = ?$
 ۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۱۳۹۳ ۴) -۱۳۹۳
۳. مجموع ۵ عدد صحیح متوالی، سه برابر کوچک‌ترین آن‌هاست. بزرگ‌ترین عدد کدام است؟
 ۱) ۵ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۵
۴. اگر x و y دو عدد صحیح مثبت و $x < y$ و $xy = 12$ باشد، در این صورت $x^2 - y$ کدام است؟
 ۱) ۱۲ ۲) -۱۱ ۳) ۱۳ ۴) -۱۲
۵. حاصل عبارت $(1-2)-(3-4)-(5-6)-\dots-(99-100)$ کدام است؟
 ۱) ۴۸ ۲) -۴۸ ۳) ۴۹ ۴) -۵۰
۶. مقدار عبارت $1+2-3-4+5+6-7-8+9+10-\dots+61$ کدام است؟
 ۱) ۱ ۲) ۶۰ ۳) -۶۰ ۴) -۵۹
۷. اگر $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = 2$ باشد، حاصل $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$ کدام است؟
 ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۲
۸. حاصل $(1-\frac{1}{1395})(1-\frac{1}{1394})\dots(1-\frac{1}{1396})(1-\frac{1}{1395})$ کدام است؟
 ۱) $\frac{1}{1394}$ ۲) $\frac{3}{1394}$ ۳) $\frac{1}{1395}$ ۴) $\frac{2}{1395}$
۹. مقدار عبارت $7 \times 3 \frac{1}{5} - 4 \times \frac{16}{5} + 2 \times 3 \frac{2}{5} + 5 \times \frac{32}{10}$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) ۱۵ ۲) $\frac{55}{16}$ ۳) $\frac{69}{10}$ ۴) ۳۲
۱۰. اگر $\frac{a}{b} = -2$ ، $\frac{a}{c} = -3$ و $\frac{f}{c} = -12$ باشند، حاصل $\frac{b}{f}$ کدام است؟
 ۱) ۸ ۲) $-\frac{1}{8}$ ۳) ۷۲ ۴) $\frac{1}{72}$
۱۱. کدام عدد از بقیه بزرگ‌تر است؟
 ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{72}$
۱۲. کدام کسر بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ است؟
 ۱) $\frac{17}{24}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{7}{12}$
۱۳. اگر $a+b=9+4$ و $b+c=5+3$ باشد، آن‌گاه $(a-b) \div (b-c)$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) $4 \div 1$ ۲) $25 \div 8$ ۳) $7 \div 12$ ۴) $5 \div 2$
۱۴. حاصل عبارت $\frac{1}{11 \times 16} + \frac{1}{16 \times 21} + \frac{1}{21 \times 26} + \dots + \frac{1}{46 \times 51}$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) $\frac{8}{285}$ ۲) $\frac{62}{561}$ ۳) $\frac{40}{561}$ ۴) $\frac{8}{561}$

(آزمون کاتگور)

(آزمون کاتگور)

(آزمون کاتگور)

(آزمون کاتگور)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{103.2}$$

2.1 1

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$$

۶۴ ۱

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99}$$


(آزمودہ کا ننگہری)

20% ☒

$$\frac{\Delta}{Y}$$

٢٠ ١

برابر کدام گزینه است؟ $2\left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) + 4\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + n\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

 $n+1$

تعداد ۱+ هابه تعداد حملات دنباله منظم ۳,۵۰۰,۹۹

یعنی $49 = \frac{99-3}{2} + 1$ تا می‌باشد. پس حاصل برابر است با:

$$\text{حاصل} = -1 + 49 \times 1 = -1 + 49 = 48$$

1 6

$$1 + \underbrace{2-3}_{-1} + \underbrace{4-5}_{+1} + \underbrace{6-7}_{-1} + \underbrace{8-9}_{+1} + 10 - \dots - \underbrace{57-58}_{-1} + \underbrace{59-60}_{+1}$$

دقت شود که آخرین عدد منفی هر دسته در سری منظم ۱۲۰۰۰-، ۸۰-، ۴۰- قرار دارد. ۶۰- آخرین و ۵۹- یکی مانده به آخرین عدد منفی است. تعداد ۱+ها و ۱-ها برابر است. پس حاصل آن‌ها صفر می‌شود. در ابتدا نیز یک داشتیم، پس حاصل کل نیز برابر یک می‌شود.

[illegible]

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$A = \{ \underbrace{-[-(-\underbrace{+ \times \text{ } -}_{-+ \times - = -1})] \times -}_{-+ \times - = -1} \underbrace{-[-(\underbrace{- \div \text{ } \times \text{ } +}_{- \times \div = -9}) + 1]}_{-9 + 1 = -8} \} \}$$

$$A = \underbrace{\{[-(-1)] \times 3\}}_{1 \times 3 = 3} - \underbrace{\{3 \times [-(-1)]\}}_{3 \times 1 = 3} = 3 - 3 = 0$$

$$\text{حاصل} = \underbrace{-1+1}_{=0} - \underbrace{1+1}_{=0} + \cdots - \underbrace{1+1}_{=0} - 1 = -1$$
$$\begin{aligned} x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 &= 3x \\ \Delta x + 10 &= 3x \Rightarrow \Delta x - 3x = -10 \Rightarrow 2x = -10 \\ \Rightarrow x &= -5 \Rightarrow x + 4 = -5 + 4 = -1 \end{aligned}$$
$$xy = 13 = 1 \times 13 \xrightarrow{x < y} x = 1, y = 13$$

$$x^y - y = 1^3 - 13 = 1 - 13 = -12$$

۴ ۱۵

$$\begin{aligned} \text{محاسبه منخرج} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{101 \times 102} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{102} = \frac{1}{1} - \frac{1}{102} = \frac{101}{102} \\ \text{محاسبه کل} &= \frac{\frac{101}{102}}{\frac{1}{102}} = \frac{101 \times 102}{1} = 10302 \end{aligned}$$

