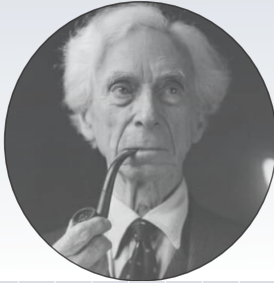


Bertrand Russell
1872-1970



M[atrix]_{m×n} CHAPTER 1

Lesson . 1

صفحه ۱۰ تا ۲۱ کتاب درسی

ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

درس اول



Bertrand Russell

M[atrix]_{m×n}

تعریف ماتریس و مفاهیم اولیه آن

M

1. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ کدام گزینه درست نیست؟

(۱) در هر سطر ۳ درایه وجود دارد. (۲) تعداد ستون ها برابر ۳ است.

(۳) تعداد سطرها برابر ۲ است. (۴) در هر ستون ۳ درایه وجود دارد.

2. اگر تعداد سطرها و ستون ها در ماتریس $A = [a_{ij}]_{(n-1) \times 3}$ با هم برابر باشد، تعداد درایه های کدام ماتریس از سایرین کمتر است؟

(۱) $[a_{ij}]_{n \times 2}$ (۲) $[a_{ij}]_{(n+1) \times 2}$ (۳) $[a_{ij}]_{6 \times (n-2)}$ (۴) $[a_{ij}]_{5 \times (n-1)}$

3. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $a_{ii} = 1$ (۲) $a_{21} = 2$ (۳) $a_{31} = 2$ (۴) $a_{23} = 1$

4. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ درایه های به صورت a_{2j} معرف درایه های است و دامنه j به صورت می باشد.

(۱) درایه های سطر دوم - $1 \leq j \leq 3$ (۲) درایه های ستون دوم - $1 \leq j \leq 3$

(۳) درایه های ستون دوم - $1 \leq j \leq 2$ (۴) درایه های سطر دوم - $1 \leq j \leq 2$

5. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x & 5 \\ 3 & -1 & 4 & y \\ 7 & 8 & 9 & x-2 \end{bmatrix}$ اگر درایه سطر اول و ستون سوم از درایه سطر سوم و ستون دوم ۵ واحد بزرگتر باشد، حاصل $\sum_{j=1}^4 a_{3j}$ کدام است؟

(۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۳۴ (۴) ۳۵

6. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ حاصل عبارت $\sum_{j=1}^3 a_{2j}$ چقدر از $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 a_{ij}$ کمتر است؟

(۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

M[atrix]_{m×n}

بیان درایه ها بر حسب i و j

M

7. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ اگر درایه واقع در سطر i ام و ستون j ام از رابطه $j - i^2 = a_{ij}$ به دست آید، مجموع درایه های ماتریس کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

8. در ماتریس $A = [2i - j^2]_{3 \times 3}$ اگر i شماره سطر و j شماره ستون باشد، مجموع درایه های واقع بر سطر دوم چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۴

فصل ۱ دوازدهم • ماتریس و کاربردها • ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

خرید آنلاین در gajmarket.com

9. ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ با کدام گزینه برابر است؟ [i شماره سطر و j شماره ستون]

- (1) $[i+j]_{2 \times 2}$ (2) $[i+j]_{2 \times 2}$ (3) $[2i-j]_{2 \times 2}$ (4) $[ij]_{2 \times 2}$

M[atrix]_{m×n}

(نوع ماتریس)



10. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ کدام درایه بالای قطر اصلی قرار دارد؟

- (1) a_{11} (2) a_{22} (3) a_{31} (4) a_{13}
11. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با فرض $a_{ij} = \begin{cases} i-j & ; i < j \\ i+j & ; i = j \\ ij & ; i > j \end{cases}$ مجموع درایه‌های ستون سوم چقدر است؟

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

12. در ماتریس $A = [4i-j]_{3 \times 3}$ اگر i شماره سطر و j شماره ستون باشد، مجموع درایه‌های زیر قطر اصلی کدام است؟

- (1) 25 (2) 28 (3) 12 (4) 15

13. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i-jx & ; i > j \\ ij & ; i = j \\ 2ix+j & ; i < j \end{cases}$ اگر مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی با مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی برابر باشد، مقدار x کدام است؟

- (1) 1 (2) -1 (3) صفر (4) 2

14. اگر $A = [i+j]_{1 \times 3}$ و $B = [i^2+j^2]_{2 \times 3}$ و ماتریس C به صورت $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس C کدام است؟

- (1) 23 (2) 15 (3) 16 (4) 24

15. اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ را به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 1 & ; i > j \\ i+j & ; i = j \\ 3 & ; i < j \end{cases}$ نشان دهیم، در ماتریس B مجموع درایه‌های قطر فرعی کدام است؟

- (1) 2 (2) 4 (3) 5 (4) 6

16. ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ باشد $a_{ij} = \begin{cases} 3 & ; i = j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases}$ یک ماتریس است.

- (1) قطری و غیر اسکالر (2) اسکالر غیر همانی
(3) قطری و همانی (4) همانی و غیر اسکالر
17. در ماتریس واحد درایه‌های برابر یک و درایه‌های خارج برابر صفر است.

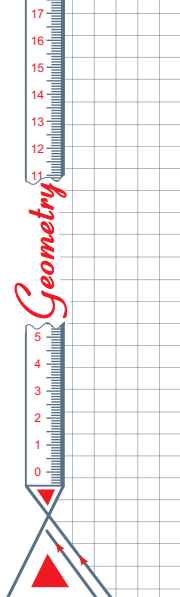
- (1) قطر اصلی - قطر اصلی (2) قطر اصلی - قطر فرعی
(3) قطر فرعی - قطر اصلی (4) قطر فرعی - قطر فرعی

18. درایه‌های در ماتریس قطری صفر باشد.

- (1) قطر اصلی - نمی‌تواند (2) قطر فرعی - باید
(3) خارج قطر اصلی - باید (4) خارج قطر فرعی - نمی‌تواند

19. ماتریس نوعی ماتریس است.

- (1) قطری - اسکالر (2) واحد - اسکالر
(3) اسکالر - واحد (4) قطری - واحد



301. اگر $A = [2i + j]_{2 \times 2}$ و i شماره سطر و j شماره ستون و $B = \begin{bmatrix} 1 & A \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس B کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۵۲ (۳) ۵۲ (۴) ۲

302. اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و ماتریس C به صورت $C = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر آخر و ستون آخر C کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۳۵ (۳) ۲۹ (۴) -۱۹

303. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A & B^{-1} \\ B & A^{-1} \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر اول و ستون اول C کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) -۱۲

304. در دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ اگر A ماتریس ضرایب مجهولات بوده و $B = \begin{bmatrix} A & A^{-1} \\ A^{-1} & A \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر اول و ستون چهارم ماتریس B کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۴۸ (۳) ۴۸ (۴) -۴۲

305. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ باشد و $B = \begin{bmatrix} A+I & A \\ A^{-1} & A-I \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر چهارم و ستون چهارم B کدام است؟

- (۱) ۷۷ (۲) -۱۱ (۳) ۱۱ (۴) -۷۷

306. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $AX = I$ باشد، دترمینان حاصل از حذف سطر دوم و ستون سوم ماتریس $B = \begin{bmatrix} X & I \\ I & A \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

307. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = [A \ A^{-1}]$ و $C = [0 \ 2 \ 1 \ 4]$ دترمینان ماتریس حاصل از حذف ستون چهارم ماتریس $D = \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) -۹

308. اگر $A = [i-j]_{2 \times 3}$ و $B = [i \ j]_{1 \times 3}$ و i شماره سطر و j شماره ستون باشد، دترمینان ماتریس مربعی $C = \begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) صفر

309. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، اختلاف دترمینان دو ماتریس $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ A & 2 & 3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 & A \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

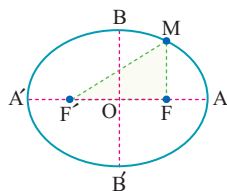


محاسبه سریع تر دترمینان های 3×3 با بسط حول یک سطر یا ستون خاص



310. اگر $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & a & 5 \end{vmatrix} = m - a \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) -۱۸ (۴) -۱۶



580. نقطه M روی بیضی به اقطار ۸ و ۱۰ واحد قرار دارد، اگر F و F' کانون‌های بیضی باشند، اندازه OM چقدر باشد تا مثلث MF'F قائم‌الزاویه باشد؟ ($\widehat{M}=90^\circ$)

۳ (۲)

۲ (۱)

$\sqrt{6}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

581. نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار گرفته که فاصله آن تا مرکز بیضی ۴ واحد است، اختلاف اندازه دو پاره خط MF و MF' کدام است؟

$2\sqrt{7}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)

$6\sqrt{2}$ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

582. اگر نقاط B (-۳, ۰) و C (۳, ۰) دو رأس از مثلث ABC با محیط ۱۶ باشد، در صورتی که $AH = 3/5$ باشد، برای رأس A چند نقطه با مختصات متمایز یافت می‌شود؟

۴ (۲) بیشمار

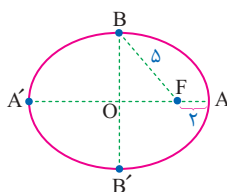
هیچ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



دورترین و نزدیک‌ترین‌های مهم در بیضی [فعالیت ۳ صفحه ۴۹ کتاب درسی]



583. در بیضی شکل مقابل طول قطر کوچک چقدر است؟

۱۰ (۲)

۴ (۱)

۶ (۴)

۸ (۳)

584. در یک بیضی اندازه قطر بزرگ و قطر کوچک به ترتیب ۸ و $4\sqrt{3}$ است، فاصله یک کانون از دورترین رأس بیضی کدام است؟

۸ (۲)

۶ (۱)

۵ (۴)

۷ (۳)

585. در بیضی مقابل حاصل ضرب بیش‌ترین و کم‌ترین فاصله نقاط بیضی از کانون F کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

$\sqrt{2}$ (۴)

۸ (۳)

586. در بیضی شکل مقابل نقطه F کانون بیضی است. مساحت مثلث رنگ شده چقدر است؟

۶۰ (۲)

۸ (۱)

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

587. در شکل مقابل F کانون بیضی است. اگر قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی به ترتیب ۴ و $2\sqrt{3}$ باشند، مساحت مثلث AFB چقدر است؟

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

588. در شکل مقابل F و F' کانون‌های بیضی هستند. کم‌ترین فاصله نقاط بیضی تا یک کانون بیضی کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۱/۵ (۳)

$\sqrt{2}$ (۴)

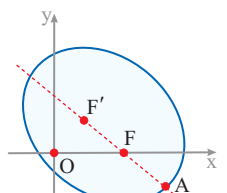
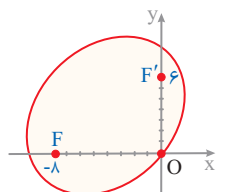
589. در بیضی شکل مقابل نقاط F (۷, ۰) و F' (۳, ۳) کانون و A (۱, -۳) یکی از رأس‌های بیضی است، در این بیضی اندازه کوچک‌ترین قطر کدام است؟

۱۰ (۲)

$5\sqrt{2}$ (۱)

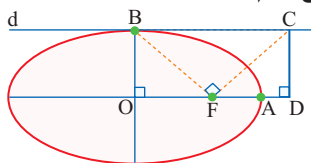
۵ (۴)

$10\sqrt{2}$ (۳)





655. در شکل زیر خط d در نقطه B بر بیضی مماس است، اگر F کانون بیضی و $\frac{AD}{AF} = 3$ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



