

درس‌نامه + پرسش‌های چهارگزینه‌ای + پاسخ‌های کاملاً تشریحی

ریاضی ۱ (دهم)

ویراست دوم

کاظم اجلالی، ارشک حمیدی، نوید صفایی



انتشارات
آگاه

پیش‌گفتار

به نام خدا

این کتاب را بر اساس محتوای ریاضیات سال دهم و با هدف آموزش عمیق‌تر مفاهیم درسی و کسب مهارت در حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای نوشته‌ایم. بنابراین، کتاب حاضر مکمل کتاب درسی است و رویکرد آن آموزش نکات و مطالبی است که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای مفیدند.

هر فصل کتاب به چند درس تقسیم شده است. در ابتدای هر درس، ضمن مرور نکات مربوط به آن، روش‌های اصلی حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای را با آوردن نمونه‌هایی از این پرسش‌ها آموزش داده‌ایم. پس از آن، تعداد زیادی پرسش چهارگزینه‌ای آورده‌ایم و راه‌حل آن‌ها را در انتهای کتاب گنجانده‌ایم. در انتخاب این پرسش‌ها به تنوع و فراوانی اهمیت داده‌ایم. به این ترتیب، با مطالعه این کتاب، تقریباً هر آنچه را که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای و کسب آمادگی برای شرکت در آزمون‌های مختلف نیاز دارید به دست خواهید آورد.

در این ویراست برخی پرسش‌های ویراست قبلی را حذف کرده‌ایم و البته تعداد زیادی پرسش چهارگزینه‌ای اضافه کرده‌ایم. همچنین پرسش‌های هر مبحث از درس را به سه دسته تقسیم کرده‌ایم. در دسته اول پرسش‌هایی ساده و مفهومی را آورده‌ایم که با حل آن‌ها مفاهیم آن مبحث مرور می‌شود. این پرسش‌ها کمتر در آزمون‌ها دیده می‌شوند ولی برای تسلط بر مفاهیم درس، حل آن‌ها ضروری است. در دسته دوم پرسش‌هایی را آورده‌ایم که سطح دشواری آن‌ها متوسط است و در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری بیشتر این نوع پرسش‌ها مطرح می‌شود. تعداد این پرسش‌ها بسیار بیشتر از پرسش‌های دسته اول است و حل آن‌ها را به تمام خوانندگان توصیه می‌کنیم. در دسته سوم پرسش‌هایی را آورده‌ایم که سطح دشواری آن‌ها بالاتر از پرسش‌های دسته دوم است. تعداد این پرسش‌ها زیاد نیست و حل آن‌ها به دانش‌آموزان مستعد و سخت‌کوش توصیه می‌شود. این دسته از پرسش‌ها ممکن است در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری مطرح شوند ولی فراوانی آن‌ها کم است.

اگر فکر می‌کنید هنوز به مطالب درسی مسلط نیستید، بهتر است پیش از مطالعه هر درس، مطالب مربوط به آن را از کتاب «ریاضی دهم سه‌بعدی» از همین انتشارات مطالعه کنید.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، واحد ویراستاری خانم‌ها مریم موحدی‌مهر (ویراست اول) و عاطفه ربیعی (ویراست اول و دوم) تشکر کنیم. همچنین از آقای آریس آقانیانس برای کمک به ویرایش کتاب و واحد حروف‌چینی به سرپرستی خانم سکینه مختار که زحمات زیادی برای آماده‌سازی و تولید کتاب کشیده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنیم.

فهرست

● فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله

- درس اول: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی ۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۵
- درس دوم: متمم یک مجموعه ۹
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۲
- درس سوم: الگو و دنباله ۱۶
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۹
- درس چهارم: دنباله‌های حسابی و دنباله‌های هندسی ۲۴
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۰

● فصل دوم: مثلثات

- درس اول: نسبت‌های مثلثاتی ۴۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۴۷
- درس دوم: دایره مثلثاتی ۵۵
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۶۱
- درس سوم: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی ۶۷
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۷۲

● فصل سوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

- درس‌های اول و دوم: ریشه و توان - ریشه n ام ۸۲

● فصل چهارم: معادله‌ها و نامعادله‌ها

- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۸۵
- درس سوم: توان‌های گویا ۹۱
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۹۴
- درس چهارم: عبارت‌های جبری ۹۹
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۰۷

- درس اول: معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن ۱۲۶
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۲۹
- درس دوم: سهمی ۱۳۴
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۳۹
- درس سوم: تعیین علامت ۱۴۷
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۵۴

● فصل پنجم: تابع

- درس‌های اول و دوم: مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن - دامنه و برد توابع ۱۶۶
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۷۳
- درس سوم: انواع تابع ۱۸۰
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۸۷

● فصل ششم: شمارش، بدون شمردن

درس اول: شمارش ۲۰۲

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۰۵

درس دوم: جایگشت ۲۱۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۱۲

درس سوم: ترکیب ۲۱۶

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۲۰

● فصل هفتم: آمار و احتمال

درس اول: احتمال یا اندازه‌گیری شانس ۲۲۸

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۳۳

درس‌های دوم و سوم: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه -

متغیر و انواع آن ۲۴۲

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۴۴

● فصل هشتم: پاسخ‌های تشریحی ۲۴۶

● فصل نهم: کنکور سراسری ۹۸ ۳۹۲

● فصل دهم: پاسخنامهٔ کلیدی ۳۹۶

درس چهارم: عبارتهای جبری

اتحادهای معروف

۱- اتحاد مربع مجموع دو جمله

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آنگاه $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

۲- اتحاد مربع تفاضل دو جمله

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آنگاه $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

از اتحادهای بالا نتیجه می‌شود که $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ و $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$.

تست

اگر $a + \frac{3}{2a} = 4$ ، مقدار $a^2 + \frac{9}{a^2}$ کدام است؟

۷۶ (۴)

۵۲ (۳)

۱۶ (۲)

۱۳ (۱)

راه حل

توجه کنید که $(2a + \frac{3}{a})^2 - 12 = a^2 + \frac{9}{a^2}$. از طرف دیگر، بنابر فرض $a + \frac{3}{2a} = 4$. اگر دو طرف این تساوی را در ۲ ضرب کنیم،

به دست می‌آید $2a + \frac{3}{a} = 8$. بنابراین، حاصل عبارت مورد نظر برابر است با $8^2 - 12 = 52$.

تست

اگر $a + b = 3$ و $a^2b + ab^2 = -30$ ، حاصل $a^2 - ab + b^2$ کدام است؟

۳۹ (۴)

۲۸ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

راه حل

توجه کنید که

$$a^2b + ab^2 = ab(a+b) = -30 \xrightarrow{a+b=3} ab = -10.$$

بنابراین

$$a^2 - ab + b^2 = (a+b)^2 - 3ab = 9 - 3(-10) = 39$$

تست

اگر $3 = \sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}$ ، حاصل $5x - x^2$ کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۳ (۳)

۵ (۲)

۴۰ (۱)

راه حل

ابتدا دو طرف تساوی داده شده را به توان دو می‌رسانیم:

$$9 = x - 1 + 4 - x + 2\sqrt{(x-1)(4-x)} = 3 + 2\sqrt{-x^2 + 5x - 4}$$

بنابراین $\sqrt{5x - x^2} - 4 = 3$ در نتیجه

$$5x - x^2 - 4 = 3^2 = 9 \Rightarrow 5x - x^2 = 13$$

۳- اتحاد مزدوج

اگر a و b دو عدد حقیقی باشند آنگاه $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

تست
□□□□مقدار $\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{6-2\sqrt{5}}} \div \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{3-2\sqrt{2}}}$ کدام است؟

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

راه‌حل

می‌توان نوشت

$$\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{6-2\sqrt{5}}} \div \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{3-2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{6-2\sqrt{5}}} \times \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{6+2\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(6-2\sqrt{5})(6+2\sqrt{5})}} = \sqrt{\frac{3^2-(2\sqrt{2})^2}{6^2-(2\sqrt{5})^2}} = \sqrt{\frac{9-8}{36-20}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

تست
□□□□مقدار $\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}$ کدام است؟

$2\sqrt{3}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

راه‌حل

راه‌حل اول توجه کنید که

$$5-2\sqrt{6} = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2, \quad 5+2\sqrt{6} = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

در نتیجه

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

راه‌حل دوم فرض کنید $x = \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}$. در این صورت

$$x^2 = (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^2 + (\sqrt{5+2\sqrt{6}})^2 + 2\sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}} = 5-2\sqrt{6} + 5+2\sqrt{6} + 2\sqrt{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})} \\ = 10 + 2\sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = 10 + 2\sqrt{25-24} = 10 + 2 = 12$$

بنابراین $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

تست
□□□□اگر $a = 7-4\sqrt{3}$ و $b = (2+\sqrt{3})^2$ ، حاصل $a^{\wedge}b^{\wedge}$ کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

راه‌حل

توجه کنید که $a = 7-4\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^2$. در نتیجه

$$ab = (2-\sqrt{3})^2 \times (2+\sqrt{3})^2 = ((2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}))^2 = 1$$

بنابراین

$$a^{\wedge}b^{\wedge} = (ab)^{\wedge} = 1^{\wedge} = 1$$

تست
□□□□حاصل عبارت $(3+\sqrt{5}-\sqrt{14})(3+\sqrt{14}+\sqrt{5})$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$6\sqrt{5}$ (۲)

$3\sqrt{5}$ (۱)

راه‌حل

بنابر اتحاد مزدوج،

$$(3+\sqrt{5}+\sqrt{14})(3+\sqrt{5}-\sqrt{14}) = (3+\sqrt{5})^2 - (\sqrt{14})^2 = 14 + 6\sqrt{5} - 14 = 6\sqrt{5}$$

تست
□□□□حاصل عبارت $\sqrt[3]{2+2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{6-4\sqrt{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt[3]{4}$ (۳)

$\sqrt[3]{2}$ (۲)

۱ (۱)

راه‌حل

چون $6-4\sqrt{2} = (2-\sqrt{2})^2$ ، پس $\sqrt[6]{6-4\sqrt{2}} = \sqrt[6]{(2-\sqrt{2})^2} = \sqrt[3]{2-\sqrt{2}}$. در نتیجه عبارت موردنظر برابر است با

$$\sqrt[3]{(2+2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \sqrt[3]{2(1+\sqrt{2})\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

تست

۹

اگر $\sqrt{x-1}-\sqrt{x+3}=-\frac{1}{12}$ ، مقدار $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}$ کدام است؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

راه حل

فرض می‌کنیم مقدار عبارت خواسته شده برابر a باشد. یعنی $a=\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}$. طرفین تساوی بالا و تساوی

$$-\frac{1}{12}=\sqrt{x-1}-\sqrt{x+3}$$

را در یکدیگر ضرب می‌کنیم:

$$-\frac{1}{12}a=(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3})(\sqrt{x-1}-\sqrt{x+3})\Rightarrow -\frac{a}{12}=x-1-(x+3)\Rightarrow -\frac{a}{12}=-4\Rightarrow a=48$$

۴- اتحاد مربع مجموع سه جمله

اگر a ، b و c عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$. از این اتحاد نتیجه می‌شود

$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca), \quad ab+bc+ca=\frac{1}{2}((a+b+c)^2-a^2-b^2-c^2)$$

تست

۱۰

اگر $a^2+2ab=30$ ، $b^2-2ac=24$ و $c^2-2bc=10$ ، مقدار $|c-a-b|$ کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

راه حل

اگر تساوی‌های داده شده را با هم جمع کنیم، به دست می‌آید

$$a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca=64\Rightarrow (a+b-c)^2=64\Rightarrow |a+b-c|=8\Rightarrow |c-a-b|=8$$

تست

۱۱

اگر $a+b=4-c$ و $ab+ac+bc=3$ ، مقدار $a^2+b^2+c^2$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

راه حل

تساوی $a+b=4-c$ را به شکل $a+b+c=4$ می‌نویسیم و طرفین آن را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(a+b+c)^2=16\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=16\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=16$$

۳

$$\text{بنابراین } a^2+b^2+c^2=10.$$

۵- اتحاد جمله مشترک

اگر a ، b و c عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه $(a+b)(a+c)=a^2+(b+c)a+bc$.

