

فصل اول (قسمت اول): نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

بخش اول: قانون کولن و نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

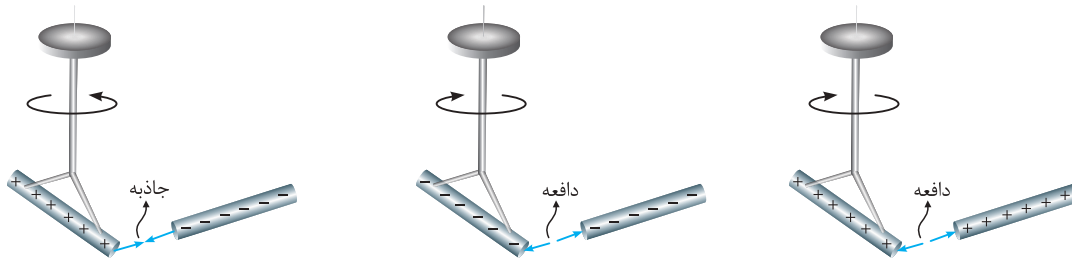
زیرشاخه‌های بخش اول A

- ۱- آشنایی با مفهوم بار الکتریکی
- ۲- آشنایی اولیه با قانون کولن
- ۳- تماس کره‌های مشابه باردار به یکدیگر و تحلیل نیروی بین آن‌ها
- ۴- مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)
- ۵- بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذره باردار
- ۶- صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

1-A آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

از آزرش گرفته تا درفشش یک لامپ کوچک، از آن‌چه اتم‌ها را به شکل مولکول به هم وصل می‌کند تا پیام‌های عصبی تو دستگاه اعصاب و ... باور کنید همگی منشأ الکتریکی دارند ... ما تو این فصل به مطالعه بارها تو حالت سکون می‌پردازیم که به اون الکتریسیته ساکن می‌گویند. اول کار هم می‌خواهیم به ذره کلیات در موردش یاد بگیریم ...

در کتاب علوم تجربی پایه هشتم مشاهده کردید که وقتی دو جسم با یکدیگر مالش داده می‌شوند، معمولاً هر دوی آن‌ها دارای بار الکتریکی می‌شوند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند.



تذکره ۱: از این تجربه‌ها نتیجه می‌گیریم که دو نوع بار الکتریکی وجود دارد. این دو نوع بار الکتریکی توسط دانشمند آمریکایی بنیامین فرانکلین، بار مثبت و بار منفی نام‌گذاری شد. او می‌توانست آن‌ها را هر چیز دیگری نیز بنامد، اما استفاده از علامت‌های جبری به جای نام‌های دیگر این مزیت را دارد که وقتی در یک جسم از این دو نوع بار به مقدار مساوی وجود داشته باشد، جمع جبری بارهای جسم صفر می‌شود که به معنی **خنثی بودن** آن جسم است.

تذکره ۲: نیروی بین بارهای الکتریکی در بین بارهای **همنام** از نوع **دافعه** و در حالت **ناهم‌نام** از نوع **جاذبه** است.

تذکره ۳: یکای بار الکتریکی در SI، کولن (C) می‌باشد. یک کولن مقدار بار بزرگی است و معمولاً از یکاهای فرعی نانوکولن (nC) و میکروکولن (μC) در محاسبات استفاده می‌شود.

بررسی بیشتر بار الکتریکی و اصل پایستگی بار الکتریکی

به‌طور کلی، وقتی دو جسم خنثی به یکدیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. در طی انجام این کار جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار الکتریکی **مثبت** و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی **منفی** می‌شود (نوع باری که دو جسم بر اثر مالش پیدا می‌کنند، به جنس آن‌ها بستگی دارد). در رابطه با این موضوع، می‌توان به نکات مهم و کاربردی زیر اشاره کرد:

۱ افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.

۲ اگر به یک جسم خنثی n الکترون داده شود و اندازه بار الکتریکی هر الکترون را e در نظر بگیریم (**باید پروتیر** $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ هست)، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

$$q = -ne \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$q = +ne$$

از سوی دیگر اگر n الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

۳ با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، اندازه بار یک الکترون است.

$$q = \pm n e$$

مقدار پایه ← مضرب صحیح

۴ این موضوع یعنی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد. این موضوع اصطلاحاً یعنی بار الکتریکی **کوانتیده** (یا **دانه‌ای**) می‌باشد.

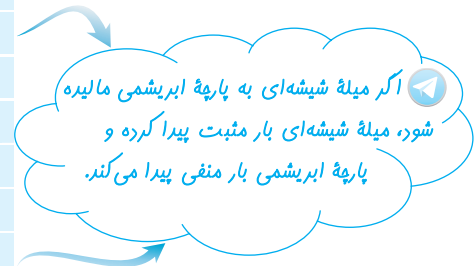
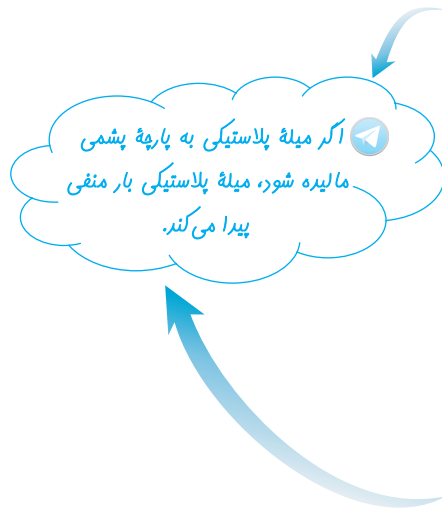
بررسی دقیق‌تر انتقال بار به روش مالش