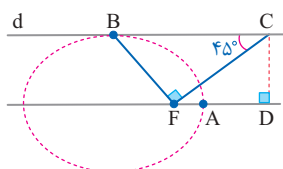
(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

656. در بیضی شکل زیر نقطه F کانون بیضی است و خط d در رأس ناکانونی بیضی بر بیضی مماس است، حاصل $\frac{AD}{AF}$ کدام است؟ (تمرین کتاب درسی)



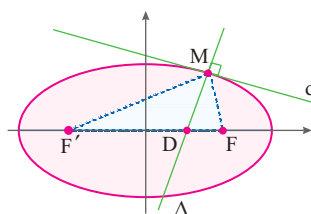
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

657. در شکل زیر نقاط F و F' کانون های بیضی هستند و خط d در نقطه M بر بیضی مماس است و خط Δ در M بر خط d عمود شده است. اگر خط Δ قطر بزرگ را در D قطع کند و $\frac{DF}{MF} = \frac{1}{3}$ و اندازه قطر کوچک بیضی $2\sqrt{2}$ باشد، اندازه قطر بزرگ بیضی کدام است؟



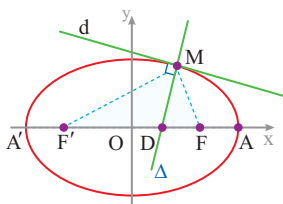
(۱) ۱

(۲) $1/5$

(۳) $2/5$

(۴) ۳

658. در بیضی شکل زیر خط d در نقطه M واقع بر بیضی بر آن مماس بوده و خط Δ در همان نقطه بر d عمود است و محور x ها را در D قطع کرده است. اگر $\frac{DF}{MF} = \frac{1}{3}$ بوده و محیط مثلث MFF' برابر ۲۴ باشد، بیضی محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می کند؟



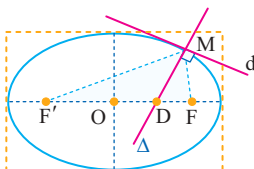
(۲) ۶

(۱) $6\sqrt{2}$

(۴) $6\sqrt{3}$

(۳) ۹

659. در مستطیل به اضلاع ۱۰ و ۸ بزرگ ترین بیضی ممکن به کانون های F و F' را قرار داده ایم. در نقطه M خط d را بر بیضی مماس کرده ایم و خط Δ در M بر d عمود شده و محور بیضی را در D قطع کرده حاصل $\frac{DF}{MF}$ کدام است؟



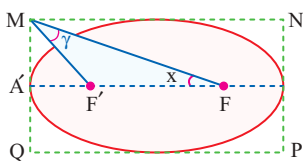
(۲) $0/4$

(۱) $0/3$

(۴) $0/6$

(۳) $0/8$

660. در بیضی مقابل خروج از مرکز برابر $\frac{1}{4}$ و اندازه قطر بزرگ برابر ۴ است، زاویه $\widehat{MFA'}$ کدام است؟



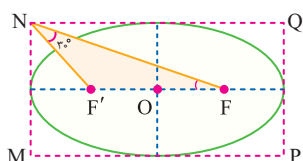
(۲) 60°

(۱) 30°

(۴) 75°

(۳) 45°

661. در شکل مقابل نقاط F و F' کانون های بیضی هستند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

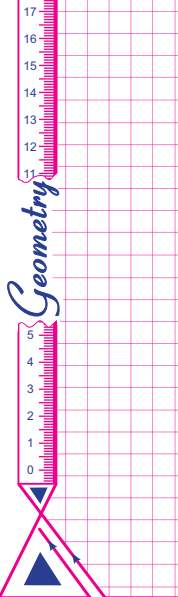


(۲) $\frac{1}{2}$

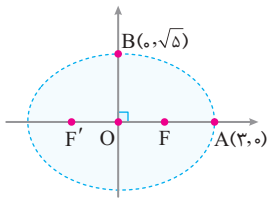
(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



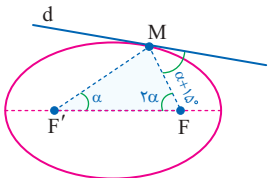
676. در بیضی زیر $B(0, \sqrt{5})$ یک سر قطر کوچک و $A(3, 0)$ یک سر قطر بزرگ بیضی و F و F' کانون‌های بیضی، دایره‌ای به مرکز F و به شعاع ۳ رسم کرده‌ایم. طول مماسی که از F' بر دایره رسم می‌شود، کدام است؟



- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) $\sqrt{5}$
(۳) $\sqrt{11}$ (۴) $\sqrt{3}$

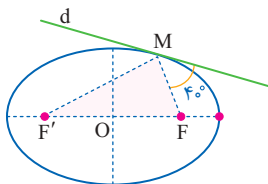


677. در شکل زیر خط d در نقطه M بر بیضی مماس است، α چقدر است؟



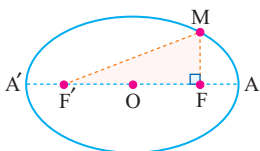
- (۱) 45° (۲) 30°
(۳) 40° (۴) 15°

678. در شکل زیر خط d بر بیضی مماس است. زاویه $\widehat{FMF'}$ چقدر است؟



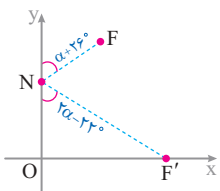
- (۱) 80° (۲) 90°
(۳) 100° (۴) 120°

679. در شکل مقابل اگر خط مماس بر بیضی در نقطه M با امتداد قطر بزرگ زاویه 35° بسازد، زاویه $\widehat{FMF'}$ چقدر است؟



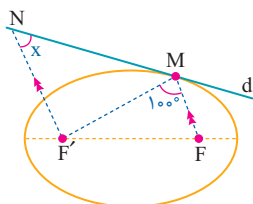
- (۱) 50° (۲) 60°
(۳) 80° (۴) 70°

680. یک بیضی به کانون‌های F و F' بر محور y ها مماس است، اگر N نقطه‌ای از محور y ها باشد که مجموع فواصل آن از دو کانون بیضی کم‌ترین مقدار را داشته باشد، زاویه $\widehat{FNF'}$ کدام است؟



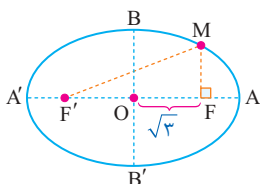
- (۱) 36° (۲) 48°
(۳) 42° (۴) 32°

681. در شکل مقابل F و F' کانون‌های بیضی هستند و $MF \parallel NF'$ اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه N چقدر است؟

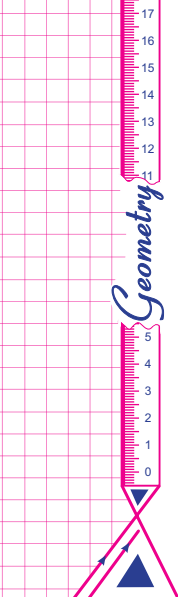


- (۱) 40° (۲) 45°
(۳) 50° (۴) 55°

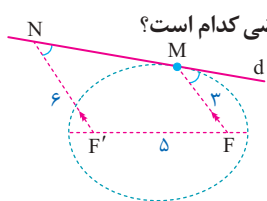
682. در شکل زیر اگر مجموع فاصله‌های نقطه M تا دو کانون بیضی برابر ۶ باشد، زاویه بین مماس بر بیضی در نقطه M و امتداد قطر بزرگ چقدر است؟



- (۱) 45° (۲) 30°
(۳) 60° (۴) 15°



683. در شکل مقابل خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر F و F' کانون‌های بیضی باشند، خروج از مرکز این بیضی کدام است؟



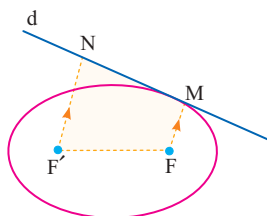
$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\frac{1}{9} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

684. در بیضی شکل مقابل خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر اندازه قطر کوچک و فاصله کانونی به ترتیب ۸، ۶ باشد و نیمسازهای چهار ضلعی رنگ شده هم‌مرس باشد، اندازه پاره خط MN کدام است؟



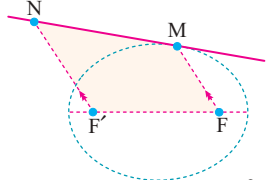
$$4 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$

685. در بیضی شکل زیر خط d در نقطه M بر بیضی مماس است و چهار ضلعی $FMNF'$ یک دوزنقه به ارتفاع ۴ و مساحت ۱۲ است، اندازه بزرگ‌ترین وتر بیضی کدام است؟



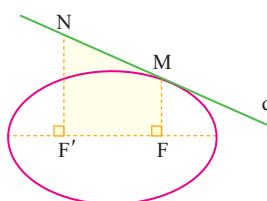
$$12 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$9 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

686. در بیضی به قطرهای ۸ و ۱۰ مطابق شکل خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اندازه پاره خط NF' کدام است؟



$$7/2 \quad (1)$$

$$5/6 \quad (2)$$

$$4/2 \quad (3)$$

$$6/8 \quad (4)$$

687. در تست فوق، مساحت چهار ضلعی $FMNF'$ کدام است؟

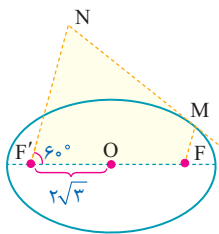
$$45 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

688. بیضی شکل زیر در رأس M بر ساق MN از دوزنقه $MFF'N$ مماس است. نقاط F و F' کانون‌های بیضی و نقطه O وسط ساق FF' از دوزنقه است. اگر طول بزرگ‌ترین وتر بیضی برابر ۸ باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟



$$12 \quad (1)$$

$$48 \quad (2)$$

$$12\sqrt{3} \quad (3)$$

$$24 \quad (4)$$



ویژگی بازتابندگی بیضی

689. بزرگ سالن بسیار بزرگ که سقف آن به شکل بیضی به کانون‌های F و F' است استاد کیهان کلهر در نقطه F' مستقر است و کمانچه می‌نوازد. در کدام نقطه از سالن صدا بهتر شنیده می‌شود؟



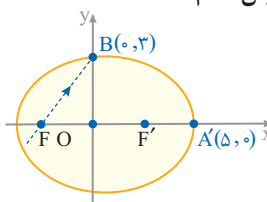
$$F \quad (2)$$

$$M \quad (1)$$

$$A \quad (4)$$

$$N \quad (3)$$

690. مطابق شکل یک شعاع نورانی بر بدنه داخلی یک آینه بیضی شکل به کانون‌های F و F' می‌تابد، معادله خط بازتابش کدام است؟



$$3x - 4y = 12 \quad (1)$$

$$4x - 3y = 12 \quad (2)$$

$$4x + 3y = 12 \quad (3)$$

$$3x + 4y = 12 \quad (4)$$



ضرب داخلی [درونی، عددی، نقطه‌ای، نزده‌ای، اسکالر]



930. اگر $a = (1, 2, 1)$, $b = (3, -1, -4)$ باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) ۳

931. اگر i و j بردارهای یک‌محوره‌ای مختصات باشند، حاصل $i \cdot j$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲

932. اگر i و j بردارهای یک‌محوره‌ای مختصات باشند، حاصل ضرب داخلی دو بردار $j - i$ و $i + k$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) صفر

933. اگر $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 1)$, $C(2, 5, -1)$ باشد، حاصل ضرب عددی دو بردار $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۶ (۴) -۶

934. مطابق شکل مقابل حاصل $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۳

935. به ازای کدام مقدار a حاصل ضرب نقطه‌ای دو بردار $a\vec{i} - 3\vec{j} + k$ و $2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ برابر -۳ است؟