تست

۱۲

در عبارت $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ ضریب x^2 کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

راه حل

با استفاده از اتحادهای جمله مشترک و مربع مجموع دوجمله، عبارت را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)=((x^2+5x)+4)((x^2+5x)+6)$$

$$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24=x^4+10x^3+25x^2+10x^2+50x+24=x^4+10x^3+35x^2+50x+24$$

بنابراین ضریب x^2 در این عبارت برابر ۳۵ است.

تست

۱۳

اگر $x^2-3x=7$ ، حاصل $(x-1)(x-2)(x-4)(x+1)$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۱ (۳)

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

راه حل

ابتدا توجه کنید که $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$ و $(x-4)(x+1)=x^2-3x-4$. بنابراین

$$(x-1)(x-2)(x-4)(x+1)=(x^2-3x+2)(x^2-3x-4)=(7+2)(7-4)=27$$

۶- اتحاد مکعب مجموع دو جمله

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

اتحاد بالا را می‌توان به شکل مقابل نوشت: $(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$.

۷- اتحاد مکعب تفاضل دو جمله

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

اتحاد بالا را می‌توان به شکل مقابل نوشت: $(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$.

تست

ضریب x^3 در عبارت $((x+2)^3 - 6x^2)^2$ کدام است؟

۴۸ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

را حل

عبارت را با استفاده از اتحادهای مکعب مجموع دوجمله و مربع مجموع سه‌جمله به صورت زیر می‌نویسیم:

$$((x+2)^3 - 6x^2)^2 = (x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 6x^2)^2 = (x^3 + 12x + 8)^2 = x^6 + 144x^2 + 64 + 24x^4 + 16x^3 + 192x$$

بنابراین ضریب x^3 در این عبارت برابر ۱۶ است.

تست

اگر $a^3 + b^3 = 133$ و $a^2b + ab^2 = 70$ ، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

را حل

بنابر اتحاد مکعب مجموع دو جمله، $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3(a^2b + ab^2) = 133 + 3 \times 70 = 343$. بنابراین $a+b = \sqrt[3]{343} = 7$.

تست

اگر $a + \frac{3}{a} = 5$ ، مقدار عبارت $a^3 + \frac{27}{a^3}$ کدام است؟

۱۷۰ (۴)

۸۰ (۳)

۶۵ (۲)

۴۵ (۱)

را حل

طرفین تساوی $a + \frac{3}{a} = 5$ را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$\left(a + \frac{3}{a}\right)^3 = 125 \Rightarrow a^3 + 3a^2\left(\frac{3}{a}\right) + 3\left(\frac{9}{a^2}\right)a + \frac{27}{a^3} = 125 \Rightarrow a^3 + \frac{27}{a^3} + 9a + \frac{27}{a} = 125 \Rightarrow a^3 + \frac{27}{a^3} + 9\left(a + \frac{3}{a}\right) = 125$$

اگر به جای $a + \frac{3}{a}$ مقدار آن یعنی ۵ را قرار دهیم، مقدار عبارت $a^3 + \frac{27}{a^3} + 9(5) = 125$ به دست می‌آید: $a^3 + \frac{27}{a^3} + 45 = 125$. بنابراین

$$a^3 + \frac{27}{a^3} = 80$$

تست

حاصل $\frac{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}}$ کدام است؟ $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{2}-1$ (۳)

۱ (۲)

 $1-\sqrt{2}$ (۱)

را حل

توجه کنید که $\frac{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\frac{7+5\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})^3}}$. از طرف دیگر، $(1+\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2} + 1 = 7+5\sqrt{2}$. بنابراین

صورت و مخرج کسر موردنظر برابر است، یعنی مقدار آن برابر ۱ است.

تست ۱۸

اگر $ab=4$ و $\sqrt{a}-\sqrt{b}=4$ ، مقدار $a\sqrt{a}-b\sqrt{b}$ کدام است؟

- ۸۸ (۴) ۸۴ (۳) ۶۸ (۲) ۶۴ (۱)

را حل

ابتدا توجه کنید که $t\sqrt{t}=(\sqrt{t})^3$. بنابراین اگر دو طرف تساوی $\sqrt{a}-\sqrt{b}=4$ را به توان سه برسانیم، از اتحاد مکعب تفاضل دو جمله نتیجه می‌شود:

$$a\sqrt{a}-b\sqrt{b}-3\sqrt{a}\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})=64 \Rightarrow a\sqrt{a}-b\sqrt{b}-3\sqrt{ab}(4)=64$$

$$a\sqrt{a}-b\sqrt{b}-3(2)(4)=64 \Rightarrow a\sqrt{a}-b\sqrt{b}=88$$

تست ۱۹

مقدار عبارت $A = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x - 1}{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}$ به ازای $x=40^\circ$ کدام است؟

- ۱ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

را حل

به کمک اتحادهای $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ و $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ صورت و مخرج عبارت A را ساده می‌کنیم:

$$\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$$

بنابراین $A = \frac{1 - 3\sin^2 x \cos^2 x - 1}{1 - 2\sin^2 x \cos^2 x - 1} = \frac{3\sin^2 x \cos^2 x}{-2\sin^2 x \cos^2 x} = -\frac{3}{2}$ پس مقدار عبارت A به ازای هر مقدار x برابر $-\frac{3}{2}$ است.

۸- اتحادهای مجموع و تفاضل مکعبها (چاق و لاغر)

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آنگاه $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ و $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$. اتحادهای بالا را می‌توان به شکل مقابل هم نوشت: $(a+b)((a+b)^2-3ab)=a^3+b^3$ و $(a-b)((a-b)^2+3ab)=a^3-b^3$.

تست ۲۰

ساده شده عبارت $(x^2-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ کدام است؟

- $x^6-x^4+x^2-1$ (۴) $x^6-x^4-x^2+1$ (۳) x^6-2x^4-1 (۲) x^6-1 (۱)

را حل

با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد چاق و لاغر عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(x^2-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)=(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)=(x^3-1)(x^3+1)=x^6-1$$

تست ۲۱

اگر $a+b=2$ و $a^3+b^3=38$ ، مقدار ab کدام است؟

- ۶ (۴) -۶ (۳) ۵ (۲) -۵ (۱)

را حل

توجه کنید که بنابر اتحاد چاق و لاغر،

$$a^3+b^3=(a+b)((a+b)^2-3ab) \Rightarrow 38=(2)(4-3ab) \Rightarrow 19=4-3ab \Rightarrow 3ab=-15 \Rightarrow ab=-5$$

تست ۲۲

اگر $a=\sqrt[3]{17}$ ، مقدار $(a-3)^2(a^2+3a+9)^2$ کدام است؟

- ۱۲۵ (۴) ۱۰۰ (۳) ۸۱ (۲) ۶۴ (۱)

را حل

ابتدا توجه کنید که بنابر اتحاد چاق و لاغر، $(a-3)(a^2+3a+9)=a^3-3^3=17-27=-10$. بنابراین

$$(a-3)^2(a^2+3a+9)^2=(-10)^2=100$$

تست
□□□□

۲۳ اگر $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+1} = -\frac{3}{2}$ ، حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{x^2-2x+1} + \sqrt[3]{x^2-1} + \sqrt[3]{x^2+2x+1}$ کدام است؟

(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

را حل

فرض کنید $a = \sqrt[3]{x-1}$ و $b = \sqrt[3]{x+1}$. می‌خواهیم مقدار عبارت زیر را پیدا کنیم:

$$A = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2} = a^2 + ab + b^2$$

طبق فرض مسئله $a - b = -\frac{3}{2}$ ، بنابراین

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = -\frac{3}{2}A \Rightarrow a^3 - b^3 = -\frac{3}{2}A \Rightarrow A = \frac{a^3 - b^3}{-\frac{3}{2}} = \frac{x-1-(x+1)}{-\frac{3}{2}} = \frac{-2}{-\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

تجزیه

اگر یک چندجمله‌ای را به شکل حاصل ضرب چند چندجمله‌ای دیگر بنویسیم، می‌گوییم آن را **تجزیه** کرده‌ایم.

تست
□□□□

۲۴ کدام گزینه عاملی از $x^2 + y^2 - z^2 - 2xy$ است؟

(۴) $x - y$

(۳) $x - y + z$

(۲) $x + y - z$

(۱) $x + y + z$

را حل

توجه کنید که

$$x^2 + y^2 - z^2 - 2xy = x^2 + y^2 - 2xy - z^2 = (x-y)^2 - z^2 = (x-y-z)(x-y+z)$$

بنابراین در تجزیه عبارت عامل $x - y + z$ وجود دارد.

تست
□□□□

۲۵ در تجزیه عبارت $3a^2 - 7ab + 2b^2$ کدام عامل وجود دارد؟

(۴) $3a - b$

(۳) $a - 3b$

(۲) $a + 2b$

(۱) $3a + b$

را حل

عبارت را به صورت زیر تجزیه می‌کنیم:

$$3a^2 - 7ab + 2b^2 = 3a^2 - ab - 6ab + 2b^2 = a(3a - b) - 2b(3a - b) = (3a - b)(a - 2b)$$

بنابراین در تجزیه عبارت عامل $3a - b$ وجود دارد.

تست
□□□□

۲۶ کدام یک از عبارت‌های زیر عامل $x^4 - 5x^2 + 4$ نیست؟

(۴) $x + 1$

(۳) $x - 1$

(۲) $x - 2$

(۱) $x - 3$

را حل

می‌توان نوشت $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x - 2)(x + 2)(x - 1)(x + 1)$. بنابراین $x - 3$ ، عامل $x^4 - 5x^2 + 4$ نیست.