در مورد بحث مالش دو جسم به یکدیگر و انتقال الکترون در بین آن‌ها، نکات زیر حائز اهمیت است:

- ۱ در تجربه‌هایی مانند مالش اجسام به یکدیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند و یا از بین نمی‌روند، بلکه صرفاً از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.
- ۲ به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یکدیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به **سری الکتریسیته مالشی** (سری تریبولکتریک؛ Tribos در یونانی به معنای مالش است) مشخص کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از ماده بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. مثلاً اگر تفلون با نایلون مالش یابد، الکترون‌ها از نایلون به تفلون منتقل می‌شوند. کاربرد بیشتر این جدول را روی آن نشان داده‌ایم:

سری الکتریسیته مالشی

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پشم
موی گربه
سُرب
ابریشم
آلومینیم
پوست انسان
کاغذ
چوب
پارچه کتان
کهربا
برنج، نقره
پلاستیک، پلی اتیلن
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری



کتاب درسی تو پاورقیش به ما قول داده از سری تریبولکتریک سؤال‌هایی که فرم مفظی داشته باشه، نره. توصیه ما اینه که دو موردی که روی شکل نشون داریم رو متماً مفظ باشی...

- ۳ در فرایند مالش به دو اصل بسیار مهم می‌رسیم، نخستین آن‌ها **اصل پایستگی بار** است که بیان می‌دارد: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (یعنی با بیرون از خودش مبادله بار الکتریکی ندره و تنها هستش) ثابت است، یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد. هیچ شاهد تجربی در نقض این اصل وجود ندارد و دومین اصل، کوانتیده بودن بار است.
- ۴ در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها برابر با تعداد پروتون‌های هسته است و بنابراین جمع جبری همه بارها (بار خالص) دقیقاً برابر با صفر است.

Z عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های هسته است. $X \rightarrow {}^A_Z$

- ۵ اگر در اثر یونیزاسیون، الکترون از اتم جدا کنیم، تعداد پروتون‌های هسته ثابت مانده ولی تعداد الکترون‌های آن کم می‌شود و دیگر بار خالص اتم صفر نیست.

تو ادامه کار با مل پند تا تمرین توپ و قشنگ، روی این بحث مسلط‌تر میشیم...

تمرین ۱: از یک قطعه خنثی، چند الکترون گرفته شود تا بار الکتریکی آن به یک میلی‌کولن برسد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$6/25 \times 10^{18} \quad (4)$$

$$6/25 \times 10^{16} \quad (3)$$

$$6/25 \times 10^{15} \quad (2)$$

$$6/25 \times 10^{13} \quad (1)$$

پاسخ: با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، برای محاسبه تعداد الکترون‌های گرفته شده از جسم برای رسیدن به بار $+1\text{mC}$ می‌توان نوشت:

$$q = +1\text{mC} = 10^{-3}\text{C}, \quad e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}, \quad n = ?$$

$$q = +ne \Rightarrow 10^{-3} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-3}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0/625 \times 10^{+16} = 6/25 \times 10^{+15} \quad (\text{گزینه ۲})$$

سری الکتریسیته مالشی

انتهای مثبت سری

A

B

انتهای منفی سری

تمرین ۲: جسم A در اثر مالش با جسم B دارای بار الکتریکی شده است. بار الکتریکی جسم B بر حسب کولن کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (اندازه بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است.)

$$2 \times 10^{-19} \quad (۲)$$

$$-2 \times 10^{-19} \quad (۱)$$

$$8 \times 10^{-10} \quad (۴)$$

$$-8 \times 10^{-10} \quad (۳)$$

پاسخ: در جدول سری الکتریسیته مالشی داده شده، جسم A به سر مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش دو جسم A و B با یکدیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. پس دو گزینه (۲) و (۴) نادرست است. از طرفی با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

حال به بررسی گزینه‌های (۱) و (۳) می‌پردازیم:

$$۱) \quad n = \frac{q}{e} = \frac{2 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/25 \rightarrow \text{عدد صحیح نمی‌باشد.} \quad \times \quad ۳) \quad n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-10}}{1/6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^9 \rightarrow \text{عدد صحیح است.} \quad \checkmark$$

بنابراین فقط در گزینه (۳)، یک عدد صحیح به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

تمرین ۳: عدد اتمی اورانیم $Z = 92$ است. بار الکتریکی هسته اتم اورانیم چه قدر است؟ اتم اورانیم چه مقدار بار الکتریکی منفی در اثر حضور الکترون‌ها دارد؟ بار الکتریکی اتم اورانیم در حالت خنثی چه قدر است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

پاسخ: در مورد این تمرین خوب، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- $Z = 92$ در هسته اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتریکی هسته اتم اورانیم $Z = 92$ برابر است با:

$$q = +ne = +92 \times (1/6 \times 10^{-19}) = +147/2 \times 10^{-19} = +1/472 \times 10^{-17}\text{C}$$

۲- در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های هسته و پروتون‌های هسته با هم برابر است و می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $-1/472 \times 10^{-17}\text{C}$ می‌باشد.

۳- در مجموع اتم اورانیم خنثی بوده و بار کلی آن صفر است.

2-A آشنایی اولیه با قانون کولن

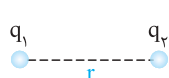
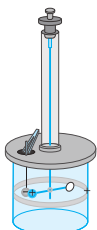
مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذره باردار بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتریکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یکدیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند.