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۳

936. حاصل ضرب داخلی دو بردار $a = (m, 5, 4)$ و $b = (3, 4, 0)$ با اندازه بردار کوچکتر برابر است، m کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۶ (۴) -۶

937. اگر $a = (1, 2, 1)$ و $b = (2, 1, 3)$ باشد، حاصل $a \cdot (a - b)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) -۲

938. اگر بردار $a = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ به صورت ترکیبی از بردارهای واحد محوره‌ای مختصات باشد، حاصل $a \cdot i + a \cdot j + a \cdot k$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۹ (۴) -۹

939. نقاط $A(1, 2, -1)$ و $B(-1, -2, 1)$ مفروض‌اند و نقطه C به گونه‌ای است که $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 10$ می‌باشد. فاصله نقطه C از مبدأ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) ۴

940. در مربع $ABCD$ به ضلع ۵ حاصل $\vec{AD} \cdot \vec{DB}$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) -۲۵ (۳) $12/5$ (۴) $-12/5$

941. در مستطیل $ABCD$ مطابق شکل اندازه اضلاع برابر ۳ و ۴ است. حاصل $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$ کدام است؟

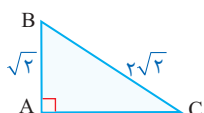
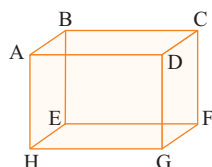
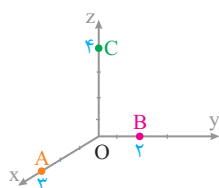
- (۱) -۷ (۲) -۹ (۳) ۹ (۴) ۷

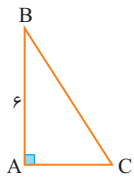
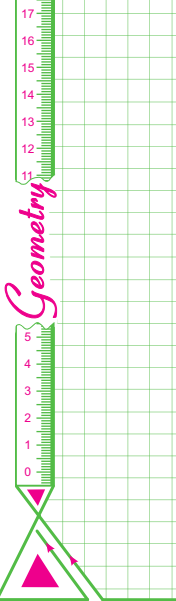
942. در مکعب شکل مقابل اندازه هر ضلع برابر ۳ است، حاصل $\vec{AG} \cdot \vec{HF}$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) ۱۸ (۳) صفر (۴) ۹

943. در مثلث قائم‌الزاویه ABC مطابق شکل حاصل $\vec{CA} \cdot \vec{BC}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۶ (۴) -۶





944. اگر در مثلث قائم الزاویه شکل مقابل $|\vec{AB}| = 6$ باشد، حاصل $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ کدام است؟

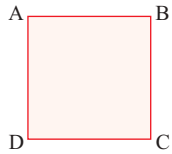
- (۱) ۳۶
(۲) -۶
(۳) -۳۶
(۴) -۱۸

945. حاصل ضرب داخلی دو بردار غیرصفر با اندازه‌های مساوی، برابر با مربع اندازه هر یک از دو بردار است. زاویه بین دو بردار چند درجه است؟

- (۱) صفر
(۲) 30°
(۳) 45°
(۴) 90°

946. اگر $a = (2, 2, 1)$, $b = (4, 1, -1)$ و زاویه دو بردار a و b برابر 120° باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

- (۱) -۱۲
(۲) ۶
(۳) -۶
(۴) ۱۲

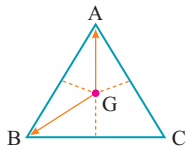


947. در مربع ABCD مطابق شکل اگر $A(3, 1, -1)$, $B(1, -1, 2)$ باشد، حاصل $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$ کدام است؟

- (۱) $-17\sqrt{2}$
(۲) $-6/5$
(۳) $6/5$
(۴) -17

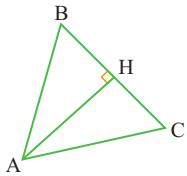
948. در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ حاصل $\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ چقدر است؟

- (۱) -۸
(۲) ۲۴
(۳) -۲۴
(۴) ۸



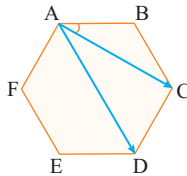
949. در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۶ اگر G محل تلاقی میانه‌ها باشد، حاصل $\vec{GA} \cdot \vec{GB}$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۱۲
(۳) -۱۲
(۴) -۶



950. در مثلث متساوی‌الاضلاع شکل مقابل به ضلع ۲ حاصل $\vec{AH} \cdot \vec{AH} + \vec{AH} \cdot \vec{AB} + \vec{AH} \cdot \vec{AC}$ چقدر است؟

- (۱) ۹
(۲) $9/4$
(۳) $9/2$
(۴) ۱۲

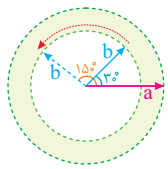


951. در شش ضلعی منتظم شکل مقابل اندازه اضلاع برابر $\sqrt{3}$ است، حاصل $\vec{AD} \cdot \vec{AC}$ کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) -۹
(۳) ۶
(۴) -۶

952. اگر اندازه دو بردار a و b ثابت باشد و زاویه آن‌ها از 30° به 150° افزایش یابد، ضرب داخلی دو بردار می‌یابد.

- (۱) مرتباً افزایش
(۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش
(۳) مرتباً کاهش
(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش



953. در کدام حالت زاویه دو بردار a و b بزرگتر است؟

- (۱) $a \cdot b = |a| |b|$
(۲) $a \cdot b = 0$
(۳) $a \cdot b = -|a| |b|$
(۴) $2a \cdot b = |a| |b|$



زاویه دو بردار



954. زاویه بین دو بردار $a = (1, 0, -1)$ و $b = (0, -1, 1)$ کدام است؟

- (۱) 30°
(۲) 60°
(۳) 90°
(۴) 120°

955. اگر $a = 2i + 3j + k$ و $b = i - j + k$ باشد، آنگاه کسینوس زاویه بین دو بردار a و b کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3/17}$
(۲) $-\sqrt{5/17}$
(۳) $\sqrt{3/17}$
(۴) $\sqrt{5/17}$

956. اگر زاویه بین بردارهای $a = (1, m, 0)$ و $b = (0, -1, -1)$ برابر 120° باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) -۱
(۳) ۱
(۴) ± 1

957. زاویه بردار $v = (1, 2, 2)$ با کدام بردار بزرگتر است؟

(1) $a = (1, 1, 1)$ (2) $b = (-1, 1, 1)$ (3) $c = (1, -1, 1)$ (4) $d = (1, -1, -1)$

958. در مکعب شکل مقابل طول هر ضلع برابر 2 است، زاویه دو بردار $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ کدام است؟

(1) 60° (2) 90° (3) 75° (4) 45°

959. زاویه دو بردار با مؤلفه‌های غیرمنفی واقع بر نیمسازهای صفحات XOY و XOZ کدام است؟

(1) 90° (2) 30° (3) 45° (4) 60°

960. بر روی دو بردار $\vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ متوازی الاضلاعی ساخته شده است. کسینوس زاویه بین دو قطارین متوازی الاضلاع کدام است؟

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

961. بردارهای $\vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ قطره‌های متوازی الاضلاع بنا شده بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند. کسینوس زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

962. نقطه $A(2, 1, 0)$, $B(3, -1, 2)$, $C(-1, 1, 3)$ رأس‌های مثلثی هستند. $\cos A$ کدام است؟

(1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

963. اگر نقاط $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, 0, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، زاویه رأس B از مثلث ABC کدام است؟

(1) 30° (2) 45° (3) 60° (4) 120°

964. اگر نقاط $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, -1)$, $C(1, 0, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، $\cos(B + C)$ کدام است؟

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

965. زاویه بردار $\vec{a} = \sqrt{2}\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ با جهت مثبت محور OY کدام است؟

(1) 120° (2) 60° (3) 30° (4) 150°

966. اگر زاویه بردار $\vec{a} = (1, m, -1)$ با جهت مثبت محور OX برابر 60° باشد، زاویه آن با جهت مثبت محور OZ کدام است؟

(1) 135° (2) 45° (3) 60° (4) 120°

967. نقطه O مبدأ مختصات و $\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{OB} = -\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$ مفروض هستند. اگر $\vec{AM} = -\frac{3}{4}\vec{AB}$ باشد، کسینوس زاویه بردار $\vec{OM}$ با محور Y ها کدام است؟

(1) $-\frac{2}{5}$ (2) $-\frac{2}{7}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{7}$



ویژگی‌های ضرب داخلی-اتحادها



968. اگر $\vec{a} = (2, 2, 1)$, $|\vec{b}| = 4$ و زاویه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 60° باشد، حاصل $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}$ کدام است؟

(1) 10 (2) -10 (3) 6 (4) -6

969. اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار و θ زاویه منفرجه بین دو بردار، $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 10$, $\sin \theta = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$ کدام است؟

(1) 9 (2) -9 (3) -6 (4) 6

970. اگر $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{a}| = 2\sqrt{6}$ ، اندازه بردار $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟

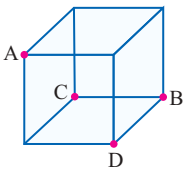
(1) 3 (2) 4 (3) 6 (4) 7

971. اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار با اندازه 2 و 3 و زاویه بین آن‌ها 60° باشد، اندازه مجموع دو بردار کدام است؟

(1) $\sqrt{17}$ (2) $\sqrt{19}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{5}$

972. اگر $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$ و $|\vec{a}| = 2$ و زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 120° باشد، $|\vec{b}|$ کدام است؟

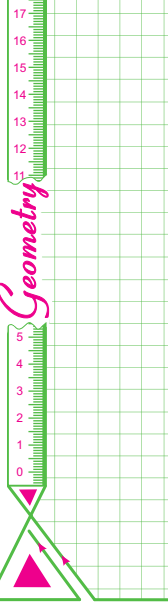
(1) 1 (2) 3 (3) 5 (4) 4



(خارج - 92)

(داخل - 93)

(خارج - 94)



(خارج - ۸۶)

973. اگر $|a+b| = |a-b| = 2|b|$ ، آنگاه $a \cdot b =$ ؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$

974. اگر a و b دو بردار باشند به طوری که $|a| = 2$ و $|b| = 3$ و زاویه بین a و b برابر 60° باشد، اندازه بردار $a - 2b$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{7}$ (۲) $2\sqrt{13}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) ۶

975. اگر زاویه بین دو بردار a و b برابر 120° و $|a| = 7$ بوده و $|b|$ نامعلوم باشد، اندازه بردار $v = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{3}$

976. اگر $|a-b| = |a| = |b|$ باشد، زاویه بین دو بردار a و b کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 60° (۳) 90° (۴) 120°

977. زاویه بین دو بردار a و b چقدر باشد تا بردار $3a + 4b$ هم یک باشد؟ [برداری که اندازه آن برابر یک باشد را بردار یک می‌نامند.]