تست
□□□□

۲۷ حاصل عبارت $\frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} \div \frac{3x - 1}{x - 1}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $1 + x$

(۱) $1 + 3x$

را حل

ابتدا توجه کنید که

$$3x^2 + 2x - 1 = (x^2 - 1) + (2x^2 + 2x) = (x - 1)(x + 1) + 2x(x + 1) = (x + 1)(x - 1 + 2x) = (x + 1)(3x - 1)$$

$$\therefore \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} \div \frac{3x - 1}{x - 1} = \frac{(x + 1)(3x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} \times \frac{x - 1}{3x - 1} = 1$$

بنابراین، عبارت موردنظر برابر است با ۱.

تست ۲۸

هر گاه $a+b=3$ و $b+2=c$ ، حاصل عبارت $a^2+ab+bc+ca$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

راه حل

با توجه به اتحاد جمله مشترک، عبارت داده شده را ساده می کنیم: $a^2+ab+ac+bc=a^2+a(b+c)+bc=(a+b)(a+c)$.

توجه کنید که $a+c=a+b+c-b=3+2=5$. بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با $3 \times 5 = 15$.

تست ۲۹

مقدار $\frac{999^3+1}{999^2-998}$ کدام است؟

- ۹۹۸ (۱) ۹۹۹ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۰۰۱ (۴)

راه حل

بنابر اتحاد چاق و لاغر، $999^3+1=(999+1)(999^2-999+1)=1000(999^2-998)$. بنابراین $\frac{999^3+1}{999^2-998}=1000$.

تست ۳۰

اگر $a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}$ ، مقدار $\frac{a^6-1}{a^4-a^2}$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴)

راه حل

می توان نوشت

$$\begin{aligned} \frac{a^6-1}{a^4-a^2} &= \frac{(a^2)^3-1}{a^2(a^2-1)} = \frac{(a^2-1)((a^2)^2+a^2+1)}{a^2(a^2-1)} = \frac{a^4+a^2+1}{a^2} = \frac{a^4}{a^2} + \frac{a^2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} + 1 \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 + 1 = \sqrt{5}^2 + 3 = 8 \end{aligned}$$

تست ۳۱

اگر $\alpha = \sqrt[3]{3\sqrt{2}-4}$ و $\beta = \sqrt[3]{3\sqrt{2}+4}$ ، حاصل عبارت $(\alpha^2-\beta^2)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۸ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $-6\sqrt{2}$ (۴)

راه حل

ابتدا به کمک اتحادهای مزدوج و چاق و لاغر، عبارت داده شده را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} (\alpha^2-\beta^2)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2) &= (\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2) \\ &= (\alpha^3-\beta^3)(\alpha^3+\beta^3) = \alpha^6-\beta^6 \end{aligned}$$

بنابراین مقدار این عبارت برابر است با $3\sqrt{2}-4-(3\sqrt{2}+4)=-8$.

گویا کردن مخرج های گنگ

تغییر مخرج کسر از عددی گنگ به عددی گویا را **گویا کردن مخرج کسر** می نامند. برای گویا کردن مخرج کسر، صورت و مخرج کسر را در عاملی مناسب ضرب می کنیم تا مخرج گویا شود.

تست ۳۲

حاصل $\frac{4+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ کدام است؟

- ۳ (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴)

راه حل

مخرج کسر را گویا کرده و عبارت را ساده می کنیم:

$$\frac{4+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - 5 = \frac{(4+2\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - 5 = \frac{4\sqrt{3}+4+6+2\sqrt{3}}{3-1} - 5 = \frac{10+6\sqrt{3}}{2} - 5 = 5+3\sqrt{3}-5 = 3\sqrt{3}$$

تست

□□□□

حاصل $\frac{4}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $2+\sqrt{2}+\sqrt{6}$ (۲) $2+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (۳) $1+\sqrt{2}+\sqrt{6}$ (۴) $1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$

راه‌حل

صورت و مخرج کسر داده شده را در $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{4}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{4(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = \frac{2(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\sqrt{2}}$$

اکنون صورت و مخرج این کسر را در $\sqrt{2}$ ضرب می‌کنیم: $\frac{2(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2+\sqrt{2}+\sqrt{6}$

تست

□□□□

حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{9}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt[3]{6}$ (۲) $\sqrt[3]{6}$ (۳) $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{9}$ (۴) $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{4}$

راه‌حل

ابتدا توجه کنید که بنابر اتحاد چاق و لاغر،

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}{2-3} = -\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{9}$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با $-\sqrt[3]{6}$.

تست

□□□□

حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{11-6\sqrt{2}}}{\sqrt{7}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۷

راه‌حل

کسر $\frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ را به صورت $\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}}$ می‌نویسیم و مخرج آن را گویا می‌کنیم:

$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{(3+\sqrt{2})^2}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}} = \sqrt{\frac{9+2+6\sqrt{2}}{9-2}} = \sqrt{\frac{11+6\sqrt{2}}{7}}$$

بنابراین عبارت A به شکل زیر ساده می‌شود:

$$A = \sqrt{\frac{11+6\sqrt{2}}{7}} \times \frac{\sqrt{11-6\sqrt{2}}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{(11+6\sqrt{2})(11-6\sqrt{2})}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{121-36 \times 2}}{7} = \frac{\sqrt{49}}{7} = 1$$

فصل سوم

درس چهارم: عبارت‌های جبری

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



اتحاد مربع دو جمله

۶۶۹- ساده شده عبارت $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$ کدام است؟

- (۱) $2(a+b)$ (۲) $2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۷۰- مقدار عبارت $A = (x-1)^2 + (x+1)^2 - (\sqrt{2}x-1)^2$ به ازای $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $1 + 2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) ۵

۶۷۱- اگر $a+b=4$ و $ab=\frac{1}{2}$ ، مقدار a^2+b^2 کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۶۷۲- مقدار عبارت $x^2 + 4x$ به ازای $x = \sqrt{3} - 2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۷۳- اگر $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 6$ ، حاصل $\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2}$ کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۲ (۳) ۶۴ (۴) ۳۸

۶۷۴- اگر $\frac{a^2+1}{a} = 3$ ، مقدار $\frac{a^4+1}{a^2}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۷ (۴) ۵

۶۷۵- اگر $x + \frac{3}{2x} = 3$ ، حاصل عبارت $4x^2 + \frac{9}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶

۶۷۶- اگر $xy=2$ و $x^2+y^2=5$ ، حاصل $x^4 - 14x^2y^2 + y^4$ کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۱۳ (۳) -۱۳ (۴) -۳۹

۶۷۷- اگر $a + \frac{1}{a+2} = 4$ ، مقدار عبارت $(a+2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

اتحاد مزدوج

۶۷۸- مقدار عبارت $A = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}$ به ازای $x = \sqrt{2} + \sqrt{7}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{14}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{14}}$ (۳) $\frac{3}{\sqrt{14}}$ (۴) $\frac{6}{\sqrt{14}}$

۶۷۹- اگر $a = \sqrt{2} + 1$ ، حاصل عبارت $a(a-1)(a-2)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $3 - 2\sqrt{2}$ (۴) $3 + 2\sqrt{2}$

۶۸۰- اگر $a = \sqrt{6} + 1$ و $b = \sqrt{6} - 1$ ، مقدار عبارت $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{14}{5}$

۶۸۱- حاصل عبارت $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$ به ازای $x = \sqrt[4]{18}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

♦ اتحاد جمله مشترک

۶۸۲- اگر $x^2 = 5x + 2$ ، حاصل عبارت $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$ کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۲ (۳) ۴۸ (۴) ۵۶

۶۸۳- عبارت $A = x(x - 1)(x + 1)(x - 2) + 1$ با کدام عبارت برابر است؟

- (۱) $(x^2 - x + 1)^2$ (۲) $(x^2 + x - 1)^2$ (۳) $(x^2 - x - 1)^2$ (۴) $(x^2 + x + 1)^2$

♦ اتحاد مربع سه جمله

۶۸۴- ضریب x^2 در عبارت $((x - 1)^2 + 3)^2$ چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۶۸۵- ساده شده عبارت $A = (a + b - c)^2 - 3(a - b + c)^2 + 2(a^2 + b^2 + c^2)$ کدام است؟

- (۱) $\lambda(ab - ac + bc)$ (۲) $\lambda(ab + ac - bc)$ (۳) $4(ab - 2ac + 2bc)$ (۴) $4(2ab - 2ac + bc)$

۶۸۶- ساده شده عبارت $A = 2(a + b + c)^2 - (a + b)^2 - (a + c)^2 - (b + c)^2$ کدام است؟

- (۱) $2(ab + bc + ac)$ (۲) $ab + ac + bc$ (۳) $(a + b + c)^2$ (۴) صفر

۶۸۷- اگر $a + b - c = 7$ و $ab - ac - bc = -18$ ، حاصل عبارت $a^2 + b^2 + c^2$ چند است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۸۵

۶۸۸- اگر $a^2 + b^2 + c^2 = 26$ و $a - b + c = 6$ ، حاصل عبارت $ab + bc - ca$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) -۵ (۴) -۴

۶۸۹- اگر $a^2 + b^2 + c^2 = 62$ و $bc - ab - ac = -29$ ، حاصل عبارت $a - b - c$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

♦ اتحاد مکعب دو جمله

۶۹۰- ضریب x^2 در عبارت $A = (x - 2)^3 - (2x - 1)^3$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۶۹۱- ضریب x^4 در عبارت $(x^2 - 2x)^3 - 2x^4$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۶۹۲- اگر $a^2 + b^2 = 2$ ، مقدار $a^6 + 6a^2b^2 + b^6$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۶۹۳- اگر $a - b = 20$ و $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = 2$ ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۶۴ (۴) ۸

۶۹۴- اگر $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{4}$ و $ab = 2$ ، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۶۹۵- اگر $a = \sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ و $b = \sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ، مقدار $a^3 - b^3 + 3ab(b - a)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

۶۹۶- اگر $a^3 - 3ab^2 = 7$ و $b^3 - 3ab^2 = 7$ ، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۶۹۷- اگر $a = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}$ ، حاصل $a^3 - 9a$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۱۲ (۳) ۱۲ (۴) -۸

۶۹۸- اگر $x = \sqrt[3]{\sqrt{2}-1} + \sqrt[3]{\sqrt{2}+1}$ ، حاصل $x^3 - 3x$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۶۹۹- مقدار عبارت $(x-5)^3 + 3(x-5)^2 + 3(x-5) + 1$ به ازای $x = \frac{10}{3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۳) $\frac{27}{2}$ (۴) $-\frac{8}{27}$

۷۰۰- اگر $a = \sqrt[3]{5} + 2$ ، مقدار $a^3 - 6a^2 + 12a + 18$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۱ (۴) ۳۷

اتحاد چاق و لاغر

۷۰۱- حاصل $27y^3 + (2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$ کدام است؟

- (۱) $8x^3$ (۲) $8x^3 - x^2y$ (۳) $8x^3 - y^3$ (۴) $8x^3 - xy^2$

۷۰۲- اگر $27 - 3\sqrt{3} = (x^2 + x\sqrt{3} + 3)(x - \sqrt{3})$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $-\sqrt{3}$

۷۰۳- اگر $a - b = 2$ و $ab = 3$ ، حاصل $a^3 - b^3$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۶