📌 **ملاحظه:** سؤال این‌که نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار به چه عواملی بستگی دارد و اندازه این نیروها رو از چه رابطه‌ای میشه حساب کرد؟ شارل آگوستین کولن، با قانون کولن جواب اینو داده ... دستش درد نلکه، بریم ببینیم چی میگه!!

قانون کولن

با توجه به این قانون، اندازه نیروی الکتریکی (رابطه یا رانشی) بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها از هم نسبت عکس دارد و با کمک رابطه زیر به دست می‌آید:



$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{1}{r^2} & (\text{رابطه معکوس دارد.}) \\ F \propto |q_1| |q_2| & (\text{نسبت مستقیم با حاصل ضرب اندازه دو بار الکتریکی دارد.}) \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبه مقدار F ، علامت بارهای q_1 و q_2 را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_1|$ و $|q_2|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

نکات مهم و کاربردی:

۱ در این رابطه، k ثابت الکتروستاتیکی یا ثابت کولن نام دارد و یکای آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{تنها کردن } k} k = \frac{Fr^2}{|q_1||q_2|} \equiv \frac{N.m^2}{C^2}, k \approx 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

۲ ارتباط بین ثابت کولن (k) و ثابت مهم دیگری به نام **ضریب گذردهی الکتریکی** خلا (ϵ_0) به صورت مقابل است:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

بنابراین یکای ϵ_0 معکوس یکای k بوده و معادل با $\frac{C^2}{N.m^2}$ است. بنابراین:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2 / N.m^2$$

۳ اگر اندازه بارهای q_1 و q_2 و یا فاصله r در مسائل تغییر کند، در مقایسه اندازه نیروی کولنی در دو حالت (بعد از تغییر و قبل از تغییر) می توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\begin{array}{c} q_1 \quad q_2 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \vec{F}_{1,2} \quad \vec{F}_{2,1} \end{array} \quad |\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$$

۴ همان طور که در سال های قبل مشاهده کردید، مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می کند، با نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می کند، هم اندازه، هم راستا و در خلاف جهت یکدیگر است.

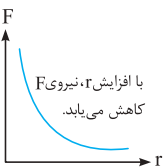
از همین الان یار بگیریم $\vec{F}_{1,2}$ یعنی نیروی که ذره (۱) به (۲) وارد میکند و برعکسش. مواستون باشه این نیروها از نوع برادر هستن و تو برادر هم اندازه مهمه و هم جهت.

درسته $\vec{F}_{1,2}$ و $\vec{F}_{2,1}$ هم اندازه هستن ولی به نگره ساره بنرادر میفهمید فلاف جهت همین ... درشتش اینه که بگیریم $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$, $|\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$ یا $F_{1,2} = F_{2,1}$

اگر نمیدونید، پروتید که اومدن قدرمطلق و یا برداشتن علامت برادر از بالای F ، دوتا قراردادی که تو فیزیک اندازه برادر رو بهتون نشون میده ...

۵ با توجه به قانون دوم نیوتون ($F = ma$) در علوم، اگر دو بار الکتریکی دو گلوله کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یکدیگر وارد می کنند، شتاب بگیرند، در مقایسه شتاب آن ها می توان گفت:

$$F_{1,2} = F_{2,1} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (\text{یعنی شتاب با جرم گلوله ها رابطه عکس داره})$$



$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F \propto \frac{1}{r^2}$$

۶ نمودار نیروی بین دو ذره باردار برحسب فاصله بین آن ها به صورت مقابل است:

در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه شده در این قسمت مسلط تر می شویم:

تمرین ۴: در هسته اتم هلیوم، دو پروتون به فاصله تقریبی $r = 2 \times 10^{-15} m$ از هم قرار دارند. بزرگی نیرویی که پروتون ها بر هم وارد می کنند،

برابر چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

پاسخ: با استفاده از قانون کولن، برای محاسبه نیروی الکتریکی بین دو پروتون می توان نوشت:

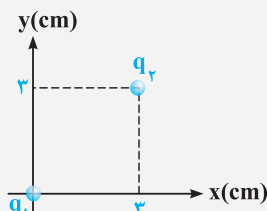
$$F = k \frac{|q_p||q_p|}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(1.6 \times 10^{-19}) \times (1.6 \times 10^{-19})}{(2 \times 10^{-15})^2} = 57.6 N$$

نیروی که محاسب کردیم از جنس دفعه هست و پروتونی تو هسته فیلی از هم برشون میار ... حالا تو سال بعد ایشالا یارتون میبریم کی میار نمیزاره اینر

پروتونا از هم جدا شن 😊

تمرین ۵: در شکل مقابل، مقدار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 و شکل برداری آن در SI را به دست آورید.

$$(q_1 = q_2 = 2 \mu C, k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2)$$