- (۱) 90° (۲) 60° (۳) 0° (۴) 180°

978. اگر اندازه دو بردار a و b به ترتیب ۱ و ۲ و زاویه بین آن‌ها 120° باشد، اندازه بردار $V = |a|b - |b|a$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $6\sqrt{2}$

979. اگر زاویه دو بردار هم اندازه a و b برابر 60° و اندازه برآیند آن‌ها برابر $3\sqrt{3}$ باشد، اندازه تفاضل آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

980. اگر برآیند دو بردار هم اندازه برابر با اندازه هریک از بردارها باشد، زاویه این دو بردار کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 30° (۳) 120° (۴) 90°

981. اگر اندازه بردارهای a و b به ترتیب ۳ و ۵ و اندازه برآیند این دو بردار برابر با $4\sqrt{2}$ باشد، اندازه تفاضل دو بردار کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{34}$ (۳) ۶ (۴) ۲

982. اندازه قطره‌های یک متوازی‌الاضلاع ۴ و ۶ است. اگر ضلع کوچک متوازی‌الاضلاع برابر ۱ واحد باشد، ضلع بزرگتر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

983. اگر $|a-b| < |a+b|$ باشد، زاویه دو بردار a و b کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 35° (۲) 57° (۳) 90° (۴) 107°

984. اگر $|a-b| = |a+b|$ باشد، زاویه دو بردار a و b کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 30° (۳) 90° (۴) 120°

985. در شکل مقابل، اندازه بردارهای a, b, c, d به ترتیب ۲، ۱، ۱، ۱ می‌باشد. حاصل $a \cdot b + c \cdot d$ برابر کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

986. در شکل روبه‌رو، اندازه بردارهای a, b, c به ترتیب ۳، ۵، ۶ است. حاصل ضرب داخلی دو بردار a و b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

987. در شکل روبه‌رو اندازه‌های بردارهای a, b, c به ترتیب ۴، ۶، ۸ است. حاصل $a \cdot (a + c)$ کدام است؟

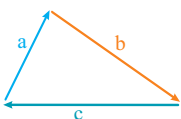
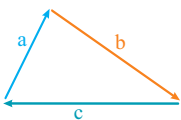
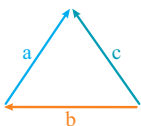
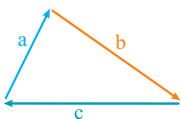
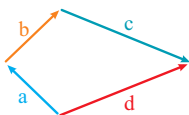
- (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴) ۴۰

988. اگر a, b, c سه بردار با طول‌های ۳، ۵، ۶ مطابق شکل باشند، حاصل $a \cdot b + a \cdot c$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳) -۲۵ (۴) ۲۵

989. اگر a, b, c سه بردار با طول‌های ۴، ۳، ۵ مطابق شکل باشند، حاصل $a \cdot b + a \cdot c - b \cdot c$ کدام است؟

- (۱) -۲۳ (۲) -۷ (۳) ۷ (۴) ۲۳



990. اگر $a = (1, 1, 2)$ و $b = (-1, 2, 1)$ باشد، حاصل $(a + b) \cdot (a - b)$ کدام است؟

- (1) -3 (2) 3 (3) -1 (4) صفر

991. اگر بردارهای $a + b$ و $a - b$ هردو بر بردار c عمود و سه بردار هم صفحه باشند و $|a| = 4$ و $|b| = 3$ حاصل $(a - b) \cdot (a + b)$ چقدر است؟

- (1) -7 (2) 7 (3) 1 (4) 2

992. در متوازی الاضلاع شکل مقابل، طول اضلاع 3 و 4 است. حاصل $\vec{AC} \cdot \vec{DB}$ کدام است؟

- (1) 7 (2) -7 (3) 25 (4) -25

993. سه بردار a, b, c با اندازه 3, 4, 7 واحد، مطابق شکل مفروض اند، مقدار $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ کدام است؟

- (1) -37 (2) 19 (3) 37 (4) -19

994. اگر a, b, c سه بردار به طول های 1, 2, 3 باشند، به طوری که $a + b + c = 4i - j + k$ آنگاه $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$ کدام است؟

- (1) -2 (2) 2 (3) -4 (4) 4

995. اگر $|a| = 2, |b| = 3, |c| = 6$ و $a \cdot b = a \cdot c = b \cdot c = 0$ باشد، اندازه $a - b + c$ کدام است؟

- (1) 1 (2) 5 (3) 7 (4) 9

996. اگر b و c بردارهای واحد باشند به طوری که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ حاصل $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$ کدام است؟

- (1) صفر (2) -1 (3) $-\frac{2}{3}$ (4) $-\frac{3}{2}$

997. اگر a, b, c سه بردار با اندازه های 3, 6, 7 مطابق شکل باشند، حاصل $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$ کدام است؟

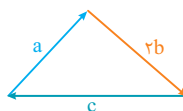
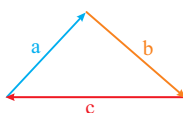
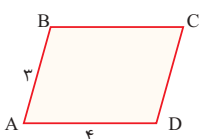
- (1) -19 (2) -29 (3) -31 (4) -28

998. اگر a, b, c سه بردار واحد باشند به طوری که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ حاصل $a \cdot (2b - c)$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{3}{2}$ (3) $-\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{2}$

999. اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ و اندازه هر سه بردار a, b, c برابر 2 باشد، حاصل $|a - 2c|$ کدام است؟

- (1) $\sqrt{22}$ (2) $\sqrt{26}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{7}$



شرط عمود بودن دو بردار



1000. بردار $i - j$ بر بردار عمود است.

- (1) $i + k$ (2) $j - k$ (3) $i + j$ (4) $i - k$

1001. بردار $v = (2, 3, -1)$ بر کدام بردار عمود است؟

- (1) $a = (1, 2, 1)$ (2) $b = (2, 1, 7)$ (3) $c = (1, 2, -7)$ (4) $d = (1, 2, 7)$

1002. دو بردار $a = (1, m, 3), b = (-1, 2, 5)$ بر هم عمودند، مقدار m کدام است؟

- (1) 6 (2) -7 (3) 7 (4) -6

1003. اگر $a = (1, m, 2), b = (3, 2, -4)$ و بردار $a + b$ بر بردار b عمود باشد، مقدار m کدام است؟

- (1) -12 (2) 12 (3) -8 (4) 8

1004. اگر $a = (2, m, -2), |b| = \sqrt{11}$ و بردارهای $2b + a$ و $2b - a$ بر هم عمود باشند، مقدار m کدام است؟

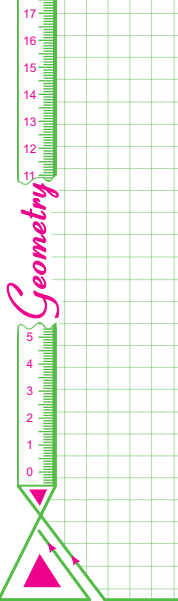
- (1) 6 (2) 4 (3) 6 (4) 3

1005. سه بردار $V_1 = (1, -1, a), V_2 = (2, b, 1), V_3 = (c, 3, 2)$ دو به دو عمود بر هم هستند. مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8

1006. اگر زاویه بین دو بردار a و b برابر 120° بوده و $2a + b$ عمود بر a باشد، حاصل $\frac{|a|}{|b|}$ کدام است؟

- (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$



1007. اگر a و b دو بردار هم‌اندازه بوده و $a + 2b$ و $a - 4b$ بر هم عمود باشند، زاویه بین a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

(داخل - ۸۶)

1008. در کدام حالت حاصل ضرب عددی بردار غیرصفر a در مجموع دو بردار غیرصفر X و Y صفر نمی‌باشد؟

- (۱) بردار X قرینه بردار Y
(۲) بردار a فقط بر یکی از دو بردار X یا Y عمود
(۳) سه بردار دویه دو عمود بر هم
(۴) بردار a بر صفحه دو بردار X و Y عمود

1009. اگر a, b, c سه بردار غیرهم‌اندازه با طول‌های ۲, ۳, ۵ و بردار c بر صفحه شامل دو بردار a و b عمود و بردار b بر صفحه شامل a و c عمود باشد، حاصل $a \cdot (b - c)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -10 (۳) ۶ (۴) -4

1010. دو بردار $V_1 = (1, 2, 3)$ و $V_2 = (a, 2a, 5)$ اضلاع یک مستطیل هستند، مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) $7\sqrt{5}$ (۳) $14\sqrt{5}$ (۴) $14\sqrt{10}$

1011. دو بردار $a = (4, 5, n)$ و $b = (2, m, 3)$ اضلاع قائم یک مثلث قائم‌الزاویه هستند. کدام یک از اعداد زیر می‌توانند m و n باشند؟

- (۱) $m = n = 1$ (۲) $m = n = -1$ (۳) $m = n = -2$ (۴) $m = n = 2$

1012. اگر نقاط $A(1, 1, 3)$, $B(m-1, 2, 4)$, $C(2, 0, 2)$ رئوس مثلث ABC باشند که در رأس A قائمه است، $\cos B$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

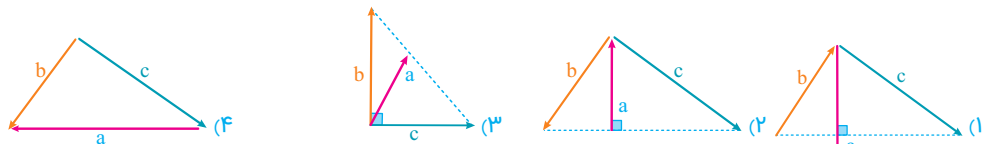
1013. اگر سه بردار به تصاویر $V_1 = (2, a, 1)$, $V_2 = (b, 2, 4)$, $V_3 = (2, 1, c)$ یال‌های یک مکعب مستطیل باشند، حجم آن کدام است؟ (خارج - ۹۰)

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۲ (۴) ۴۵

1014. اگر a, b, c سه بردار غیرصفر و زاویه بین b و c برابر 30° باشد، $a \cdot b = a \cdot c$ باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری قطعاً درست است؟

- (۱) $b = c$ (۲) $a \parallel (b - c)$ (۳) $a = b - c$ (۴) $a \perp (b - c)$

1015. سه بردار a, b, c نامساوی و غیرصفر هستند. در کدام یک از شکل‌های زیر $a \cdot b = a \cdot c$ می‌باشد؟



1016. اگر a, b, c سه بردار غیر صفر بوده و $a = (m, 1, 2)$ و $b - c = (1, -2, 3)$ باشد، به ازای کدام مقدار m رابطه $a \cdot b = a \cdot c$ بین سه بردار برقرار است؟

- (۱) ۴ (۲) -4 (۳) -2 (۴) ۲

V نامساوی کوشی-شوارتز

1017. اگر $-3 = -2x + y + 2z$ باشد، کم‌ترین مقدار $x^2 + y^2 + z^2$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۱

1018. اگر $x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ باشد، حداکثر $2x + 6y + \sqrt{3}z$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۵

1019. اگر $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 12$ باشد، حداکثر عبارت $(\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3})^2$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۱۶

1020. اگر $a = (x, y, z)$ و $b = (2, 1, 2)$ و حاصل ضرب داخلی آن‌ها برابر باشد، کم‌ترین مقدار برای $x^2 + y^2 + z^2$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

1021. اگر $12 = 2x - y + 3z$ باشد، به ازای کدام مقدار y عبارت $x^2 + y^2 + 9z^2$ حداقل می‌شود؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳



تصویر بردار بر بردار



1022. تصویر قائم بردار $a = (0, -3, 6)$ روی امتداد بردار $b = (2, -1, -2)$ کدام است؟

- (۱) $(2, -1, -2)$ (۲) $(-2, 1, 2)$ (۳) $(4, -2, -4)$ (۴) $(2, 3, -1)$

1023. اگر $A(1, 2, 3), B(2, 4, 0), C(4, 6, -1)$ سه نقطه در فضا باشند، تصویر بردار $\vec{AB}$ بر $\vec{BC}$ کدام است؟

- (۱) $(4, 4, -2)$ (۲) $(2, 2, -1)$ (۳) $(6, 6, -2)$ (۴) $(-2, -2, 1)$

1024. اگر $a = 2i + j - k, b = 2i + k, c = -i + j - k$ باشد، تصویر بردار a بر راستای $b + c$ کدام است؟