۷۰۴- اگر $a - b = 5$ و $a^2 + b^2 = 17$ ، مقدار $a^3 - b^3$ کدام است؟

- (۱) ۵۶ (۲) ۶۵ (۳) ۷۴ (۴) ۸۵

۷۰۵- اگر a و b عددهایی مثبت باشند، $ab = 10$ و $a^2 + b^2 = 20$ ، مقدار $a^3 + b^3$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) $10\sqrt{10}$ (۳) $20\sqrt{10}$ (۴) $30\sqrt{10}$

۷۰۶- مقدار عبارت $\frac{5(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})^{-1}}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۹ (۳) ۴ (۴) ۱

۷۰۷- حاصل عبارت $A = \frac{1-a^6}{(a-\frac{1}{a})(a^2+\frac{1}{a^2}+1)}$ به ازای $a = \sqrt[6]{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt[3]{4}$ (۲) $-\sqrt[3]{2}$ (۳) -۲ (۴) $-\sqrt{2}$

۷۰۸- اگر $a^3 = 2$ ، حاصل $\frac{1}{a^2+a+1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}-1$ (۲) $\sqrt[3]{2}-2$ (۳) $\sqrt[3]{2}+1$ (۴) $\sqrt[3]{2}+2$

اتحاد

اتحاد مربع دو جمله

۷۰۹- اگر $a - b = 3$ و $ab = 2$ ، حاصل $a^4 + b^4$ کدام است؟

- (۱) ۱۷۷ (۲) ۱۶۱ (۳) ۳۷ (۴) ۱۷

۷۱۰- اگر $a^2 + b^2 = 5ab$ و $a > b > 0$ ، مقدار $\frac{a+b}{a-b}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (۲) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ (۳) $\sqrt{\frac{8}{3}}$ (۴) $\sqrt{\frac{9}{2}}$

۷۱۱- اگر $\frac{1}{a} - |a| = 1$ ، حاصل $\frac{1}{a} + |a|$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{-\sqrt{5}}{2}$ (۳) $-\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

۷۱۲- اگر $\frac{(x-7)(y-8)}{(x-7)^2 + (y-8)^2} = -\frac{1}{2}$ ، حاصل $x+y$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱۵ (۳) ۱ (۴) ۲۲

۷۱۳- مقدار $\sqrt{3-2\sqrt{3}} + \sqrt{3} + \sqrt[4]{3}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt[4]{3}$ (۴) $2\sqrt[4]{3}$

۷۱۴- مقدار $\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۷۱۵- اگر $a+2b=\sqrt{12}$ و $\frac{1}{a}+b=\sqrt{48}$ ، مقدار $a^2+\frac{4}{a^2}$ کدام است؟

(۱) ۱۲۲ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۱۲ (۴) ۱۰۸

۷۱۶- اگر $x - \frac{1}{x-2} = 4$ ، حاصل $\frac{(x-2)^2}{(x-2)^4 + 1}$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۷۱۷- حاصل عبارت $\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$ (۲) $1 - 2\sqrt{2}$ (۳) $1 - \sqrt{2}$ (۴) $\frac{3}{2} - 2\sqrt{2}$

۷۱۸- اگر $\sqrt{11+\sqrt{72}} = x + \sqrt{2}$ ، مقدار x کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

۷۱۹- مقدار $\sqrt{14+6\sqrt{5}} - \sqrt{14-6\sqrt{5}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۱۴ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۲۸

اتحاد مزدوج

۷۲۰- واسطه هندسی عددهای $\sqrt[4]{6+2\sqrt{5}}$ و $\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{3}$

۷۲۱- اگر $a = \frac{2+\sqrt{6}}{\sqrt{2}-1}$ ، حاصل $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}-2}$ بر حسب a کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2a}$ (۲) $\frac{2}{a}$ (۳) $\frac{a}{2}$ (۴) $2a$

۷۲۲- عبارت $(\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}})^4$ با کدام عدد زیر برابر است؟

(۱) $9+4\sqrt{2}$ (۲) ۸ (۳) ۶۴ (۴) $33+8\sqrt{2}$

۷۲۳- اگر $a = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ و $b = \sqrt{2+\sqrt{3}}$ ، مقدار $(a+b)^6$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۲۱۶ (۳) ۷۲۹ (۴) ۵۱۲

۷۲۴- حاصل عبارت $\sqrt{\frac{\sqrt{24}-4}{\sqrt{24}+4}}} - \sqrt{\frac{\sqrt{24}+4}{\sqrt{24}-4}}}$ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{6}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) -2

۷۲۵- اگر $a-b=b-c=5$ ، مقدار عبارت $a^2-2b^2+c^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۷۵

۷۲۶- اگر $a^y = \sqrt{5}+2$ و $b^x = \sqrt{5}-2$ ، مقدار $(ab)^{56}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}+2$ (۲) $\sqrt{5}-2$ (۳) $9-4\sqrt{5}$ (۴) $9+4\sqrt{5}$

۷۲۷- حاصل عبارت $\frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} - \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $-6\sqrt{3}$ (۲) $-4\sqrt{3}$ (۳) $2-\sqrt{3}$ (۴) $2+\sqrt{3}$

۷۲۸- اگر $a = 3^{\frac{1}{3}} - 1$ ، مقدار عبارت $(3^{\frac{1}{3}}+1)(3^{\frac{1}{9}}+1)(3^{\frac{1}{27}}+1)$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{a}$ (۲) $\frac{2}{a}$ (۳) $\frac{1}{a+1}$ (۴) $\frac{2}{a+1}$

۷۲۹- اگر $A = \sqrt{2}(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$ ، مقدار عبارت $\sqrt[4]{A+256}$ به ازای $x = 2+\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $2+\sqrt{2}$ (۲) $6+4\sqrt{2}$ (۳) $6+2\sqrt{2}$ (۴) $4+4\sqrt{2}$

۷۳۰- a ، b و c عددهای حقیقی و مثبت اند، $a+b+c=16$ و b واسطه هندسی a و c است. مقدار $(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c})$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۷۳۱- ساده شده عبارت $(1-\sqrt{2})\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۷۳۲- اگر $A = (2-\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})$ و $B = 5+\sqrt{27}$ ، حاصل $\frac{2A}{B}+1$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2-\sqrt{3}$ (۴) $1+\sqrt{3}$

۷۳۳- مقدار $\sqrt[4]{11+4\sqrt{7}} \times \sqrt{\sqrt{7}-2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) ۴

۷۳۴- حاصل عبارت $\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(12-2\sqrt{35})}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{7}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{7}$

۷۳۵- حاصل عبارت $\sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) -1 (۳) -2 (۴) $-2\sqrt{2}$

۷۳۶- مقدار $\sqrt[3]{3+\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{11-6\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt[6]{2}$ (۳) $\sqrt[6]{5}$ (۴) $\sqrt[6]{7}$

۷۳۷- حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{6}+2} \times \sqrt[3]{\sqrt{6}-2} \times \sqrt[6]{\sqrt{6}-2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[6]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

۷۳۸- حاصل عبارت $\sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{2}$

۷۳۹- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{17-6\sqrt{8}}}{\sqrt{\sqrt{2}-1}}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}+1$ (۴) $\sqrt{2}-1$

۷۴۰- اگر $a = \sqrt{5}+1$ ، حاصل عبارت $(\sqrt[4]{5}-1)(\sqrt[4]{5}+1)$ برحسب a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{a-1}$ (۲) $\frac{1}{a+1}$ (۳) $\frac{4}{a}$ (۴) $a+2$

۷۴۱- اگر $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-4}=2$ ، مقدار $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۷۴۲- اگر $\sqrt{x-2}-\sqrt{x-5}=a$ و $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-5}=2a+1$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۷۴۳- اگر $\sqrt{x-a}+\sqrt{x}=1$ و $\sqrt{x-a}-\sqrt{x}=a+1$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۷۴۴- اگر $\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{2}{x^2+x}$ ، مقدار عبارت $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۷۴۵- اگر $\sqrt[4]{x+1} = \frac{2}{\sqrt{x+1}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{x-1}}$ ، مقدار $\frac{2}{x-1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

◆ اتحاد مربع سه‌جمله

۷۴۶- اگر $a^2+2ab+b^2=3$ و $a^2+2c(a+b)=6$ ، مقدار $|a+b+c|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۴۷- اگر $a^2+ab+ac=25$ ، $a^2+bc+ba=32$ و $c^2+ca+cb=7$ ، مقدار $|b|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۴۸- عددهای a ، b و c مثبت‌اند، $a+2b=\frac{100}{a}$ ، $b+2c=\frac{96}{b}$ و $c+2a=\frac{93}{c}$ ، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۷۴۹- اگر $a+b+c=4$ ، $a^2+b^2+c^2=17$ و $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=4$ ، مقدار abc کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) -۸ (۴) -۴

۷۵۰- اگر $abc=12$ ، $a^2+b^2+c^2=26$ و $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}=\frac{2}{3}$ ، مقدار $ab+bc+ca$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۷۵۱- اگر $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=4$ و $a+b+c=2abc$ ، مقدار $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۷۵۲- اگر $a=3-\sqrt{2}$ ، $b=\sqrt{3}-1$ و $c=\sqrt{2}-\sqrt{3}-2$ ، مقدار $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۷۵۳- اگر a, b و c عددهایی غیر صفر باشند، $2a+3b+4c=0$ و $a+2b+3c=0$ ، مقدار $\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

◆ اتحاد مکعب دوجمله

۷۵۴- حاصل $(\sqrt{2}+1)\sqrt[3]{10-7\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $\sqrt[3]{3}$ (۳) $\sqrt[3]{6}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۷۵۵- اگر $\frac{a^2-1}{a}=5$ ، مقدار $\frac{a^6-1}{a^3}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۳۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۵۰

۷۵۶- اگر $a^2+\frac{1}{a^2}=27$ و $0 < a < 1$ ، مقدار $a^3-\frac{1}{a^3}$ کدام است؟

- (۱) -۱۴۰ (۲) -۱۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۲۰

۷۵۷- اگر $a^3-8b^3=22$ و $a^2b-ab^2=7$ ، مقدار $a-2b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۵۸- اگر $x^3-y^3=45$ و $x^2y=6+xy^2$ ، حاصل $x-y$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۷۵۹- اگر $a^2b-ab^2=-4\sqrt{2}$ و $a^3-b^3=-14\sqrt{2}$ ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۷۶۰- اگر $\sqrt[3]{a+5}-\sqrt[3]{a-5}=1$ ، حاصل a^2-25 کدام است؟

- (۱) -۲۷ (۲) -۶۴ (۳) ۶۴ (۴) ۲۷

۷۶۱- اگر $(a-b)^3=7a^2b-7b^2a$ ، مقدار $\frac{a^2}{b}-\frac{b^2}{a}$ چند برابر مقدار $a-b$ است؟ ($a \neq b$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۴