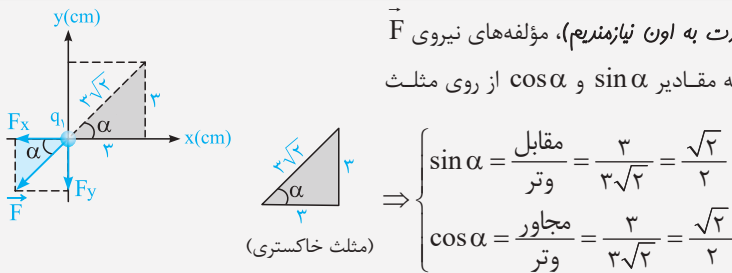
پاسخ: ابتدا با توجه به شکل، فاصله بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_2 بر q_1 وارد می کند را به دست می آوریم، توجه شود که چون دو بار هم علامت با یکدیگر هستند، یکدیگر را دفع می کنند (یکایا به SI باید تبدیل شود):

$$r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} = 3\sqrt{2} \times 10^{-2} m$$

$$F = \frac{k |q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 20 N$$



در ادامه باید بتوانیم با یک عملیات ساده (که در این فصل به شدت به اون نیازمندیم)، مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}$ را در راستای محورهای مختصات با کمک مثلث آبی و البته مقادیر $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ از روی مثلث خاکستری به دست آوریم:



تحلیل مثلث آبی:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{|F_y|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_y| = |\vec{F}| \sin \alpha \Rightarrow |F_y| = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ N} \\ \cos \alpha = \frac{|F_x|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_x| = |\vec{F}| \cos \alpha \Rightarrow |F_x| = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ N} \end{cases}$$

از سوی دیگر باید توجه شود که چون هر دو مؤلفه F_x و F_y در خلاف جهت محورهای x و y هستند، ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ هر دو منفی بوده و در نهایت داریم:

$$\vec{F} = -10\sqrt{2} \vec{i} - 10\sqrt{2} \vec{j}$$

وتر $\times \sin \alpha = F \sin \alpha \Rightarrow$ ضلع مقابل α (وتر)

وتر $\times \cos \alpha = F \cos \alpha \Rightarrow$ ضلع مجاور α

آکه میگوی تو این‌ها سوالات سه سوت جواب بده، همش با غور و تکرار کن ضلع مقابل α میشه $\sin \alpha$ ، ضلع مجاورش میشه $\cos \alpha$...

تمرین ۶: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله d یک‌دیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. بارهای $-q_1$ و $+2q_2$ در فاصله $2d$ بر یک‌دیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟

(۱) $\frac{1}{4}F$ جاذبه (۲) $2F$ جاذبه (۳) $2F$ دافعه (۴) $\frac{1}{4}F$ دافعه

پاسخ: با توجه به جذب شدن بارهای q_1 و q_2 ، در ابتدای کار می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، با توجه به این موضوع بارهای $-q_1$ و $+2q_2$ لزوماً هم‌نام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند (چرا؟). از طرفی با توجه به رابطه زیر داریم:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{مقایسه دو حالت}} \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|2q_2| \times |q_1|}{|q_2| |q_1|} \times \left(\frac{d}{2d}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow F' = \frac{1}{4}F \quad (\text{گزینه ۴})$$

بررسی یک موضوع پرکاربرد

در تعداد زیادی از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانات نهایی در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می‌کنند. برای حل این‌گونه سؤالات، کافیت عبارت درصدی را به صورت کسری بازنویسی کنید. به طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می‌توان نوشت:

$$q' = q + \frac{25}{100}q = q + \frac{1}{4}q = \frac{5}{4}q$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصله بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می‌توان نوشت:

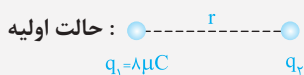
$$d' = d - \frac{20}{100}d = d - \frac{1}{5}d = \frac{4}{5}d$$

حالا برای این‌که موضوع مطرح شده رو بهتر درک کنیم، بریم با هم‌دیگه به سؤال خوب ازش مل کنیم ...

تمرین ۷: دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1 = 8 \mu\text{C}$ و q_2 در فاصله r ، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها از یک‌دیگر، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکروکولن است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (سراسری ریاضی ۹۰)

پاسخ: کافیت دو شکل خوب، متناسب با شرایط مسئله رسم کنید. با توجه به این‌که هر دو بار مثبت هستند، با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{1}{4}$ بار q_1 به q_2) در دو حالت داریم:



حالت ثانویه:

$$q'_1 = q_1 - \frac{1}{4} q_1 \quad q'_2 = q_2 + \frac{1}{4} q_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q'_1 = q_1 - \frac{25}{100} q_1 = q_1 - \frac{1}{4} q_1 = \frac{3}{4} q_1 = \frac{3}{4} \times 8 = 6 \mu C \\ q'_2 = q_2 + (\frac{1}{4} \times 8) = q_2 + 2 \end{cases}$$

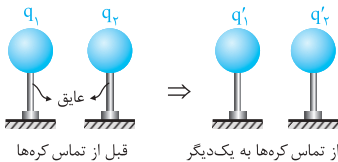
$$\begin{cases} (1): F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{k (\lambda q_2)}{r^2} \\ (2): F' = \frac{k |q'_1| |q'_2|}{r'^2} = \frac{k \times 6 \times (q_2 + 2)}{r^2} = \frac{k (6q_2 + 12)}{r^2} \end{cases}$$

حال با توجه به این که نیرو در حالت ثانویه ۵۰ درصد افزایش پیدا کرده است، می توان نوشت:

$$F' = F + \frac{50}{100} F = \frac{150}{100} F = \frac{3}{2} F \Rightarrow \frac{k (6q_2 + 12)}{r^2} = \frac{3}{2} \frac{k (\lambda q_2)}{r^2} \Rightarrow 6q_2 + 12 = \frac{3}{2} \times 8q_2 = 12q_2 \Rightarrow 6q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = 2 \mu C \quad (\text{گزینه } ۲)$$

3-A تماس کره های مشابه باردار به یکدیگر و تحلیل نیروی بین آنها

🔗 **یادداشت:** به مدل فیزیکی معروف از سوالای قانون کولن، مربوط به وقتی میشه که پندتا کره رو به هم میزنن و نیروی بینشون رو بررسی میکنن. فیزیکی سوالای باهالیه. بریم ببینیم چه پوری ملشون کنیم ...