- (۱) $2i + 2j$ (۲) $2i - 2k$ (۳) $2i - 2j$ (۴) $2j - 2k$

1025. تصویر بردار $a = (3, 2, -1)$ بر بردار $b = 5j$ کدام است؟

- (۱) $5j$ (۲) $2j$ (۳) $3i - j$ (۴) $3i - k$

1026. اگر $A(1, 2, 3), B(3, 1, 1), C(3, 1, 4)$ باشد، تصویر بردار $\vec{AB}$ بر بردار $\vec{BC}$ کدام است؟

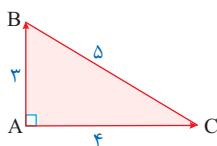
- (۱) $2k$ (۲) $-2k$ (۳) $i - j$ (۴) $i - k$

1027. اگر $a = (-1, 2, 0), b = (3, 4, m), c = (n, -8, 2)$ و اندازه تصویر بردار a بر بردار $b + c$ برابر با اندازه بردار a باشد، $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۲

1028. در مثلث ABC مطابق شکل اندازه تصویر بردار $\vec{AB}$ بر بردار $\vec{AC}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) نامشخص (۴) صفر



1029. تصویر قائم بردار $a = (2, -1, 5)$ روی برداری که با جهت مثبت محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، کدام است؟

- (۱) $(1, 1, 1)$ (۲) $(2, 2, 2)$ (۳) $(-1, -1, -1)$ (۴) $(3, 3, 3)$

1030. اندازه تصویر بردار $a = (1, 2, 2)$ بر بردار $b = (2, 1, 2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۸

1031. اندازه تصویر بردار $a = (1, 2, -3)$ روی راستای خط D به معادلات $D: (x=4, y=5)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

1032. اگر نقاط $A(1, 1, 1), B(2, 1, 2), C(3, 2, 2)$ سه رأس مثلث ABC باشند و ارتفاع مثلث باشد، طول پاره خط BH کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1033. اندازه کوتاه‌ترین ارتفاع متوازی‌الاضلاع بنا شده بر بردارهای $a = (1, 2, 1)$ و $b = (2, 1, 2)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

1034. اگر تصویر بردار a روی بردار b به صورت $a' = (2, 1, -1)$ باشد، تصویر بردار a روی $-3b$ کدام است؟

- (۱) $(2, 1, -1)$ (۲) $(-6, -3, 3)$ (۳) $(6, 3, -3)$ (۴) $(-2, -1, 1)$

1035. اگر تصویر بردار a روی بردار b به صورت $a' = (1, -2, 1)$ باشد، تصویر بردار $-2a$ روی بردار $3b$ کدام است؟

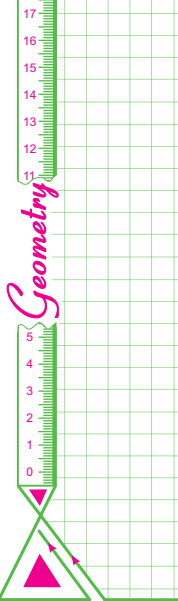
- (۱) $(1, -2, 1)$ (۲) $(-1, 2, -1)$ (۳) $(-2, 4, -2)$ (۴) $(2, -4, 2)$

1036. زاویه دو بردار a, b برابر 130° است، اگر a' تصویر بردار a در امتداد بردار b باشد، زاویه بین دو بردار a, a' کدام است؟

- (۱) 40° (۲) 50° (۳) 130° (۴) 30°

1037. اگر a' تصویر بردار a در امتداد بردار b باشد، حاصل $a \cdot a'$ کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۳



1038. اگر a' تصویر بردار $a = -j + k$ در امتداد بردار $b = i + j$ باشد، زاویه بین بردارهای a و a' کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 120° (۳) صفر (۴) 180°

1039. اگر زاویه بین دو بردار a و b برابر 48° بوده و b' تصویر بردار b در امتداد a باشد، زاویه بردار a با $b' - b$ کدام است؟

- (۱) 42° (۲) 48° (۳) 24° (۴) 90°

1040. اگر تصویر قائم بردار $a = 2i - j + k$ بر بردار b را c بنامیم، حاصل $a \cdot b - b \cdot c$ کدام است؟

- (۱) -6 (۲) 6 (۳) $\sqrt{6}$ (۴) صفر

1041. اگر $a' = (1, m, 2)$ تصویر بردار a بر راستای بردار b باشد و $|a| = 3$ باشد، حداکثر مقدار ممکن برای m کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 1 (۴) 4

1042. اگر $a' = (1, 2, 1)$ تصویر بردار a روی بردار b باشد، حاصل $a \cdot a'$ کدام است؟

- (۱) 36 (۲) 6 (۳) $\sqrt{6}$ (۴) نامشخص

1043. اگر $a' = (-1, 2, 2)$ تصویر بردار $a = (m, 1, -3)$ روی بردار b باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) -13 (۲) 5 (۳) 13 (۴) -5

1044. در مثلث ABC مطابق شکل اگر حاصل ضرب داخلی بردارهای $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ برابر ۹ باشد، اندازه وتر AC کدام است؟

- (۱) 16 (۲) $\sqrt{10}$ (۳) 4 (۴) 10

1045. کدام گزینه می‌تواند تصویر بردار $a = (3, 2, 5)$ بر بردار مفروض b باشد؟

- (۱) $(2, 1, 2)$ (۲) $(6, 2, 1)$

- (۳) $(4, -2, -2)$ (۴) $(4, 2, 4)$

1046. با توجه به شکل مقابل، حاصل عددی کدام گزینه بزرگتر است؟

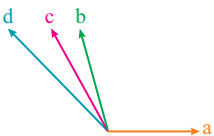
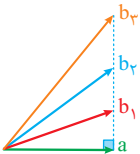
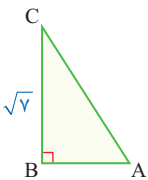
- (۱) $a \cdot b_1$ (۲) $a \cdot b_2$

- (۳) $a \cdot b_3$ (۴) هر سه یکسان

1047. در شکل زیر حاصل ضرب داخلی کدام دو بردار از سایرین بزرگتر است؟

- (۱) $a \cdot b$ (۲) $a \cdot c$

- (۳) $a \cdot d$ (۴) هر سه یکسان



ضرب خارجی [ضرب برداری - ضرب بیرونی]



1048. اگر $a = (1, 2, -1)$ و $b = (3, 1, -1)$ آنگاه اندازه تصویر $a \times b$ روی محور oy چقدر است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 6

1049. اگر $a = 2i + 2j + k$ و $b = i + 2k$ آنگاه اندازه بردار $a \times b$ کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7

1050. اگر $a = (2, x, -1)$, $b = (y, 2, 1)$, $a \times b = (5, z, 1)$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) 2 (۴) -2

1051. اگر $a = (3, y, z)$, $b = (1, 1, 5)$, $a \times b = (x, -11, 1)$ باشد، حاصل $a \cdot (a - b)$ کدام است؟

- (۱) 4 (۲) -4 (۳) 8 (۴) -8

1052. اگر $a = 2i - j - k$, $b = j + 3k$, $c = 4i - k$ باشد، اندازه تصویر $a \times b$ روی c کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 1 (۴) 4



1053. اگر $a = i - j + k$ و $b = 2i + j + k$ باشند، حاصل $a \times (b \times a)$ کدام است؟

- (۱) $(4, 5, 1)$ (۲) $(-4, 5, 1)$ (۳) $(-3, 4, 1)$ (۴) $(4, -5, 1)$

1054. اگر $u = (a, 1, -2)$, $v = (2, b, -2)$, $u \times v = (c, 2, 10)$ باشد، بردار $u \times (u \times v)$ با کدام بردار موازی است؟

- (۱) $i + 3j$ (۲) $i - 3j$ (۳) $3i - j$ (۴) $3i + j$

1055. اگر $a = i - 2k$, $b = 3i + j - k$, $c = i + j + 3k$ باشد، طول تصویر قائم بردار $b \times (a \times c)$ روی محور y ها کدام است؟

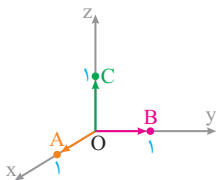
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۷ (۴) ۳

1056. اگر i, j, k بردارهای واحد باشند، حاصل $i \times (k \times i) + j \times (i \times j)$ کدام است؟

- (۱) $k + j$ (۲) $k + i$ (۳) $i + j$ (۴) $i - j$

1057. در شکل مقابل حاصل $(\vec{OA} \times \vec{OB}) \times (\vec{OB} \times \vec{OC})$ کدام است؟

- (۱) $-i$ (۲) j (۳) i (۴) k



(داخل - ۹۱)

1058. اگر i, j, k بردارهای واحد باشند، حاصل $(i \times (i \times j)) \times k$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-k$ (۳) j (۴) $-i$

1059. اگر i, j, k بردارهای واحد باشند، حاصل $((i \times j) \times k) \cdot (k \times i)$ کدام است؟

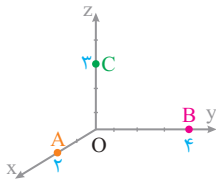
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -1 (۴) k

1060. اگر i, j, k بردارهای واحد باشند، حاصل $i \times (j \times k + i) + j \times (i \times k + i)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $-k$ (۴) k

1061. در شکل مقابل حاصل $(\vec{OA} \times \vec{OB}) \times \vec{OC}$ کدام است؟

- (۱) $12k$ (۲) 12 (۳) $12i$ (۴) 0



1062. عبارت $a \times b + b \times c$ با کدام یک از گزینه‌ها حاصل یکسانی دارد؟

- (۱) $b \times (a + c)$ (۲) $b \times (a - c)$ (۳) $b \times (c - a)$ (۴) $(c + a) \times b$

1063. اگر $a = (2, 1, 0)$ و $b = (-1, 0, 2)$ باشد، حاصل $a \times (b - a)$ کدام است؟

- (۱) $(-2, -4, 1)$ (۲) $(-2, 4, 1)$ (۳) $(2, 4, 1)$ (۴) $(2, -4, 1)$

1064. اگر a, b, c سه بردار غیر صفر باشند، حاصل $a \times (a - b - c) + b \times (b - a - c) + c \times (c - a - b)$ برابر با است.

- (۱) $b \times (a + c)$ (۲) $(a + b) \times c$ (۳) $a \times (b + c)$ (۴) $c \times (a + b)$

1065. اگر $a = (m, 1, -2)$ و $b - c = (2, -m, 1)$ داشته باشیم $a \cdot b = a \cdot c$ حاصل $b \times a + a \times c$ کدام است؟

- (۱) $(3, 6, 6)$ (۲) $(3, -2, 6)$ (۳) $(-3, -6, -6)$ (۴) $(3, 6, 2)$



1066. بردار عمود بر دو بردار $a = i + j$ و $b = i - k$ کدام است؟

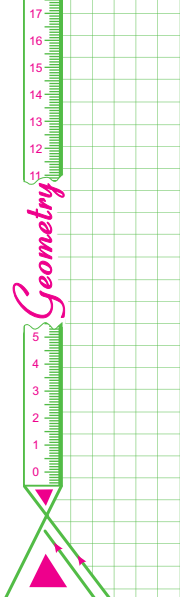
- (۱) $i - j + k$ (۲) $i + j - k$ (۳) $-i + j + k$ (۴) $i + j + k$

1067. کدام گزینه در مورد بردار $(c \times a) \times b$ صحیح است؟

- (۱) موازی a (۲) موازی b (۳) عمود بر a (۴) موازی صفحه شامل a و c

1068. در کدام حالت حاصل ضرب خارجی بردار غیر صفر a در تقاض دو بردار غیر صفر X و Y الزاماً صفر نمی باشد؟

- (۱) بردار X و Y برابر باشند. (۲) بردار a با هر دو بردار X و Y موازی باشد. (۳) بردار a موازی صفحه شامل X و Y (۴) حاصل ضرب خارجی بردار a در هر دو بردار X و Y یکسان باشد.