۷۶۲- اگر $2a^3+6ab^2=5$ و $2b^3+6a^2b=5$ ، مقدار $(a-b)^2+4ab$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۶۳- اگر $a^3-5a^2b-ab^2=135$ و $2a^2b+4ab^2-b^3=-108$ ، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۶۴- اگر $a^2(a-3b)=275$ ، $a^2(3a-b)=68$ و $ab=-10$ ، مقدار a^2+b^2 کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۸ (۴) ۲۹

۷۶۵- اگر $a^2-3ab=\frac{43}{a}$ و $b^2-3ab=-\frac{21}{b}$ ، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۶۶- اگر $a^2=\frac{7}{a-3b}$ و $b^2=\frac{20}{3a-b}$ ، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۶۷- اگر $x^2(x-y)=98-2xy^2$ و $y^2(y-x)=34-2x^2y$ ، حاصل $x-y$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۳ (۴) ۳

♦ اتحاد چاق و لاغر

۷۶۸- مقدار عبارت $A = (x^2 - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ به ازای $x = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) $3 + 2\sqrt{2}$

۷۶۹- a و b عددهایی مثبت‌اند و $a^3 + b^3 = 2ab(a + b)$. مقدار $a^2b^{-2} + a^{-2}b^2$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۷۷۰- اگر $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 3$ و $ab = 9$ ، مقدار $\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}$ کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۸

۷۷۱- اگر a و b عددهایی منفی باشند، $ab = 1$ و $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 7$ ، مقدار $a^3 + b^3$ کدام است؟

- (۱) -۱۸ (۲) -۲۱ (۳) -۲۴ (۴) -۲۸

۷۷۲- اگر $a > 1$ و $a^2 + \frac{1}{a^2} = 18$ ، مقدار $a^3 - \frac{1}{a^3}$ کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۷۴ (۳) ۷۶ (۴) ۷۸

۷۷۳- اگر $ab = 10$ و $a^2b + ab^2 + a + b = 99$ ، مقدار $a^3 + b^3$ کدام است؟

- (۱) ۴۹۵ (۲) ۴۵۹ (۳) ۱۰۰۱ (۴) ۱۱۰۰

۷۷۴- اگر $ab = 3$ و $\frac{a^3 - b^3}{a^2b - ab^2} = 15$ ، مقدار $|a - b|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۷۵- اگر $a^3 + b^3 = 12$ و $a^2 - ab + b^2 = 6$ ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۷۷۶- اگر $a + b = 18$ و $a^3 - b^3 = 10(a^2 + ab + b^2)$ ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۵۲ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۷۷۷- a و b عددهایی حقیقی و متمایزند، $a^3 = 2 - 5a$ و $b^3 = 2 - 5a$. مقدار $a^2 + ab + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۷۸- اگر $a^6 - b^6 = 63$ و $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 21$ ، مقدار $|ab|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۷۷۹- اگر $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ و $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} = 18$ ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸۰- اگر $a = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ و $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ ، مقدار $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}$ کدام است؟

- (۱) ۹۶۰ (۲) ۹۷۰ (۳) ۹۸۰ (۴) ۹۹۰

۷۸۱- اگر $a = \sqrt[3]{18} + \sqrt[3]{30} + \sqrt[3]{50}$ و $b = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{5}$ ، مقدار ab کدام است؟

- (۱) $-\sqrt[3]{2}$ (۲) -۲ (۳) $-2\sqrt[3]{2}$ (۴) $-4\sqrt[3]{2}$

۷۸۲- اگر $a = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{15}$ ، حاصل $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}$ برحسب a کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{a}$ (۲) $\frac{a}{4}$ (۳) $\frac{a}{8}$ (۴) $\frac{8}{a}$

۷۸۳- اگر $\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x-2} = \frac{3}{2}$ ، مقدار $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^2-2x} + \sqrt[3]{x^2-4x+4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{8}{3}$

۷۸۴- اگر $\sqrt[3]{x^2-4} + \sqrt[3]{(x+2)^2} + \sqrt[3]{(x-2)^2} = 6$ ، مقدار عبارت $\sqrt[3]{x-2} - \sqrt[3]{x+2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$



اتحاد مربع دوجمله

۷۸۵- اگر $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{3}$ ، حاصل $\frac{x^2}{x^4+1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{11}$

۷۸۶- اگر $\frac{x}{x^2-3x+4} = \frac{1}{2}$ ، حاصل $\frac{x^2}{x^4-x^2+16}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{17}$

۷۸۷- اگر $a^2 - 4a + 2 = 0$ ، مقدار $a^2 + \frac{4}{a^2}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۷۸۸- اگر $a + 2\sqrt{a} = 1$ ، حاصل $a^2 - 6a$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۳

۷۸۹- اگر $x^2 - 3x - 1 = 0$ ، مقدار $x^4 - 33x$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۷۹۰- عدد $2\sqrt{4-\sqrt{15}}$ با کدام عدد زیر برابر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\sqrt{10} - \sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{14} - 3$

۷۹۱- مقدار عبارت $2x^3 - 4x^2 - 8x + 3$ به ازای $x = 1 - \sqrt{5}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹۲- مقدار عبارت $2a^3 + 7a^2 - 2a - 12$ به ازای $a = \sqrt{5} - 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $16a$ (۳) $8a$ (۴) 24

۷۹۳- اگر $a = \sqrt{7} + \sqrt{21}$ ، $b = \sqrt{10} + 3\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{13} + \sqrt{15}$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $c < b < a$ (۲) $b < c < a$ (۳) $a < c < b$ (۴) $a < b < c$

۷۹۴- کدام عدد از بقیه بزرگتر است؟

- (۱) $3 - \sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{6} - 2$ (۳) $3\sqrt{6} - 7$ (۴) $\sqrt{8} - \sqrt{6}$

۷۹۵- کمترین مقدار ممکن عبارت $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 10$ کدام است؟

- (۱) -۲۱ (۲) -۲۰ (۳) -۱۹ (۴) -۱۸

۷۹۶- حاصل عبارت $A = \sqrt{6+2\sqrt{6+2\sqrt{2+2\sqrt{3}}}} - \sqrt{5+2\sqrt{6}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۴) ۵

۷۹۷- اگر $a - b = 1 + \sqrt{2}$ و $b - c = 1 - \sqrt{2}$ ، مقدار عبارت $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

♦ اتحاد مزدوج

- ۷۹۸- ساده شده عبارت $(\sqrt{33}-\sqrt{18}+\sqrt{15})(\sqrt{22}+\sqrt{12}-\sqrt{10})$ کدام است؟
 (۱) $5\sqrt{3}$ (۲) $10\sqrt{11}$ (۳) $12\sqrt{5}$ (۴) $22\sqrt{6}$
- ۷۹۹- اگر $a = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ و $b = 2+\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ، مقدار ab کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴
- ۸۰۰- اگر $x, y > 0$ و $x - \frac{1}{y} = 12$ و $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{y}} = 2$ ، مقدار xy کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) ۶
- ۸۰۱- مقدار عبارت $\sqrt{6-\sqrt{11}} - \sqrt{6+\sqrt{11}}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) -۲ (۴) ۲
- ۸۰۲- اگر $x = \sqrt{1+\sqrt{6}}$ ، حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{5}} + \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$ برحسب x کدام است؟
 (۱) $2x^2$ (۲) x (۳) $x\sqrt{2}$ (۴) x^2
- ۸۰۳- اگر $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ، حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{3}+1} + \sqrt{\sqrt{3}-1}$ برحسب a کدام است؟
 (۱) $\sqrt{a}$ (۲) $2a$ (۳) $\sqrt{2a}$ (۴) $\sqrt{2a}$
- ۸۰۴- حاصل عبارت $(\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}})\sqrt{2\sqrt{2}}$ کدام است؟
 (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) ۱۶

♦ اتحاد مکعب دو جمله

- ۸۰۵- اگر $a^3 + 3ab^2 = 63$ و $b^3 + 3a^2b = 62$ ، مقدار $\frac{a+b}{a-b}$ کدام است؟
 (۱) -۵ (۲) ۵ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$
- ۸۰۶- حاصل $(11+4\sqrt{7})^{\frac{3}{2}} + (11-4\sqrt{7})^{\frac{3}{2}}$ کدام است؟
 (۱) ۵۸ (۲) $38\sqrt{7}$ (۳) $24\sqrt{7}$ (۴) $22\sqrt{7}$
- ۸۰۷- حاصل $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\sqrt[6]{26+15\sqrt{3}}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$
- ۸۰۸- اگر $a^2(3-a) = 124 + 3a$ ، مقدار $a^2 - 1$ کدام است؟
 (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷
- ۸۰۹- اگر $a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = 1$ و $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = 5$ ، مقدار $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶
- ۸۱۰- اگر $ab = 1$ و $a^2 + b^2 = \sqrt{6}$ ، مقدار $a^{12} + b^{12}$ کدام است؟
 (۱) ۵۲ (۲) ۵۴ (۳) ۹۴ (۴) ۹۶
- ۸۱۱- اگر $a - 1 = \sqrt[3]{6a - 1}$ و $a \neq 0$ ، مقدار $a - \frac{3}{a}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

♦ اتحاد چاق و لاغر

- ۸۱۲- اگر $a + b = 1$ و $a^2 + b^2 = 5$ ، مقدار $a^5 + b^5$ کدام است؟
 (۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۲۵ (۴) ۳۱

۸۱۳- اگر $\frac{a-1}{\sqrt{a}} = \sqrt{3}$ ، مقدار $a^3 + \frac{1}{a^3}$ کدام است؟

- ۱۰۰ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۱۵ (۴)

۸۱۴- اگر $a^2 - 6a + 1 = 0$ ، مقدار $a^3 + \frac{1}{a^3}$ کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۹۸ (۳) ۲۱۶ (۴)

۸۱۵- a و b عددهایی حقیقی و متمایزند و $b - a = \frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a}$. مقدار $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۸۱۶- اگر $a^2 - a - 1 = 0$ ، مقدار $\frac{a^4 - 2}{a^3 - 1}$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

کاربرد اتحادها در مثلثات

۸۱۷- ساده شده عبارت $\sqrt{2 - 2\cos\alpha - \sin^2\alpha}$ کدام است؟

- ۱ - $\cos\alpha$ (۱) ۱ - $|\cos\alpha|$ (۲) ۱ - $|\sin\alpha|$ (۳) ۱ - $\sin\alpha$ (۴)

۸۱۸- ساده شده عبارت $\frac{\sqrt{\sin^6 15^\circ + 4\cos^2 15^\circ - 2}}{\sqrt{\cos^4 15^\circ + 4\sin^2 15^\circ - 2}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\tan^2 15^\circ$ (۲) $\cot^2 15^\circ$ (۳) $\sin^2 15^\circ$ (۴)

۸۱۹- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه α در ربع سوم باشد، ساده شده عبارت $1 + \cot\alpha \sqrt{\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{-1}{\cos\alpha}$ (۲) $\frac{1}{1 - \cos\alpha}$ (۳) $\frac{-1}{\sin\alpha}$ (۴) $\frac{1}{1 - \sin\alpha}$

۸۲۰- حاصل عبارت $\sqrt{1 - 2\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^4\alpha}}$ به ازای $\alpha = 100^\circ$ کدام است؟