برای شروع بحث، دو کره رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای q_1 و q_2 می باشد را در نظر بگیرید. می توان نشان داد که اگر این دو کره را به یکدیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یکدیگر یکسان و برابر $\frac{q_1 + q_2}{2}$ می شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می شود).

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

تذکره: به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره ها قبل از تماس به یکدیگر q و $-q$ باشد، بعد از تماس آن ها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q + (-q)}{2} = 0$$

🔗 **تذکره:** تو ادامه کار با مل به مثال فوب، این موضوع رو بهتر یاد می گیریم ...

تمرین ۸: دو گلوله فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می باشند، در فاصله ۳۰ سانتی متری، نیروی جاذبه ۴ نیوتون بر یکدیگر وارد می کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3 \mu C$ خواهد شد. بار اولیه گلوله ها برحسب میکروکولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (سراسری ریاضی ۹۴)

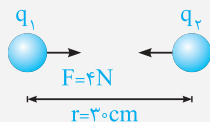
$$-۴ \text{ و } ۱۰ \quad (۲)$$

$$-۶ \text{ و } ۱۲ \quad (۱)$$

$$-۲ \text{ و } ۸ \quad (۴)$$

$$-۳ \text{ و } ۹ \quad (۳)$$

پاسخ: در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یکدیگر را جذب می کنند و این یعنی بارهای آن ها ناهم نام بوده اند. در ادامه با توجه به اطلاعات سؤال،



$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 |q_1| |q_2|}{(30 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_1 q_2| = 4 \times 10^{-11} \text{ C}^2 = 400 (\mu C)^2 \quad (۱)$$

در 10^{12} ضرب کرده ایم.

حاصل ضرب $|q_1 q_2|$ برابر است با:

🔗 **یادداشت:** برای تبدیل C^2 به $(\mu C)^2$ ، کافیست که به 10^{-12} تقابل ضرب کنی $(10^{-6})^2$...

از طرفی پس از تماس دو کره، به دلیل مشابه بودن کره ها، بار هر یک از آن ها برابر $\frac{q_1 + q_2}{2}$ می شود که برابر $+3 \mu C$ است.

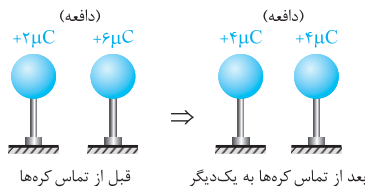
$$\frac{q_1 + q_2}{2} = +3 \mu C \Rightarrow q_1 + q_2 = +6 \mu C \quad (۲)$$

در بین گزینه ها، تنها گزینه (۲) در هر دو معادله های (۱) و (۲) صدق می کند.

🔗 **یادداشت:** مواستون باشه نیازی نبود معادله (۲) رو به درست بیاریم، از روی معادله (۱) هم به تنهایی میشد گزینه صحیح رو انتخاب کرد.

بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعه بین دو کره قبل و بعد از تماس به یکدیگر

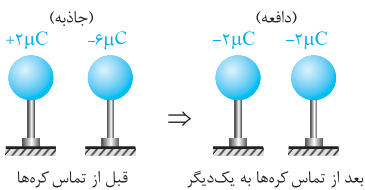
تو ادامه بحث انجام شده، فرض کنید دو کره کوچک مشابه با بارهای q_1 و q_2 که تو فاصله r از همدیگر قرار دارند، به هم وصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، بازم تو همون فاصله r از همدیگر قرار میدیم. حالا می‌خوایم نیروی بین این دو تا کره رو پس از تماس با همدیگر بررسی کنیم. به خاطر همین بریم انواع حالت‌هاش رو بررسی کنیم ...



حالت اول: اگر بار دو کره هم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین کره‌ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس به یکدیگر بیشتر می‌شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده‌ایم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{2+6}{2} = 4\mu C$$

$$F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{4 \times 4}{2 \times 6} = \frac{16}{12} > 1 \Rightarrow F_2 > F_1$$



حالت دوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. به عنوان مثال، به شکل مقابل توجه کنید:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{2+(-6)}{2} = -2\mu C$$

$$F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2 \times 2}{2 \times 6} = \frac{4}{12} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1$$

دقت کنید اگر بار اولیه کره‌ها $+1\mu C$ و $-1\mu C$ بود، اندازه نیروی بین کره‌ها پس از تماس، افزایش می‌یافت (چرا؟). بنابراین در این حالت نمی‌توان اندازه نیروی بین کره‌ها را در حالت کلی قبل و پس از تماس، مقایسه کرد.

حالت سوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه باشد، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یکدیگر صفر می‌شود، بنابراین اندازه نیروی بین دو کره کاهش می‌یابد.