1069. دو بردار $a = (2, 3, 1)$ و $b = (2, 4, -1)$ مفروض اند، حاصل $(3a - 7b) \cdot (a \times b)$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) 2 (۳) صفر (۴) -1

1070. اگر $a = (m, 3, -1)$ و $b = (1, 4, 2)$ باشد، تساوی $(a \times b) \cdot (2a - b) = 2$ به ازای کدام مقدار m برقرار است؟

- (۱) $m = 2$ (۲) $m = -1$ (۳) $m \in \mathbb{R}$ (۴) $m \in \emptyset$

1071. دو بردار $a = (3, 4, 2)$ و $b = (-1, m, 2)$ مفروض اند. به ازای کدام مقادیر m حاصل $(a - b) \cdot (a \times b)$ غیر صفر است؟

- (۱) $m = -2$ (۲) $m = \pm 2$ (۳) هیچ مقدار m (۴) هر عدد حقیقی m



اندازه ضرب خارجی



1072. اگر اندازه حاصل ضرب خارجی دو بردار با حاصل ضرب اندازه‌های دو بردار برابر باشد، زاویه دو بردار کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

1073. اگر اندازه حاصل ضرب خارجی دو بردار عمود برهم، ۲ برابر اندازه یکی از آن‌ها باشد، اندازه دیگری کدام است؟

- (۱) 4 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 2 (۴) $\sqrt{3}$

1074. اگر $a \times b = (1, 2, 2)$ باشد، اندازه بردار $(4a + b) \times (a - 2b)$ کدام است؟

- (۱) 81 (۲) 36 (۳) 18 (۴) 27

1075. اگر $(a + b) \times (a - b) = (2, 0, 4)$ باشد، اندازه بردار $a \times b$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{7}$

1076. اگر a, b دو بردار و $|a| = 2, |b| = 3$ و زاویه دو بردار a, b برابر 60° باشد، اندازه بردار $a \times b + a$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{29}$ (۲) $\sqrt{31}$ (۳) $\sqrt{33}$ (۴) $\sqrt{30}$

1077. اگر زاویه بین دو بردار غیر صفر a و b را θ فرض کنیم، به ازای کدام مقدار θ رابطه $|a \times b| < a \cdot b$ صحیح نیست؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{5}$

1078. اگر $|a \times (a + b)| = \sqrt{3}$ و $(b + a \times b) \cdot a$ باشد، زاویه a و b چقدر است؟

- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 30° (۴) 90°

1079. حاصل عبارت $(a \cdot b) - (a \cdot b)(b \cdot b)$ برابر کدام است؟

- (۱) $(a \times b) \cdot (b \times a)$ (۲) صفر (۳) $|a + b|^2$ (۴) $|a \times b|^2$

1080. بردارهای a و b که زاویه بین آن‌ها حاده است، مفروض اند. اگر $|a| = 3, |b| = 26, |a \times b| = 72$ باشد، حاصل $a \cdot (a + b)$ کدام است؟

- (۱) 81 (۲) 33 (۳) 39 (۴) 75

1081. اگر a و b دو بردار با اندازه‌های ۲ و ۵ باشند و $|a + b| = 3\sqrt{5}$ باشد، حاصل $|a \times b|$ کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 3 (۳) 12 (۴) 8

1082. اگر $|a + b| = |a \times b|$ بوده و a و b دو بردار یک‌ه باشند، مقدار $a \cdot b$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) صفر (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

1083. زاویه بین دو بردار a و b کمتر از 90° است. اگر $|a| = 6, |b| = 5, |a \times (a + b)| = 18$ حاصل $a \cdot (a + b)$ کدام است؟ (داخل - ۸۵)

- (۱) 54 (۲) 56 (۳) 60 (۴) 64

1084. زاویه بین دو بردار a و b بزرگتر از 90° است. اگر $|a| = 4, |b| = 5, |a \times (a - b)| = 16$ باشد، اندازه تفاضل دو بردار a و b کدام است؟

- (۱) 9 (۲) $\sqrt{71}$ (۳) $\sqrt{65}$ (۴) 3

2137. کدام تبدیل شیب خط را لزوماً حفظ نمی‌کند ولی جهت شکل و اندازه زاویه را ثابت نگه می‌دارد؟

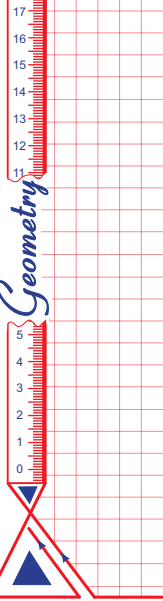
- (۱) دوران (۲) تجانس (۳) انتقال (۴) بازتاب

Lesson . 2

صفحه ۵۷ تا ۶۰ هندسه یازدهم

کاربرد تبدیل‌ها

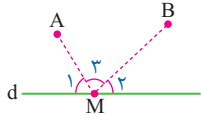
درس دوم



مسئله هرون



2138. در شکل زیر اگر نقطه M طوری روی خط d قرار گرفته باشد که، $MA + MB$ کم‌ترین مقدار ممکن باشد، کدام گزینه درست است؟



$$\widehat{M}_r = 2\widehat{M}_r \quad (2)$$

$$\widehat{M}_1 + \widehat{M}_r = \widehat{M}_r \quad (1)$$

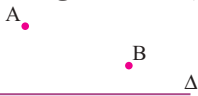
$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_r \quad (4)$$

$$\widehat{M}_r = 2\widehat{M}_1 \quad (3)$$

2139. در صفحه خط d و دو نقطه A و B در یک طرف خط مفروض اند. برای یافتن نقطه‌ای بر روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطه A و B کم‌ترین مقدار را داشته باشند، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) بازتاب (۲) تجانس (۳) دوران (۴) انتقال

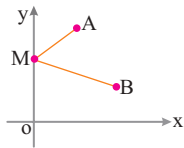
2140. در شکل زیر برای رسم مثلث ABC که رأس C از آن روی خط Δ باشد و محیط مثلث حداقل مقدار ممکن باشد، کدام تبدیل به کار می‌رود؟



- (۱) بازتاب (۲) تجانس (۳) انتقال (۴) دوران

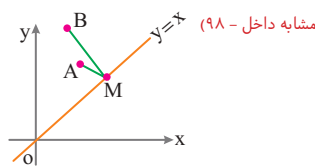
2141. نقاط $A|_5$ و $B|_3$ در صفحه محورهای مختصات مفروض اند، نقطه M روی محور y می‌لغزد، کم‌ترین اندازه خط شکسته AMB کدام است؟

(مشابه داخل - ۹۸)



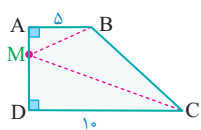
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

2142. نقاط $A|_4$ و $B|_6$ در صفحه مختصات مفروض اند، نقطه M روی نیمساز ناحیه اول می‌لغزد، کم‌ترین اندازه خط شکسته AMB کدام است؟



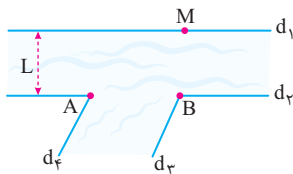
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۱۰

2143. در دوزنقه قائم شکل مقابل طول ساق قائم ۸ و قاعده‌ها ۵ و ۱۰ هستند. نقطه M روی ساق قائم می‌لغزد، کم‌ترین طول خط شکسته BMC کدام است؟



- (۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

2144. می‌خواهیم کنار رودخانه‌ها سه اسکله بسازیم، جای دو اسکله A و B مطابق شکل مشخص است، برای پیدا کردن جایگاه اسکله M که قایق‌ها



هنگام طی مسیر MABM کوتاه‌ترین مسیر را طی کنند، کدام تبدیل مناسب است؟

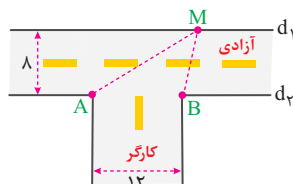
(۱) انتقال به اندازه بردار L

(۲) دوران 180° حول نقطه B

(۳) تجانس با نسبت ۱ - نقطه A نسبت به نقطه B

(۴) بازتاب نقطه A نسبت به خط d1

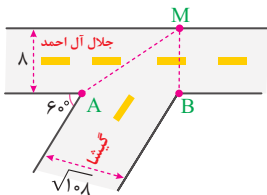
2145. شکل زیر دو خیابان متقاطع آزادی و کارگر با عرض ۸ و ۱۲ را نشان می‌دهد، شخصی می‌خواهد از نقطه A به سمت دیگر خیابان آزادی رفته و سپس



به نقطه B برود، طول کوتاه‌ترین مسیر طی شده، توسط شخص کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

2146. مطابق شکل دو خیابان گیشا و اتوبان جلال آل احمد با زاویه 60° همدیگر را قطع کرده‌اند. شخصی می‌خواهد از نقطه A در انتهای خیابان گیشا به آن طرف اتوبان جلال آل احمد در نقطه M رفته و سپس به نقطه B در انتهای دیگر خیابان گیشا برود. اگر عرض اتوبان جلال آل احمد ۸ و عرض خیابان گیشا $\sqrt{108}$ باشد، کمترین طول مسیری که این شخص می‌تواند طی کند، کدام است؟



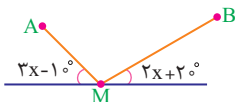
(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۱۵

(۴) ۲۴

2147. دو نقطه A و B در یک طرف خط d مفروض‌اند. اگر نقطه M طوری قرار گرفته باشد که خط شکسته AMB کمترین طول را داشته باشد، زاویه $\widehat{AMB}$ کدام است؟



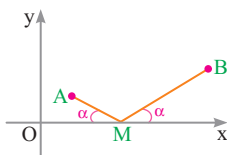
(۴) 20°

(۳) 60°

(۲) 50°

(۱) 40°

2148. اگر $A(2, 1)$ و $B(5, 3)$ و نقطه M مطابق شکل روی محور x ها قرار گرفته باشد، اندازه خط شکسته AMB کدام است؟



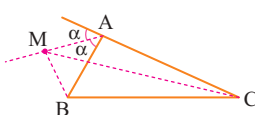
(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

2149. در شکل مقابل، نقطه M روی نیمساز خارجی $\widehat{A}$ قرار دارد. نسبت $\frac{MB+MC}{AB+AC}$ چگونه است؟



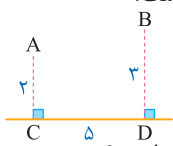
(۲) کوچکتر از ۱

(۱) بزرگتر از ۱

(۴) نامشخص

(۳) برابر با ۱

2150. در شکل زیر $BD=3$, $AC=2$, $CD=5$. فرض کنیم نقطه M روی خط d واقع است، کمترین مقدار $AM+MB$ کدام است؟



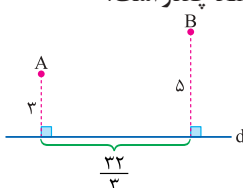
(۲) $3\sqrt{2}$

(۱) $2\sqrt{5}$

(۴) $5\sqrt{5}$

(۳) $5\sqrt{2}$

2151. در شکل زیر نقطه M را روی خط d طوری به دست می‌آوریم که $AM+BM$ کمترین مقدار را داشته باشد. طول AM چقدر است؟