- ۱ (۱) $-\sin 100^\circ - \cos 100^\circ$ (۲) $\sin 100^\circ - \cos 100^\circ$ (۳) $-\sin 100^\circ + \cos 100^\circ$ (۴) $\sin 100^\circ + \cos 100^\circ$

۸۲۱- اگر $\tan x + \cot x = 3$ ، مقدار $\tan^3 x + \cot^3 x$ کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۸ (۲) ۲۷ (۳) ۳۰ (۴)

۸۲۲- حاصل $2(\sin^6 25^\circ + \cos^6 25^\circ) - 3(\sin^4 25^\circ + \cos^4 25^\circ)$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴)

تجزیه

۸۲۳- در تجزیه عبارت $6x^2 + 7x - 3$ کدام عامل وجود دارد؟

- ۳x + ۱ (۱) ۳x - ۱ (۲) ۲x - ۳ (۳) ۳x - ۲ (۴)

۸۲۴- در تجزیه عبارت $x^5 - 16x$ کدام عامل وجود ندارد؟

- x - ۲ (۱) x + ۲ (۲) $x^2 + 4$ (۳) $x^2 + 2$ (۴)

۸۲۵- در تجزیه عبارت $x^6 - 1$ کدام عامل وجود دارد؟

- $x^2 - x + 1$ (۱) $x^2 - x - 1$ (۲) $x^2 + x - 1$ (۳) $x^2 + 1$ (۴)

۸۲۶- در تجزیه عبارت $2a^2 - 3ab - 2b^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- a + ۲b (۱) ۲a - b (۲) a - ۲b (۳) a + b (۴)

۸۲۷- کدام گزینه عاملی از $x^2 - 2x + 4y - y^2 - 3$ است؟

- (۱) $x - y + 1$ (۲) $x - y - 1$ (۳) $x + y + 3$ (۴) $x - y - 3$

۸۲۸- کدام یک از عبارت‌های زیر عامل $(x^2 - x) + 12 - 8(x^2 - x)$ نیست؟

- (۱) $x + 3$ (۲) $x - 3$ (۳) $x + 2$ (۴) $x - 2$

۸۲۹- کدام گزینه عاملی از $x^3 - x^2 + 9x - 9$ است؟

- (۱) $x^2 + 2$ (۲) $x^2 + 3$ (۳) $x^2 + 4$ (۴) $x^2 + 9$

۸۳۰- در تجزیه عبارت $2a^3 - 2ab^2 - 3a^2b + 3b^3$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $2a - 2b$ (۲) $a - 2b$ (۳) $2a - b$ (۴) $2a - 2b$

۸۳۱- عدد $169^4 - 171^4$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر نیست؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۸۳۲- کدام گزینه عاملی از $x^4 - x^2 - 6x - 9$ است؟

- (۱) $x^2 - 2x + 3$ (۲) $x^2 + x - 3$ (۳) $x^2 + 2x + 3$ (۴) $x^2 + x + 3$

۸۳۳- کدام گزینه عاملی از $x^4 + 3x^2 + 4$ است؟

- (۱) $x^2 + x - 2$ (۲) $x^2 - x - 2$ (۳) $x^2 - x + 2$ (۴) $x^2 + x + 1$

۸۳۴- کدام گزینه عاملی از $x^4 - x^2 + 16$ است؟

- (۱) $x^2 + 2x + 4$ (۲) $x^2 + 2x - 4$ (۳) $x^2 + 3x - 4$ (۴) $x^2 + 3x + 4$

۸۳۵- کدام گزینه عاملی از $9x^4 + 11x^2 + 4$ است؟

- (۱) $3x^2 + x + 2$ (۲) $3x^2 + x - 2$ (۳) $3x^2 - x - 1$ (۴) $3x^2 + x + 1$

۸۳۶- اگر $a = \sqrt[3]{2} - 1$ ، مقدار $\frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) ۸ (۴) $2\sqrt[3]{4}$

۸۳۷- اگر $a = \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ ، مقدار $\frac{a^6 - 1}{a^2(a^2 + 1) + 1}$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (۴) $-2\sqrt{3}$

۸۳۸- اگر $a - b = 3$ و $a^3 - b^3 = 9$ ، مقدار $|a^3 + ab^2 + a^2b + b^3|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۸۳۹- ساده شده عبارت $\frac{x^3 + 27}{x^2 - 2x - 3} \times \frac{(x - 3)(x^2 - 1)}{x^2 - 3x + 9}$ کدام است؟

- (۱) $(x + 1)(x - 3)$ (۲) $(x - 1)(x + 3)$ (۳) $(x - 1)(x - 3)$ (۴) $(x - 2)(x - 3)$

۸۴۰- ساده شده عبارت $\frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 + 2x} \div \frac{x - x^2}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -x (۳) $-\frac{1}{x}$ (۴) x

۸۴۱- حاصل عبارت $\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 5x - 6} \times \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 6x + 5}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{6 - x}{6 + x}$ (۳) $\frac{x - 6}{x - 1}$ (۴) $\frac{5 + x}{5 - x}$

۸۴۲- حاصل عبارت $\frac{a(b + c) + c(b - a)}{a^2 + ab + bc + ca}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{a + b}$ (۲) $\frac{b}{a + b}$ (۳) $\frac{c}{a + c}$ (۴) $\frac{b}{b + c}$

۸۴۳- ساده شده عبارت $\frac{x^2-11xy+30y^2}{x^2-9xy+20y^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{x+6y}{x+4y}$ (۲) $\frac{x-6y}{x-4y}$ (۳) $\frac{x-5y}{x-4y}$ (۴) $\frac{x-4y}{x-5y}$

۸۴۴- حاصل عبارت $\frac{ab^3+a^2b^2}{a^3b-ab^3}$ کدام است؟

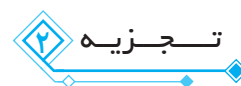
(۱) $\frac{b}{a-b}$ (۲) $\frac{a}{a-b}$ (۳) $\frac{1}{a-b}$ (۴) $\frac{b}{a+b}$

۸۴۵- ساده شده عبارت $A = \frac{x^2+2xz+4yz-4y^2}{x-2y+2z}$ کدام است؟

(۱) $x-z$ (۲) $x-2y$ (۳) $x+z$ (۴) $x+2y$

۸۴۶- حاصل عبارت $\frac{x^2-y^2-x+y}{x+y-1}$ کدام است؟

(۱) $x-y$ (۲) $x-y-1$ (۳) $x-y+1$ (۴) $x+y$



۸۴۷- عبارت x^3-3x^2-x+3 را به صورت $(x+a)(x+b)(x+c)$ تجزیه می‌کنیم که در آن $a < b < c$. مقدار $a-b+c$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۸۴۸- در تجزیه عبارت $2x^3+x^2-5x+2$ کدام عامل وجود ندارد؟

(۱) $2x-1$ (۲) $2x+1$ (۳) $x+2$ (۴) $x-1$

۸۴۹- در تجزیه عبارت $6x^3-x^2-5x+2$ کدام عبارت وجود ندارد؟

(۱) $x-2$ (۲) $2x-1$ (۳) $3x-2$ (۴) $x+1$

۸۵۰- کدام عامل در تجزیه عبارت $2x^2+8xy+8y^2+x+2y-1$ وجود دارد؟

(۱) $x+2y-1$ (۲) $x+2y+1$ (۳) $2x+y+1$ (۴) $2x+y-1$

۸۵۱- در تجزیه عبارت $A = x^4+y^4+x^2y^2$ کدام عبارت وجود دارد؟

(۱) x^2-y^2+xy (۲) x^2-y^2-xy (۳) x^2+y^2-xy (۴) x^2+y^2

۸۵۲- کدام گزینه عاملی از $x^4+y^4-7x^2y^2$ است؟

(۱) x^2-y^2-xy (۲) x^2-y^2+3xy (۳) x^2+y^2-3xy (۴) x^2-y^2+xy

۸۵۳- کدام عامل در تجزیه عبارت $x^4-7x^2y^2+9y^4$ وجود دارد؟

(۱) x^2-xy+y^2 (۲) $x^2+2xy+3y^2$ (۳) $x^2+3xy+3y^2$ (۴) $x^2-xy-3y^2$

۸۵۴- کدام گزینه عاملی از عبارت $a^4-8a^2b^2+9b^4$ است؟

(۱) $a^2+ab\sqrt{2}+b^2$ (۲) $a^2+3\sqrt{2}ab+3b^2$ (۳) $a^2-ab\sqrt{2}-3b^2$ (۴) $a^2+3b^2+ab\sqrt{2}$

۸۵۵- کدام عامل در تجزیه عبارت $x^2-y^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y-\frac{3}{64}$ وجود دارد؟

(۱) $x+y+\frac{3}{8}$ (۲) $x-y+\frac{1}{8}$ (۳) $x-y-\frac{1}{4}$ (۴) $x+y-\frac{3}{16}$

۸۵۶- عبارت $x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$ را به صورت $(x+a)(x^2+bx+1)(x^2-bx+c)$ تجزیه کرده‌ایم. مقدار $2a-b^2+c$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۸۵۷- اگر $a+b=4$ و $b+c=6$ ، مقدار عبارت $\frac{b^2+ab+bc+ca}{c^2+bc-ab-ac}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۵۸- اگر $x-y=2$ و $y-z=4$ ، حاصل عبارت $xy-y^2-xz+yz+x-z$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۸۵۹- اگر $a+b=\sqrt{5}$ ، حاصل عبارت $\frac{a^6+a^2b^2+b^6}{a^2+ab+b^2}+3ab$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

۸۶۰- اگر $x+y=4$ ، حاصل عبارت $\frac{x^2-y^2+4x+4}{x^2+2x+2y-y^2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۸۶۱- حاصل عبارت $\frac{a^6-a^4-a^2+1}{a^3-a^2-a+1}$ به ازای $a=\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}+2$ (۲) $3\sqrt{2}+3$ (۳) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ (۴) $3\sqrt{2}-3$

۸۶۲- مقدار عبارت $\frac{a^4-1}{a^6-a^4+a^2-1} \div (a^2+a)$ به ازای $a=-\frac{2}{3}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۸۶۳- ساده شده عبارت $(\frac{4}{x^2}-\frac{2}{x}+1) \div (\frac{1}{x^2}+x)$ کدام است؟

- (۱) $x+2$ (۲) $2x-1$ (۳) $3x-2$ (۴) $2x+3$

۸۶۴- اگر $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ، مقدار $(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}) \div (\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1)$ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۸۶۵- ساده شده عبارت $\frac{8^n+27^n}{4^n-6^n+9^n} \div (2^{-n}+3^{-n})$ کدام است؟

- (۱) 2^n+3^n (۲) 2^n-3^n (۳) 4^n+6^n (۴) 6^n

۸۶۶- اگر $ab=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3}$ ، حاصل عبارت $\frac{a^2b^2-a^4-b^4}{a^2+b^2+3ab}+a^2+b^2$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$ (۴) $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