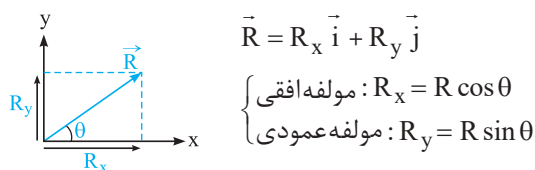
حالت چهارم: اگر بار دو کره مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم‌اندازه و هم‌علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یکدیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

نقته: اگر به جای دو کره مشابه، چند کره رسانای کاملاً مشابه را به یکدیگر متصل کنیم، بار تمامی آن‌ها بعد از تماس به یکدیگر با هم یکسان شده و برابر می‌شود با:

$$q'_1 = q'_2 = q'_3 = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3}$$

4-A مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)

این فصل خیلی نیاز به برابندگیری بردارها تو حالت‌های هم‌راستا و عمود بر هم داره ... تو ادامه به مرور سریع روی این موضوع داشته باشیم ... همان‌طور که در ابتدای کار نشان دادیم، هر بردار دارای دو مؤلفه افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به صورت بردارهای یک‌به‌صورت زیر نشان داد:



تو ذهنت بگو، وتر در کسینوس میشه مجاور، وتر در سینوس میشه مقابل ... هی تکرار کن، باشه!!

نقته: برعکس موضوع انجام شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به سادگی می‌توان اندازه آن بردار و زاویه آن را با افق یافت. به‌طور مثال در شکل فوق داریم:

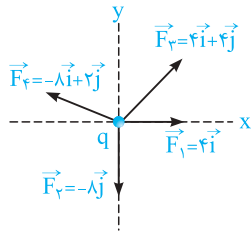
$$\begin{cases} R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} & \text{اندازه بردار } \vec{R} \\ \tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{R_y}{R_x} & \text{محاسبه زاویه } \theta \end{cases}$$

جمع بردارها با کمک بردارهای یک

جمع دو بردار $\vec{A} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$ و $\vec{B} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j}$ به صورت مقابل است:

$$\tan \theta = \frac{\text{ضرب } \vec{j}}{\text{ضرب } \vec{i}}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A} + \vec{B}$ ، به سادگی می‌توان زاویه آن با افق را نیز پیدا کرد:



برای درک بهتر، فرض کنید بر ذره الکتریکی مقابل نیروهای نشان داده شده وارد شده است. برآیند نیروهای وارد بر این ذره باردار برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = (4\vec{i} + 4\vec{j}) + (-4\vec{i} + 4\vec{j}) + (-4\vec{i} - 4\vec{j}) + (4\vec{i} - 4\vec{j})$$

$$\vec{F}_T = [(4 + 0 + 4 + (-4))\vec{i}] + [(0 + (-4) + 4 + 2)\vec{j}] = 0\vec{i} - 2\vec{j}$$

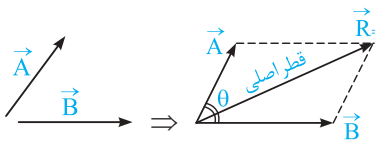
مجموع ضرایب
در راستای افق

مجموع ضرایب
در راستای قائم

این موضوع یعنی بردار برآیند اولاً مؤلفه افقی ندارد و ثانیاً مؤلفه قائمش در خلاف جهت y میشه، چون منفیه ...

برآیند دو بردار به روش متوازی الاضلاع

دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید:



برای به دست آوردن برآیند دو بردار (بیشتر از دو تا نه) می توان به گونه ای دیگر نیز عمل کرد. در این روش که به روش متوازی الاضلاع معروف است، دو بردار را به گونه ای رسم می کنیم که ابتدای آن ها از یک نقطه باشند، سپس متوازی الاضلاعی رسم می کنیم که دو ضلع آن بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ باشد. در این حالت، قطری از متوازی الاضلاع که از نقطه شروع دو بردار آغاز می شود، معادل برآیند دو بردار می باشد (منظور قطر اصلی است).

دقت: در کتاب درسی برآیندگیری برای نیروهای در یک راستا و یا نیروهای عمود بر هم مدنظر می باشد. دو حالت زیر برای تکمیل اطلاعات دانش آموزان علاقه مند آورده شده است و مدنظر کتاب درسی نمی باشد.

۱ اگر زاویه بین دو بردار برابر θ باشد، اندازه برآیند آن ها برابر است با:

$$|\vec{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

۲ اگر اندازه دو بردار با هم برابر باشد، اندازه بردار برآیند از رابطه ساده شده روبهرو به دست می آید:

$$|\vec{R}| = 2A \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

نکات بسیار کاربردی در برآیندگیری دو بردار

به طور کلی زمانی که دو بردار هم جهت باشند ($\theta = 0^\circ$)، اندازه برآیند آن ها حداکثر است و از جمع اندازه های دو بردار به دست می آید و زمانی که مختلف جهت باشند ($\theta = 180^\circ$) اندازه برآیند آن ها حداقل است و از تفاضل اندازه های دو بردار به دست می آید.

مثال هایی برای درک بهتر:

بیشترین برآیند دو نیروی ۴N و ۲N $\Rightarrow 4N + 2N = 6N$ (زاویه بین دو نیرو $\theta = 0^\circ$)

کمترین برآیند دو نیروی ۴N و ۲N $\Rightarrow 4N - 2N = 2N$ (زاویه بین دو نیرو $\theta = 180^\circ$)

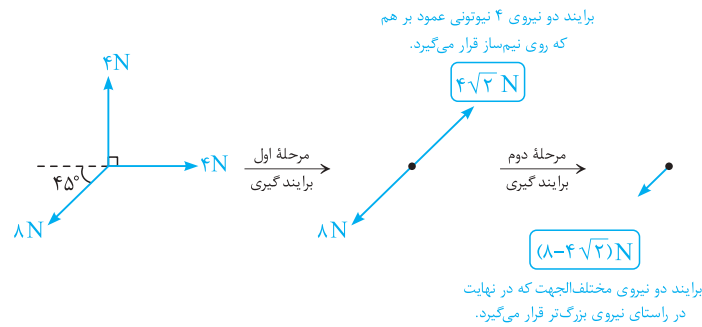
حالت بینابین: $2N < R < 6N$ (زاویه بین دو بردار: θ)