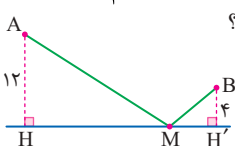
(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۵

2152. در شکل مقابل، نقاط A و B ثابت هستند. اگر کمترین مقدار $AM+MB$ برابر ۳۲ باشد، زاویه $\widehat{HAM}$ کدام است؟



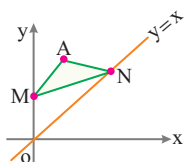
(۲) 30°

(۱) 15°

(۴) 60°

(۳) 45°

2153. نقطه A مفروض است، نقطه M روی محور y ها و نقطه N روی نیمساز ناحیه اول می‌لغزند، کمترین محیط مثلث AMN کدام است؟ (مشابه داخل - ۹۸)



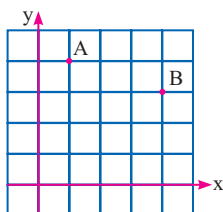
(۱) $4\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{10}$

(۴) $2\sqrt{5}$

2154. در شبکه شطرنجی زیر دو نقطه ثابت A و B مفروض‌اند. اندازه کوتاه‌ترین مسیر حرکت از نقطه A به طوری که پس از برخورد با محورهای x و y به نقطه B برسیم، برابر کدام است؟ (مشابه داخل - ۹۸)

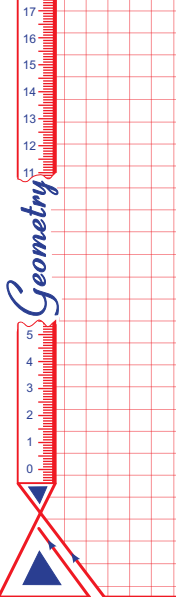


(۱) $\sqrt{71}$

(۲) $\sqrt{72}$

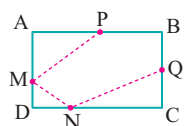
(۳) $\sqrt{73}$

(۴) $\sqrt{74}$



2155. مستطیل $ABCD$ به اضلاع ۸ و ۶ مفروض است. اگر نقاط P و Q وسط اضلاع AB و BC باشند و نقاط M و N بر اضلاع AD و DC بلغزند،

(مشابه داخل - ۹۸)

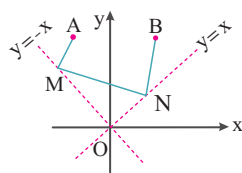


کم‌ترین طول خط شکسته $PMNQ$ کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۲۰
(۳) ۱۸
(۴) ۱۵

2156. نقاط A و B در صفحه مختصات مفروض‌اند، نقطه M روی نیمساز ناحیه دوم و نقطه N روی نیمساز ناحیه اول در حال لغزش هستند،

(مشابه داخل - ۹۸)

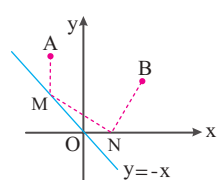


کم‌ترین طول خط شکسته $AMNB$ کدام است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۱۳
(۳) ۱۰
(۴) ۸

2157. نقاط A و B در صفحه مختصات مفروض‌اند، نقطه M روی نیمساز ناحیه دوم و نقطه N روی قسمت مثبت محور x ‌ها می‌لغزند،

(مشابه داخل - ۹۸)

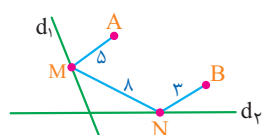


کم‌ترین طول خط شکسته $AMNB$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۱۰

2158. نقاط ثابت A و B مفروض‌اند، نقطه M روی خط d_1 و نقطه N روی خط d_2 طوری می‌لغزد که خط شکسته $AMNB$ کمترین طول را دارد. اگر

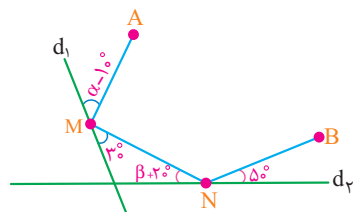
A' بازتاب A نسبت به d_1 و B' بازتاب B نسبت به خط d_2 باشد، اندازه پاره خط $A'B'$ کدام است؟



- (۱) ۱۴
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۱۸

2159. نقاط A و B مطابق شکل مفروض‌اند، اگر فقط M و N روی خطوط d_1 و d_2 بلغزد به طوری که خط شکسته $AMNB$ کم‌ترین طول را داشته

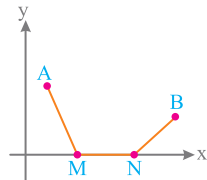
باشد، زاویه $\alpha + \beta$ کدام است؟



- (۱) 75°
(۲) 7°
(۳) 8°
(۴) 85°

2160. نقاط A و B در صفحه مختصات مفروض‌اند، اگر نقاط M و N با فاصله ۳ واحد روی محور x ‌ها قرار گرفته باشند، حداقل طول خط شکسته

(مشابه داخل - ۹۹)

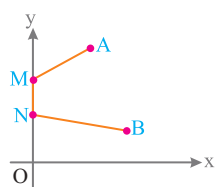


$AMNB$ کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

2161. نقاط A و B در صفحه مختصات مفروض‌اند، اگر نقاط M و N با فاصله ۲ واحد روی محور y ‌ها قرار گرفته باشند، حداقل طول خط شکسته

(مشابه داخل - ۹۹)

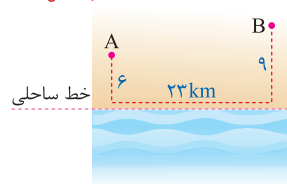


$AMNB$ کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۲
(۳) ۱۰
(۴) ۸

2162. در شکل زیر قرار است جاده‌ای از A به B احداث شود به طوری که ۳ کیلومتر از آن باید در کنار ساحل باشد، با توجه به اندازه‌های داده شده طول

(مشابه داخل - ۹۸)



کوتاه‌ترین مسیر از A به B چقدر خواهد بود؟

(۱) ۲۸

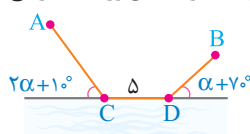
(۲) ۲۹

(۳) ۳۲

(۴) ۲۵

2163. دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای واقع اند، یک جاده از A به B ساخته شده که ۵ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه واقع

شده است، اگر مسیر ACDB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، زاویه α چند درجه است؟



(۲) 60°

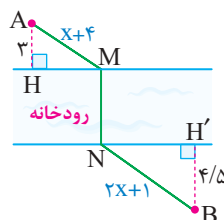
(۱) 50°

(۴) 30°

(۳) 40°

2164. دو شهر A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند، می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، اگر AMNB

کوتاه‌ترین مسیر بین A و B باشد، x کدام است؟



(۱) ۱۰

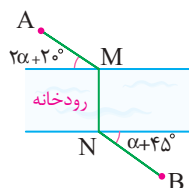
(۲) ۱۲

(۳) ۸

(۴) ۷

2165. دو شهر A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند، می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، اگر AMNB

کوتاه‌ترین مسیر بین A و B باشد، α کدام است؟



(۱) 10°

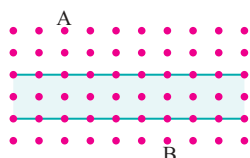
(۲) 2°

(۳) 30°

(۴) 25°

2166. می‌خواهیم از شهر A به شهر B مطابق شکل یک جاده بسازیم. قسمتی از جاده پلی است که بر رودخانه عمود است، حداقل طول مسیر چند است؟

[فاصله عمودی و افقی نقاط شبکه ۱ واحد است.]



(۱) ۶

(۲) ۷

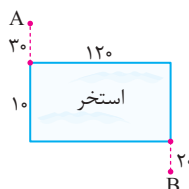
(۳) ۵

(۴) ۸

2167. مطابق شکل یک استخر به ابعاد 120×10 مفروض است. شخصی می‌خواهد از نقطه A بالای استخر خود را به نقطه B در پایین استخر برساند، ولی

چون قبلاً به بیماری کرونا مبتلا شده خیلی نمی‌تواند شنا کند پس باید کوتاه‌ترین مسیر را برای شنا کردن انتخاب کند و با طی کوتاه‌ترین مسیر خود را از A به

B برساند، حداقل طول مسیری که باید طی کند، کدام است؟



(۱) ۱۶۰

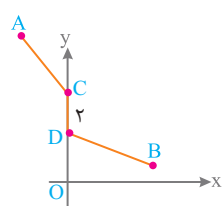
(۲) ۱۳۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۴۰

2168. دو نقطه $A(-4|9)$ و $B(4|1)$ در طرفین محور yها قرار دارند، دو نقطه C و D به فاصله دو واحد از هم روی محور yها قرار دارند، حداقل طول خط

شکسته ACDB کدام است؟

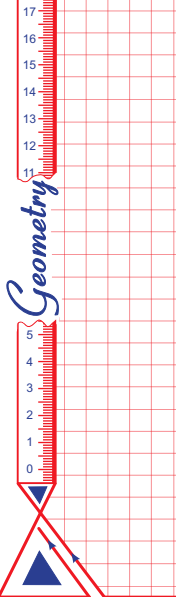


(۱) ۹

(۲) ۱۰

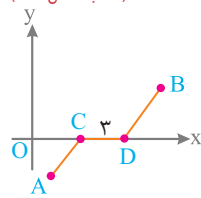
(۳) ۸

(۴) ۱۲



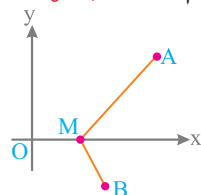
2169. دو نقطه $A(1, 7)$ و $B(7, 1)$ در طرفین محور x ها قرار دارند، دو نقطه C و D به فاصله سه واحد از هم روی محور x ها قرار دارند، حداقل طول خط شکسته $ACDB$ کدام است؟

(مشابه داخل - ۹۹)



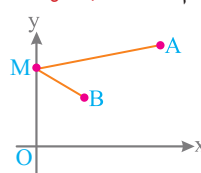
- ۷ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

2170. نقاط $A(4, 6)$ و $B(1, -2)$ در طرفین محور x ها قرار گرفته اند و نقطه M روی محور x های لغزد، حداکثر $|MA - MB|$ کدام است؟ (مشابه داخل - ۹۸)



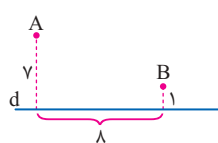
- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

2171. نقاط $A(5, 7)$ و $B(1, 4)$ در یک طرف محور y ها قرار گرفته اند و نقطه M روی محور y های لغزد، حداکثر $|MA - MB|$ کدام است؟ (مشابه داخل - ۹۸)



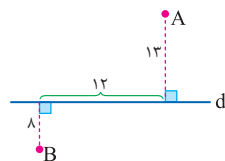
- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۴ (۴)

2172. نقاط A و B به فاصله های ۷ و ۱ از خط d واقع اند، نقطه M روی خط واقع است، حداکثر $|MA - MB|$ کدام است؟



- ۸ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۵ (۴)

2173. در شکل مقابل اگر نقطه M روی خط d باشد، آنگاه حداکثر مقدار $|MA - MB|$ کدام است؟



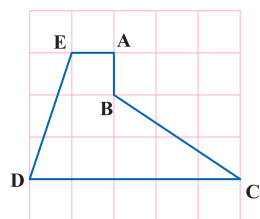
- $8\sqrt{2}$ (۱)
- $4\sqrt{10}$ (۲)
- ۱۳ (۳)
- ۱۲ (۴)