۸۶۷- ساده شده عبارت $\frac{x^3+x+13}{x^2-25} \div \frac{x^2-5x+26}{x-5}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) x (۳) $\frac{x+5}{x-5}$ (۴) $\frac{x}{x+5}$

۸۶۸- ساده شده عبارت $\frac{x^2+x+1}{2x^2+5x} \div \frac{x^3-1}{2x^2+3x-5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{x}$ (۲) x (۳) $\frac{1}{2-x}$ (۴) $\frac{2}{1+x}$

۸۶۹- ساده شده عبارت $\frac{1}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2+x} + \frac{3}{x^2-x-2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{x^2-2x}$ (۲) $\frac{3}{x^2+x}$ (۳) $\frac{1}{x^2-x-2}$ (۴) $\frac{1}{x^3-x^2-2x}$

۸۷۰- ساده شده عبارت $\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x^3+x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x}$ (۲) $\frac{1}{x^2+1}$ (۳) $\frac{2}{x}$ (۴) $\frac{2}{x^2+1}$

۸۷۱- ساده شده عبارت $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x+1}$ (۲) $\frac{2}{x^2-1}$ (۳) $-\frac{2}{x+1}$ (۴) $\frac{2}{x-1}$

۸۷۲- ساده شده عبارت $\frac{2}{\sqrt{x-2}} - \frac{2}{\sqrt{x+2}} - \frac{2x}{x-4}$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$ (۳) $\frac{-1}{\sqrt{x+2}}$ (۴) $\frac{1}{x-4}$

۸۷۳- ساده شده عبارت $\frac{1}{a-b} - \frac{a-b}{a^2+ab+b^2} - \frac{3a^2}{a^3-b^3}$ کدام است؟

(۱) $\frac{a}{a^3-b^3}$ (۲) $\frac{b}{a^3-b^3}$ (۳) $\frac{3b}{a^2+ab+b^2}$ (۴) $-\frac{3a}{a^2+ab+b^2}$

تجزیه

۸۷۴- ساده شده عبارت $\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+1}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}$ (۲) $\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}$ (۳) $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}$ (۴) $\sqrt[4]{x^3} - \sqrt{x}$

۸۷۵- اگر $a = \sqrt[3]{5}$ ، مقدار $\frac{(a-1)(a^4+a^2+1)}{a^2-a+1}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۸۷۶- اگر $x = \sqrt{3}$ ، مقدار عبارت $\frac{(x^2-x-1)^3 + (x^2+x+1)^3 - 2x^6}{x^2+2x+1}$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۸۷۷- ساده شده عبارت $\frac{\sqrt[3]{9a^5} - 4a}{\sqrt[3]{3a^2} - 2\sqrt[3]{a}} - \frac{2}{a^{\frac{2}{3}}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[3]{9a}$ (۲) $\sqrt[3]{9a^2}$ (۳) $\sqrt[3]{3a}$ (۴) $\sqrt[3]{3a^2}$

۸۷۸- اگر $ab=1$ و $a-b=76$ ، مقدار $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۸۷۹- حاصل عبارت $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\cos \alpha - \cos^2 \alpha \sin \alpha} - \tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $\sin \alpha$ (۲) $\cos \alpha$ (۳) $\tan \alpha$ (۴) ۱

۸۸۰- اگر $\frac{\tan^3 x - \cot^3 x}{\tan x - \cot x} = 5$ ، حاصل عبارت $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$ کدام است؟

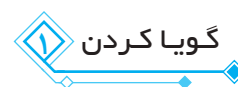
- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۸۱- اگر $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$ ، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{22}{27}$ (۲) $\frac{23}{27}$ (۳) $\frac{24}{27}$ (۴) $\frac{25}{27}$

۸۸۲- ساده شده عبارت $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\cos x - \sin x} + \sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) $(\sin x + \cos x)^2$ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$



۸۸۳- برای گویا کردن مخرج کسر $\frac{2}{\sqrt[3]{8}}$ ، کوچک‌ترین عدد مثبتی که باید در صورت و مخرج این کسر ضرب کنیم، کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{8}$ (۴) $\sqrt[3]{16}$

۸۸۴- حاصل $\frac{2}{\sqrt{3+1}} + 2$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}-1$ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{3}+2$ (۴) $\sqrt{3}+1$

۸۸۵- عبارت $A = \frac{1}{2\sqrt{2}-3} + 2\sqrt{2}$ با کدام برابر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۸۸۶- حاصل عبارت $\frac{3\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} + \frac{3^{\frac{3}{2}}}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-3\sqrt{3}$ (۲) $-4/5$ (۳) $4/5$ (۴) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

۸۸۷- حاصل $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt[4]{2}-1} - \sqrt[4]{2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۸۸۸- اگر $y = 3 - \sqrt{3}$ ، حاصل $-\sqrt{3} + 6y^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) $3+2\sqrt{3}$ (۴) $3-2\sqrt{3}$

۸۸۹- اگر $a = 2 - \sqrt{5}$ ، حاصل عبارت $\frac{2a+1}{a}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{5}$ (۲) $-2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5}-3$ (۴) $2+\sqrt{5}$

۸۹۰- اگر $a = \sqrt[4]{5}$ ، مقدار $(a^2 - 2)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $1+\sqrt{5}$ (۲) $2+\sqrt{5}$ (۳) $1+2\sqrt{5}$ (۴) $1+\sqrt[4]{5}$

۸۹۱- عبارت $\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

۸۹۲- معکوس عدد $\sqrt{2}+\sqrt{2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{4-\sqrt{2}}$ (۲) $\sqrt{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ (۳) $\sqrt{\sqrt{2}-1}$ (۴) $\sqrt{\sqrt{2}+1}$

۸۹۳- عبارت $\frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}-1$ (۴) $\sqrt{3}+1$

۸۹۴- حاصل $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{7}{3+\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۴

۸۹۵- حاصل $A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2}-2}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (۴) ۴

۸۹۶- مقدار $\frac{7}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{5}$ (۴) $2\sqrt[3]{2}$

۸۹۷- اگر $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{9} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{3} + a$ مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1-\sqrt[3]{3}}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1+\sqrt[3]{3}}{4}$

گویا کردن

۸۹۸- مقدار $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}+1} - \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{\sqrt{3}-1}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

۸۹۹- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt[4]{2}+1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}-1$ (۲) $\sqrt{2}+1$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

۹۰۰- اگر $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}+1}$ و $b = 1+\sqrt{2}$ حاصل $\frac{ab-1}{b}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) -۲ (۴) $-2\sqrt{2}$

۹۰۱- حاصل عبارت $\frac{8\sqrt{5}-8}{\sqrt{5}+1} - \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰۲- اگر $x = \frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + 3^{\frac{1}{2}}$ حاصل $(x-1)^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰۳- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3-\sqrt{6}-\sqrt{10}+\sqrt{15}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

۹۰۴- حاصل عبارت $\frac{1}{3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}-1$ (۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}+1$ (۴) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

۹۰۵- حاصل $A = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} - \frac{3\sqrt[3]{2}}{2-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt[3]{4}$ (۴) ۴

گویا کردن

۹۰۶- حاصل $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) $10-\sqrt{2}$ (۴) ۱۱

۹۰۷- حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1} + \frac{3}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{5}$ (۲) $\sqrt[3]{6}$ (۳) $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}$ (۴) $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$

۹۰۸- اگر $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ و $y = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ، حاصل عبارت $x^3 + 12xy + y^3$ کدام است؟

- (۱) ۵۲ (۲) ۶۴ (۳) ۶۵ (۴) ۵۵

۹۰۹- اگر $x = \frac{\sqrt[3]{44}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ ، حاصل $(x+\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۱۰- اگر $a = \sqrt{2}-1$ ، $b = \sqrt{5}-2$ و $c = \sqrt{10}-3$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $a < b < c$ (۲) $a < c < b$ (۳) $c < b < a$ (۴) $b < c < a$

۹۱۱- حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{3}+2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}+2\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{7}+4\sqrt{3}}$ چند است؟

- (۱) ۱ (۲) $-1+\sqrt{2}$ (۳) $-1+\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

۹۱۲- اگر a_n جمله عمومی دنباله‌ای حسابی و d قدرنسبت دنباله باشد، مقدار عبارت زیر کدام است؟

$$A = \frac{d}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{d}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{d}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}}$$

- (۱) $\sqrt{a_n}$ (۲) $n\sqrt{a_n}$ (۳) $\sqrt{a_n} - \sqrt{a_1}$ (۴) $\sqrt{a_n} + \sqrt{a_1}$

کنکور سراسری

۹۱۳- حاصل عبارت $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt[3]{2}\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $1+\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۹۱۴- اگر $\alpha = \sqrt[4]{3}\sqrt{2}-4$ و $\beta = \sqrt[4]{3}\sqrt{2}+4$ ، حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $7\sqrt{2}$

راه حل دوم توجه کنید که $x=2$ و $y=1$ در تساوی های داده شده صدق می کنند و در این صورت مقدار عبارت خواسته شده برابر -39 است.

گزینه ۳ - ۶۷۷ ابتدا دو طرف تساوی داده شده را با ۲ جمع می کنیم:

$$a + \frac{1}{a+2} = 4 \Rightarrow a+2 + \frac{1}{a+2} = 6$$

اکنون دو طرف این تساوی را به توان دو می رسانیم:

$$(a+2 + \frac{1}{a+2})^2 = 6^2 \Rightarrow (a+2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2} + 2(a+2) \cdot \frac{1}{a+2} = 36$$

$$(a+2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2} + 2 = 36 \Rightarrow (a+2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2} = 36 - 2 = 34$$

گزینه ۳ - ۶۷۸ عبارت را به صورت زیر ساده می کنیم:

$$A = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{x+3 - (x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{6}{x^2-9}$$

اگر به جای x ، مقدار آن، یعنی $\sqrt{2} + \sqrt{7}$ را قرار دهیم، مقدار A به دست می آید:

$$A = \frac{6}{(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 - 9} = \frac{6}{2 + 7 + 2\sqrt{14} - 9} = \frac{6}{2\sqrt{14}} = \frac{3}{\sqrt{14}}$$

گزینه ۱ - ۶۷۹ ابتدا توجه کنید که

$$a = \sqrt{2} + 1, \quad a-1 = \sqrt{2} + 1 - 1 = \sqrt{2}, \quad a-2 = \sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1$$

بنابراین

$$a(a-1)(a-2) = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2})(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}) \\ = (\sqrt{2}^2 - 1^2)\sqrt{2} = (2-1)\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

گزینه ۴ - ۶۸۰ می توان نوشت $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a-b)^2 + 2ab}{ab}$

از طرف دیگر،

$$a-b = \sqrt{6} + 1 - (\sqrt{6} - 1) = 2, \quad ab = (\sqrt{6} + 1)(\sqrt{6} - 1) = \sqrt{6}^2 - 1 = 5$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{2^2 + 2 \times 5}{5} = \frac{14}{5}$$

گزینه ۲ - ۶۸۱ ابتدا توجه کنید که

$$A = (x-2)(x+2)(x^2+4) = (x^2-4)(x^2+4) = x^4 - 16$$

$$\text{بنابراین حاصل } A \text{ به ازای } x = \sqrt[4]{18} \text{ برابر است با} \\ (\sqrt[4]{18})^4 - 16 = 18 - 16 = 2$$

گزینه ۳ - ۶۸۲ ابتدا توجه کنید که بنابر فرض، $x^2 - 5x = 2$. از طرف دیگر،

$$(x-4)(x-1) = x^2 - 5x + 4 = 2 + 4 = 6$$

$$(x-3)(x-2) = x^2 - 5x + 6 = 2 + 6 = 8$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر $6 \times 8 = 48$ است.