دو بردار عمود برهم و هم اندازه (زاویه 45°): $R = F\sqrt{2}$

برآیند برابر قطر مستطیل است. (دو بردار عمود برهم): $R = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

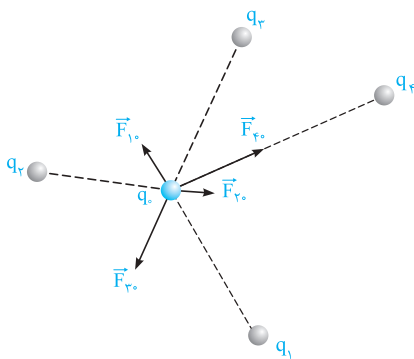
۵ تا حالت خاص مطرح شده، توکل این کتاب خیلی کاربرد داره ... خیلی خوب اینا رو درک کنید تا بتونید ارزش تو تست استفاده کنید.

به عنوان مثال در شکل زیر با کمک ایده‌های مطرح شده، برابند نیروها را یافته‌ایم:



5-A بررسی قانون کولن برای یش از دو ذره باردار

تا این‌های کار قانون کولن را برای دو ذره باردار یاد گرفتیم، حالا سؤال اینه که آگه زره‌ها پندرتا باشه چی؟ برای جواب دارن به این موضوع باید مسابلی برابندگیری بلد باشید ...



در حالت کلی اگر تعدادی ذره باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برابند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند (این موضوع، اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی نام دارد). به عبارت دیگر، وقتی چند ذره باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برابند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازه هر یک از این نیروها را با کمک رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای هم‌نام، یک‌دیگر را دفع کرده و بارهای ناهم‌نام، یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

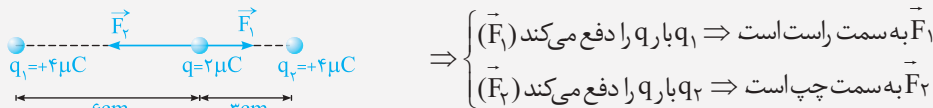
گام دوم: برابند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم.

تو ادامه کار، با مل پندرتا سؤال متنوع، بر روی این سبک از سؤال‌ها که همواره پای ثابت سؤال‌های کنکور و امتحانات هستن، مسلط میشیم ...

تمرین ۹: در شکل روبه‌رو، برابند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 2\mu C$ برابر نیوتون و به سمت است. $(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ SI})$

(۱) ۱۰۰، چپ (۲) ۱۰۰، راست (۳) ۶۰، چپ (۴) ۶۰، راست

پاسخ: ابتدا جهت نیروهایی را که هر یک از دو ذره باردار q_1 و q_2 بر بار q وارد می‌کنند (برمب هم‌نام یا ناهم‌نام بودنشان) به‌دست می‌آوریم:



در ادامه مقدار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را با کمک قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$F_1 = \frac{k|q||q_1|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N}$$

(دافعه)

$$F_2 = \frac{k|q||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 80 \text{ N}$$

(دافعه)

در نهایت با برابندگیری از نیروهای در خلاف جهت F_1 و F_2 ، به سادگی نیروی برابند به‌دست می‌آید (نیروها اثر هم‌دیگر را تضعیف می‌کنند):

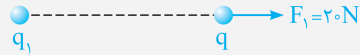
$$F_T = F_2 - F_1 = 80 - 20 = 60 \text{ N}$$

$F_2 = 80 \text{ N}$ $F_1 = 20 \text{ N}$

با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی F_2 ، جهت نیروی برابند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینه (۳) صحیح است. دقت شود که این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر 60 N است.

تمرین ۱۰: در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی q_2 حذف شود، برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q برابر نیوتون شده و تغییر جهت
 (۱) ۸۰، نمی‌دهد (۲) ۲۰، می‌دهد (۳) ۱۰۰، می‌دهد (۴) ۲۰، نمی‌دهد

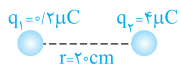
پاسخ: در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی q_2 ، تنها نیرویی که بر بار q وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعه بار q_1 بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1 = 20\text{N}$ و به سمت راست می‌باشد.



بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q برابر 20N شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود) و گزینه (۲) صحیح است.

بررسی دو نکته مهارتی

فیلی از بچه‌ها می‌پرسد: رمز موفقیت تو سریع‌تر شدن حل سؤالای قانون کولن پیه؟ دوتاشو همین الان می‌گیم ...



۱ در محاسبات رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ ، ترجیحاً اعداد به صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(0.2)^2}$$

شکل نامناسب

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-1})^2}$$

شکل مناسب

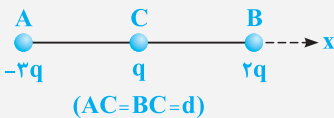
۲ در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر $9/9$ نیوتون به دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی $1/8$ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

حالت اول: $F = 9 \times 10^9 \times \frac{(1 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(1 \times 10^{-1})^2} = 9/9\text{N}$

حالت دوم: $F' = 2F = 1/8\text{N}$

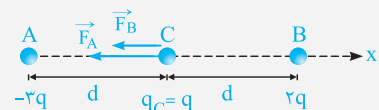
حالا ببریم از این دوتا نکته مهارتیمون کلی استفاده کنیم ...