مسئله هم پیرامونی

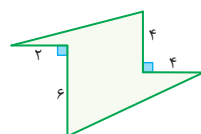


2174. در شکل زیر طول ضلع مربع های صفحه شطرنجی برابر یک است. اگر رأس B را نسبت به ضلع AC بازتاب دهیم تا به نقطه B' برسیم، مساحت پنج ضلعی $AB'CDE$ چقدر از مساحت پنج ضلعی $ABCDE$ بیشتر خواهد بود؟



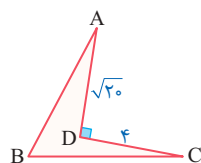
- ۶ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۴ (۴)

2175. زمینی به شکل زیر حصار کشی شده است و مساحت آن ۶۰ متر مربع است اگر بخواهیم بدون تغییر محیط زمین و با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، حصارها را طوری جابه جا کنیم تا مساحت زمین بیشترین مقدار ممکن شود، در این صورت حداکثر مساحت زمین چند متر مربع است؟



- ۸۲ (۱)
- ۸۴ (۲)
- ۸۶ (۳)
- ۸۸ (۴)

2176. مطابق شکل اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت چهار ضلعی را افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر است؟



- $4\sqrt{5}$ (۱)
- $16\sqrt{5}$ (۴)
- $12\sqrt{5}$ (۳)
- $8\sqrt{5}$ (۲)

2177. در شکل زیر $HF=8$ قطر نیم دایره می باشد. اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت شکل را افزایش دهیم، مقدار افزایش

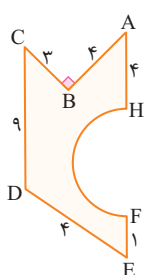
مساحت چقدر است؟

(1) $2(4\pi+3)$

(2) $4(4\pi+3)$

(3) $3(4\pi+3)$

(4) $5(4\pi+3)$



رسم های مهم به کمک تبدیل تبدیلات



2178. در شکل زیر سه مربع به ضلع برابر کنار هم قرار گرفته اند. کدام تبدیل نمی تواند دو شکل رنگ شده را به هم تبدیل کند؟

(1) دوران 18°

(2) انتقال

(3) بازتاب

(4) تجانس مستقیم



2179. در شش ضلعی منتظم شکل مقابل دو مثلث رنگ شده با کدام تبدیل بر هم تصویر می شوند؟

(1) دوران 6°

(2) دوران 9°

(3) تجانس مستقیم

(4) بازتاب



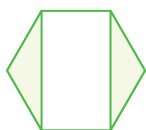
2180. با توجه به شش ضلعی منتظم شکل زیر کدام تبدیل نمی تواند دو مثلث رنگ شده را به هم تصویر کند؟

(1) دوران 18°

(2) تجانس معکوس

(3) بازتاب

(4) انتقال



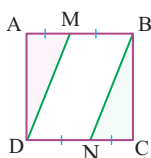
2181. در شکل روبه رو نقاط M و N وسط های اضلاع مربع هستند. کدام تبدیل مثلث های رنگ شده را به هم تبدیل می کند؟

(1) انتقال

(2) دوران 9°

(3) تجانس معکوس

(4) بازتاب



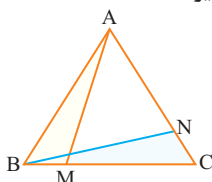
2182. در مثلث متساوی الاضلاع ABC مطابق شکل $BM=CN$ ، کدام تبدیل می تواند مثلث ABM را روی مثلث BCN تصویر کند؟

(1) بازتاب

(2) دوران

(3) تجانس

(4) انتقال



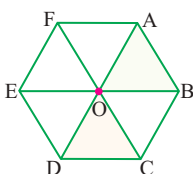
2183. در شش ضلعی منتظم شکل زیر، کدام تبدیل نمی تواند دو مثلث رنگ شده را به هم تبدیل کند؟

(2) انتقال

(1) دوران 12°

(4) تجانس

(3) بازتاب



2184. در شکل زیر می خواهیم نقطه M را روی دایره و نقطه N را روی مربع طوری پیدا کنیم که خط d عمود منصف MN باشد، کدام تبدیل برای پیدا کردن

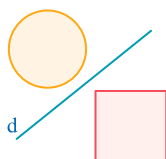
نقاط M و N مناسب است؟

(1) انتقال

(2) دوران 18°

(3) تجانس معکوس

(4) بازتاب



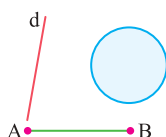
2185. در شکل زیر برای رسم پاره خطی موازی و هم اندازه با AB که یک سر آن روی خط d و سر دیگر آن روی دایره باشد، کدام تبدیل به کار می رود؟

(1) بازتاب

(2) دوران 18°

(3) انتقال

(4) تجانس معکوس

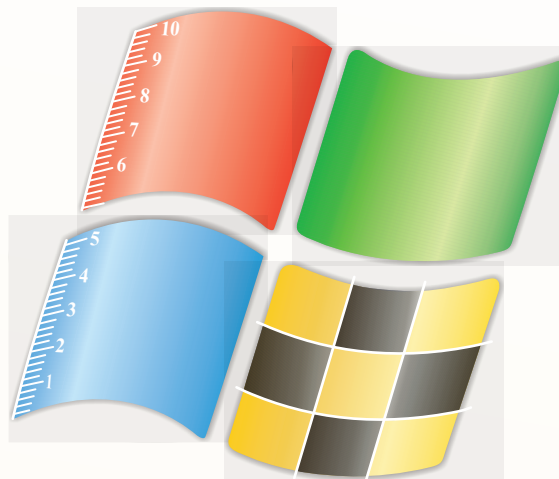


پاسخنامه

تمام تشریحی

و تمام

رنگی



ANSWERS
H2MEB2

پاسخنامه تشریحی، موجز و تمام رنگی این نسل از کتاب‌های ریاضی میکرو بر مبنای

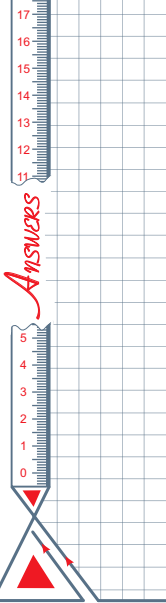
استراتژی فکری خطوط راهنما در بیمارستان‌ها طراحی شده است.^۱

۱. اجرای این کار بسیار زمان بر و دشوار است و نیازمند هماهنگی بین تیم تألیف، تیم صفحه‌آرایی، تیم رسامی و گرافیک، و در نهایت مدیر فنی و مدیر تألیف است و یک روند تکاملی را طی نسل‌های مختلف کتاب طی خواهد کرد. اگر نظر و پیشنهادی در جهت تکامل این روش پاسخنامه نویسی دارید حتماً آن را از طریق اینستاگرام

با ما در میان بگذارید



alimonsef_shokri



Matrix

ماتریس و کاربردها

1 در ماتریسی که به صورت $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ نشان داده می شود، m معرف تعداد سطرها و n معرف تعداد ستون هاست؛ بنابراین در این ماتریس ۲ سطر و ۳ ستون وجود دارد، یعنی در هر سطر ۳ درایه و در هر ستون ۲ درایه وجود دارد.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

2 باید $n-1=3$ باشد، در نتیجه $n=4$ است، بنابراین:

- ۱۰ درایه $[a_{ij}]_{5 \times 2}$ ۱۲ درایه $[a_{ij}]_{4 \times 3}$ ۱۲ درایه $[a_{ij}]_{6 \times 2}$ ۱۵ درایه $[a_{ij}]_{5 \times 3}$

3 در این ماتریس $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$ است، بنابراین $a_{ii} = 1$ است در ضمن در سایر گزینه ها، گزینه ۳ نادرست است چون a_{31} یعنی درایه واقع در سطر ۳ و ستون اول که برابر ۱ است.

4 چون شماره سطر ثابت و برابر ۲ است این درایه ها در سطر دوم واقع اند: $A = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}_{2 \times 4} \rightarrow a_{2j}, 1 \leq j \leq 4$

5 درایه سطر اول و ستون سوم همان X و درایه سطر سوم و ستون دوم عدد ۸ است، بنابراین $X = 8 + 5 = 13$ است، حال منظور از $\sum_{j=1}^4 a_{3j}$ مجموع درایه های سطر سوم است، زیرا اگر از ۱ تا ۴ تغییر کند، خواهیم داشت:

$$\sum_{j=1}^4 a_{3j} = a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34} = 7 + 8 + 9 + 1 = 25$$

6 عبارت $\sum_{j=1}^3 a_{2j}$ معرف مجموع درایه های سطر دوم و عبارت $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 a_{ij}$ معرف جمع کل درایه های ماتریس است، بنابراین اختلاف آن ها برابر است با:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 a_{ij} - \sum_{j=1}^3 a_{2j} = 8 - 2 = 6$$

7 به جای هر کدام از درایه ها با توجه به تابع داده شده بر حسب i و j مقدار عددی آن ها را قرار می دهیم، مثلاً در محاسبه a_{11} به جای $i=1$ و به جای $j=2$ قرار می دهیم در نتیجه درایه ها به صورت زیر خواهند بود:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 1^2-2 & 1^2-3 \\ 2^2-1 & 2^2-2 & 2^2-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = 3$$

8 کفایت فقط درایه های سطر دوم را پیدا کنیم، یعنی $i=2$ است:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -5 \\ 2 & 0 & -5 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = 3 + 0 + (-5) = -2$$

9 در ماتریس داده شده $a_{11} = 1$ است که تنها گزینه های ۳ و ۴ به ازای $i=1$ و $j=1$ می شوند، در ضمن $a_{22} = 4$ است که تنها گزینه ۴ به ازای $i=2$ و $j=2$ می شود، بنابراین $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ که $a_{ij} = i \times j$ باشد به صورت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ است.

10 در درایه های بالای قطر اصلی باید شماره ستون بزرگتر از شماره سطر باشد، یعنی گزینه ۴ تنها درایه بالای قطر اصلی است و گزینه های ۱ و ۲ روی قطر اصلی و گزینه ۳ زیر قطر اصلی واقع است.

11 می دانیم در ماتریس های مربعی اگر $i < j$ درایه ها را با a_{ij} نشان دهیم روی قطر اصلی $i = j$ و بالای قطر اصلی $i < j$ و پایین قطر اصلی $i > j$ است:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1 & 1-2 & 1-3 \\ 2 \times 1 & 2+2 & 2-3 \\ 3 \times 1 & 3 \times 2 & 3+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

مجموع = ۳

12 درایه های زیر قطر اصلی به شکل زیر هستند:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 11 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه های زیر قطر اصلی} = 28$$

13 $A = \begin{bmatrix} 2x+2 & 2-x \end{bmatrix} \Rightarrow 2x+2 = 2-x \Rightarrow x=0$

14 ابتدا باید ماتریس های A و B را تشکیل می دهیم و سپس آن ها را در یک ماتریس زیر هم بنویسیم (یعنی A بالا و B پایین)

$$A = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 & 1+3 \\ 1+4 & 1+4 & 1+9 \\ 4+1 & 4+4 & 4+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 10 \\ 5 & 8 & 13 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 8 & 13 \end{bmatrix}$$

بنابراین جمع درایه های ستون دوم برابر است با: $3+5+8=16$

15 $A = \begin{bmatrix} 1+1 & 3 & 3 \\ 1 & 2+2 & 3 \\ 1 & 1 & 3+3 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه های قطر فرعی} = 1+4=5$

16 این ماتریس به صورت $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ است که اسکالر غیرهمانی است.