گزینه ۳ - ۶۸۳ به کمک اتحاد جمله مشترک عبارت را به صورت زیر می نویسیم:

$$A = x(x-1)(x+1)(x-2) + 1 = (x^2-x)(x^2-x-2) + 1 \\ = (x^2-x)((x^2-x)-2) + 1 = (x^2-x)^2 - 2(x^2-x) + 1$$

اکنون به کمک اتحاد مربع مجموع دوجمله عبارت را به صورت زیر می نویسیم:

$$A = (x^2 - x - 1)^2$$

گزینه ۳ - ۶۷۰ ابتدا توجه کنید که

$$A = (x-1)^2 + (x+1)^2 - (\sqrt{2}x-1)^2 \\ = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 - (2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1) \\ = 1 + 2\sqrt{2}x$$

بنابراین مقدار A به ازای $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر است با $1 + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$.

گزینه ۲ - ۶۷۱ طرفین تساوی $a+b=4$ را به توان دو می رسانیم:

$$(a+b)^2 = 16 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 16$$

چون $ab = \frac{1}{4}$ ، پس $a^2 + b^2 + 2(\frac{1}{4}) = 16$ ، در نتیجه $a^2 + b^2 = 15$.

گزینه ۱ - ۶۷۲ **راه حل اول** طرفین تساوی $x = \sqrt{3} - 2$ را به توان ۲

می رسانیم تا مقدار x^2 به دست آید $x^2 = 3 + 4 - 4\sqrt{3} = 7 - 4\sqrt{3}$. بنابراین

$$x^2 + 4x = 7 - 4\sqrt{3} + 4(\sqrt{3} - 2) = 7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 8 = -1$$

راه حل دوم تساوی $x = \sqrt{3} - 2$ را به شکل $x+2 = \sqrt{3}$ می نویسیم و

طرفین تساوی را به توان ۲ می رسانیم $x^2 + 4x + 4 = 3$. بنابراین

$$x^2 + 4x = -1$$

راه حل سوم توجه کنید که $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$. بنابراین

$$x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$$

تساوی بالا قرار می دهیم:

$$x^2 + 4x = (\sqrt{3} - 2 + 2)^2 - 4 = \sqrt{3}^2 - 4 = -1$$

گزینه ۴ - ۶۷۳ طرفین تساوی $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 6$ را به توان دو می رسانیم

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 2 \times \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 36 \Rightarrow \frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} - 2 = 36 \Rightarrow \frac{a^4 + b^4}{a^2 + b^2} = 38$$

گزینه ۳ - ۶۷۴ تساوی $\frac{a^2+1}{a} = 3$ را به صورت $a + \frac{1}{a} = 3$ می نویسیم

و طرفین آن را به توان دو می رسانیم:

$$(a + \frac{1}{a})^2 = 9 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} + 2a(\frac{1}{a}) = 9$$

بنابراین

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 7 \Rightarrow \frac{a^4 + 1}{a^2} = 7$$

گزینه ۱ - ۶۷۵ طرفین تساوی $x + \frac{3}{2x} = 3$ را به توان دو می رسانیم:

$$x^2 + \frac{9}{4x^2} + \frac{6x}{2x} = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{4x^2} + 3 = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{4x^2} = 6$$

$$\text{بنابراین } 4x^2 + \frac{9}{x^2} = 24$$

گزینه ۴ - ۶۷۶ **راه حل اول** طرفین تساوی $x^2 + y^2 = 5$ را به توان دو

می رسانیم:

$$x^4 + y^4 + 2x^2 y^2 = 25 \Rightarrow x^4 + y^4 + 2(xy)^2 = 25$$

چون $xy = 2$ ، پس

$$x^4 + y^4 + 8 = 25 \Rightarrow x^4 + y^4 = 17$$

$$\text{بنابراین } x^4 + y^4 - 14x^2 y^2 = 17 - 14 \times 2^2 = 17 - 14 \times 4 = -39$$

۶۸۴- گزینه ۲ عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ((x-1)^2+3)^2 &= (x^2-2x+1+3)^2 = (x^2-2x+4)^2 \\ &= x^4+4x^2+16-4x^3+8x^2-16x \\ &= x^4-4x^3+12x^2-16x+16 \end{aligned}$$

بنابراین ضریب x^2 برابر ۱۲ است.

۶۸۵- گزینه ۴ به کمک اتحاد مربع مجموع سه‌جمله عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (a+b-c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc \\ (a-b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc \end{aligned}$$

بنابراین

$$\begin{aligned} A &= a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc-3a^2-3b^2-3c^2 \\ &+ 6ab-6ac+6bc+2a^2+2b^2+2c^2 \\ &= 8ab-8ac+4bc = 4(2ab-2ac+bc) \end{aligned}$$

۶۸۶- گزینه ۱ به کمک اتحادهای مربع مجموع دوجمله و مربع مجموع سه‌جمله عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= 2(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac)-(a^2+b^2+2ab) \\ &- (a^2+c^2+2ac)-(b^2+c^2+2bc) \\ &= 2a^2+2b^2+2c^2+4ab+4bc+4ac-2a^2-2b^2-2c^2-2ab-2ac-2bc \\ &= 2(ab+bc+ac) \end{aligned}$$

۶۸۷- گزینه ۴ با استفاده از اتحاد مربع سه جمله‌ای می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} 49 &= (a+b-c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc \\ &= a^2+b^2+c^2+2(ab-ac-bc) = a^2+b^2+c^2+2(-18) \end{aligned}$$

بنابراین $a^2+b^2+c^2=85$.

۶۸۸- گزینه ۳ توجه کنید که

$$(a-b+c)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac$$

بنابراین

$$6^2 = 26 - 2(ab+bc-ca) \Rightarrow 10 = -2(ab+bc-ca)$$

پس $ab+bc-ca = -5$.

۶۸۹- گزینه ۲ توجه کنید که

$$(a-b-c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(bc-ab-ac)$$

پس $a-b-c = \pm 2$. بنابراین $(a-b-c)^2 = 62 + 2(-29) = 4$.

۶۹۰- گزینه ۲ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= x^3-6x^2+12x-8-(8x^3-12x^2+6x-1) \\ &= -7x^3+6x^2+6x-7 \end{aligned}$$

بنابراین ضریب x^2 برابر ۶ است.

۶۹۱- گزینه ۲ توجه کنید که

$$\begin{aligned} (x^2-2x)^3 - 2x^4 &= x^6-6x^5+12x^4-8x^3-2x^4 \\ &= x^6-6x^5+10x^4-8x^3 \end{aligned}$$

بنابراین ضریب x^4 برابر ۱۰ است.

۶۹۲- گزینه ۳ راه‌حل اول اگر دو طرف تساوی $a^2+b^2=2$ را به

توان سه برسانیم، از اتحاد مکعب مجموع دو جمله نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} a^6+b^6+3a^2b^2(a^2+b^2) &= 8 \Rightarrow a^6+b^6+3a^2b^2(2) = 8 \\ a^6+6a^2b^2+b^6 &= 8 \end{aligned}$$

راه‌حل دوم توجه کنید که $a=b=1$ در تساوی داده شده صدق می‌کند و در

این صورت $a^6+b^6+6a^2b^2=1+1+6=8$.

۶۹۳- گزینه ۴ اگر دو طرف تساوی $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}=2$ را به توان سه

برسانیم، از اتحاد مکعب تفاضل دو جمله نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} a-b-3\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}) &= 8 \Rightarrow 20-3\sqrt[3]{ab}(2) = 8 \\ \sqrt[3]{ab} &= 2 \Rightarrow ab = 8 \end{aligned}$$

۶۹۴- گزینه ۲ اگر دو طرف تساوی $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{4}$ را به توان سه

برسانیم، از اتحاد مکعب تفاضل دو جمله نتیجه می‌شود

$$\begin{aligned} a-b-3\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}) &= 4 \Rightarrow a-b-3\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{4}) = 4 \\ a-b-3\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{4} &= 4 \Rightarrow a-b-3(2) = 4 \Rightarrow a-b=10 \end{aligned}$$

۶۹۵- گزینه ۴ توجه کنید که بنابر اتحاد مکعب تفاضل دو جمله،

$$\begin{aligned} a^3-b^3+3ab(b-a) &= a^3-b^3-3ab(a-b) = (a-b)^3 \\ &= \left(\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} - \left(\sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\right)^3 = \left(\frac{2}{\sqrt[3]{2}}\right)^3 = 4 \end{aligned}$$

۶۹۶- گزینه ۲ اگر تساوی‌های داده شده را از هم کم کنیم و از اتحاد

مکعب تفاضل دو جمله استفاده کنیم، به دست می‌آید

$$a^3-b^3-3a^2b+3ab^2 = 71-7 \Rightarrow (a-b)^3 = 64 \Rightarrow a-b=4$$

۶۹۷- گزینه ۳ به کمک اتحاد مکعب دو جمله می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} a^3 &= (\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9})^3 = 3+9+3\sqrt[3]{3 \times 9}(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}) = 12+9a \\ &\text{در نتیجه } a^3-9a=12 \end{aligned}$$

۶۹۸- گزینه ۴ طرفین تساوی داده شده را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} x^3 &= (\sqrt{\sqrt{2}-1})^3 + (\sqrt{\sqrt{2}+1})^3 + 3\sqrt{\sqrt{2}-1}\sqrt{\sqrt{2}+1}(\sqrt{\sqrt{2}-1} + \sqrt{\sqrt{2}+1}) \\ &= \sqrt{2-1} + \sqrt{2+1} + 3\sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}x = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2-1}x \\ &\text{بنابراین } x^3-3x=2\sqrt{2} \end{aligned}$$

۶۹۹- گزینه ۴ با توجه به اتحاد مکعب دو جمله، عبارت مورد نظر برابر

است با $(x-5+1)^3 = (x-4)^3$. در نتیجه مقدار عبارت مورد نظر به‌ازای

$$x = \frac{10}{3} \text{ برابر است با } \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

۷۰۰- گزینه ۳ توجه کنید که

$$\begin{aligned} a^3-6a^2+12a+18 &= a^3-6a^2+12a-8+26 = (a-2)^3+26 \\ &= (\sqrt[3]{5}+2-2)^3+26 = (\sqrt[3]{5})^3+26 = 5+26 = 31 \end{aligned}$$

۷۰۱- گزینه ۱ توجه کنید که بنابر اتحاد تفاضل مکعب‌ها،

$$(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2) = (2x)^3 - (3y)^3 = 8x^3 - 27y^3$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با $8x^3$.