۲ ۱۶

$$\begin{aligned} \frac{5}{9} &= \frac{1}{9} = \frac{1}{1+\frac{4}{5}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{4}}} \\ &\Rightarrow x=1, y=1, z=4 \Rightarrow 1+1^2+4^2=1+1+16=18 \end{aligned}$$

۱ ۱۷

$$\left(\frac{3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{7} \times \dots \times \cancel{99}}{1 \times \cancel{2} \times \cancel{4} \times \dots \times \cancel{98}} = \frac{1}{1} = 1 \right)$$

۴ ۱۸

$$\begin{aligned} \text{وزن بار} &= x \\ \text{بعد از بار زدن} &\Rightarrow x = \frac{100}{100} (x + 2000) \Rightarrow x = \frac{4}{5}x + 1600 \\ &\Rightarrow x - \frac{4}{5}x = 1600 \Rightarrow \frac{1}{5}x = 1600 \\ &\Rightarrow x = 1600 \times 5 = 8000 \text{ کیلوگرم وزن کل بار} \\ \frac{1}{4} \times 8000 &= 2000 \text{ کیلوگرم وزن بار خالی می شود.} \\ &\Rightarrow 8000 - 2000 = 6000 \text{ وزن بار باقی مانده} \end{aligned}$$

$$\frac{6000}{6000+2000} = \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{6000}{8000} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{6000 \times 100}{8000} = 75\%$$

۳ ۱۹

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow x = \frac{2}{3}y \quad (*) \\ \frac{x+4}{y+4} &= \frac{5}{7} \Rightarrow 7x+28 = 5y+20 \\ &\Rightarrow 7x-20 = 5y-28 \Rightarrow 7x = 5y-8 \\ &\text{جایگذاری (*)} \Rightarrow 7x = 5y - 8 \Rightarrow 7 \times \frac{2}{3}y = 5y - 8 \Rightarrow \frac{14}{3}y = 5y - 8 \Rightarrow \frac{14}{3}y - 5y = -8 \Rightarrow \frac{14-15}{3}y = -8 \Rightarrow \frac{-1}{3}y = -8 \Rightarrow y = 24 \\ &\Rightarrow y = 3 \times 8 = 24 \\ x &= \frac{2}{3}y = \frac{2}{3} \times 24 = 16 \Rightarrow 16 + 24 = 40 \end{aligned}$$

۳ ۲۰

$$\begin{aligned} 1 \times \frac{1}{1} + 1 \times \frac{2}{2} + 1 \times \frac{3}{3} + \dots + n \left(\frac{n-1}{n} \right) \\ = 1 + 2 + 3 + \dots + n-1 \\ = \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} = \frac{(n-1)n}{2} = \frac{1}{2}n(n-1) \end{aligned}$$

۴ ۸

$$\frac{2}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \dots \times \frac{1}{1395} = \frac{2}{1395}$$

۴ ۹

$$\begin{aligned} 7 \times \left(\frac{3}{2} \right) - 4 \times \left(\frac{3}{2} \right) + 2 \times \left(\frac{3}{2} \right) + 5 \times \left(\frac{3}{2} \right) &= \frac{3}{2} \times (7-4+2+5) \\ &= \frac{3}{2} \times 10 = 15 \end{aligned}$$

۲ ۱۰

$$\begin{aligned} \frac{a}{c} = -3 \Rightarrow \frac{c}{a} &= -\frac{1}{3} \\ \frac{a}{b} \times \frac{c}{a} \times \frac{f}{c} &= (-2) \times \left(-\frac{1}{3} \right) \times \left(-\frac{4}{1} \right) \Rightarrow \frac{f}{b} = -8 \Rightarrow \frac{b}{f} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

۱ ۱۱

$$\begin{aligned} \text{گزینه (۱)} &= \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \text{ گزینه (۲)} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ \text{گزینه (۳)} &= \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \text{ گزینه (۴)} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{گزینه (۳)} &= \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \text{ گزینه (۴)} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ \text{گزینه (۱)} &\text{ از همه بزرگ تر است.} \end{aligned}$$

۴ ۱۲

$$\left. \begin{aligned} \frac{1 \times 6}{2 \times 6} &= \frac{6}{12} \\ \frac{2 \times 6}{3 \times 6} &= \frac{12}{18} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{6}{12} < \frac{12}{18} < \frac{18}{24} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

۲ ۱۳

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{9}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{4}b \\ \frac{b}{c} &= \frac{5}{3} \Rightarrow 5c = 3b \Rightarrow c = \frac{3}{5}b \\ &\Rightarrow (a-b) \div (b-c) = \left(\frac{9}{4}b - b \right) \div \left(b - \frac{3}{5}b \right) \\ &= \left(\frac{9}{4} - 1 \right)b \div \left(1 - \frac{3}{5} \right)b = \frac{\frac{5}{4}b}{\frac{2}{5}b} = \frac{25}{8} \end{aligned}$$

۴ ۱۴

کسرهای برای این که تلسکوپی شوند، باید دارای صورت ۵ باشند. بنابراین جواب تلسکوپی آن را در کسر $\frac{1}{5}$ ضرب می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{46} - \frac{1}{51} \right) \\ = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{51} \right) = \frac{1}{5} \times \frac{40}{561} = \frac{8}{561} \end{aligned}$$