تمرین ۱۱: فرض کنید دو بار q در فاصله d ، بر یک دیگر نیروی 10N را وارد می‌کنند. در شکل



مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار q کدام است؟

- (۱) $50\hat{i}$ (۲) $-50\hat{i}$ (۳) $40\hat{i}$ (۴) $-40\hat{i}$



پاسخ: فرض می‌کنیم اندازه نیرویی که دو بار q در فاصله d بر یک دیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد، در این صورت چون دو بار q و $-3q$ ناهم‌نام هستند، نیروی بین آن‌ها جاذبه بوده و برابر است با:

برابر ۳: $F = \frac{k|q_A||q|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F \xrightarrow{F=10\text{N}} F_A = 30\text{N} \Rightarrow \vec{F}_A = -30\hat{i}$

از سوی دیگر نیروی بین دو بار هم‌نام q و $2q$ دافعه بوده و برابر است با:

برابر ۲: $F = \frac{k|q_B||q|}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F \xrightarrow{F=10\text{N}} F_B = 20\text{N} \Rightarrow \vec{F}_B = -20\hat{i}$

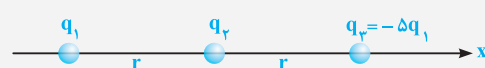
در نهایت با برآیندگیری از نیروهای هم‌جهت به دست آمده، داریم:

(گزینه ۲) $\vec{F}_T = \vec{F}_A + \vec{F}_B \Rightarrow \vec{F}_T = -50\hat{i}$

تمرین ۱۲: در شکل زیر، سه ذره باردار روی محور x قرار دارند و به بار q_2 نیروی الکتریکی خالص F وارد می‌شود. اگر بار q_3 روی محور x به

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰ فاج از کشور)

اندازه $\frac{4r}{5}$ به بار q_2 نزدیک شود، نیروی خالص وارد بر بار q_2 چند برابر F می‌شود؟



(۲) ۲۱

(۱) ۲۵

(۴) $\frac{25}{6}$

(۳) $\frac{13}{3}$

پاسخ: فرض می‌کنیم بزرگی نیرویی که بار q_1 در فاصله r به بار q_2 وارد می‌کند، برابر x باشد. در این صورت داریم:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{1}{2} \Rightarrow F_2 = \frac{1}{2}x$$

$$F_{T_1} = F_1 + F_2 + F_3 = 6x$$

در حالت دوم بار q_3 به اندازه $\frac{4r}{\delta}$ به بار q_2 نزدیک می‌شود و فاصله آن تا بار q_2 به $\frac{1}{\delta}r$ می‌رسد و داریم:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2'}{F_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{\delta}\right)^2 = \frac{1}{2\delta^2} \Rightarrow F_2' = \frac{1}{2\delta^2}x$$

$$F_{T_1} = F_1 + F_2' + F_3' = 126x \Rightarrow \frac{F_{T_1}}{F_{T_2}} = \frac{126x}{6x} = 21 \quad (\text{گزینه ۲})$$

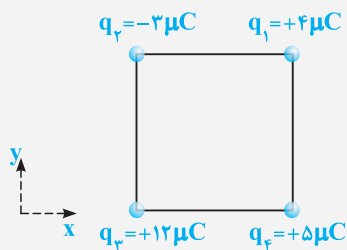
و در نهایت داریم:

تمرین بعدی به کم سنگین‌تر از کتاب درسیه، ولی تو امتحانات و کنکورای سخت سر و گلش پیدا میشه ...

تمرین ۱۳: مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع 6 cm قرار دارند. بردار

نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_1 در SI کدام است؟

$$(\sqrt{2} \approx 1/4, k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$



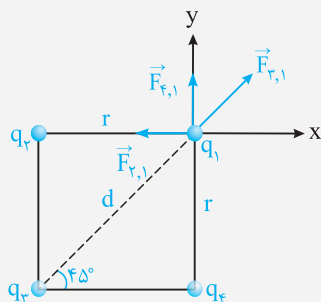
$$12\vec{i} + 9\vec{j} \quad (۲)$$

$$42\vec{i} + 6\vec{j} \quad (۴)$$

$$-12\vec{i} + 9\vec{j} \quad (۱)$$

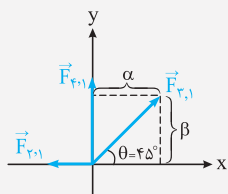
$$-42\vec{i} + 6\vec{j} \quad (۳)$$

پاسخ: برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کرده و اندازه هر یک را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} F_{12} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (3 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 30 \text{ N} \\ F_{13} = \frac{k |q_1| |q_3|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (12 \times 10^{-6})}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 60 \text{ N} \\ F_{14} = \frac{k |q_1| |q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 50 \text{ N} \end{cases}$$

در ادامه با رسم نیروها بر روی محورهای مختصات و با تجزیه بردار $\vec{F}_{12}$ در راستای محورهای x و y داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$ می‌باشد):



$$\begin{cases} \vec{F}_{12} = -30\vec{i} + 0\vec{j} \\ \vec{F}_{13} = 60\vec{i} + 0\vec{j} \\ \vec{F}_{14} = 0\vec{i} + 50\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = F_{12} \cos \theta = 30 \cos 45^\circ = 21 \text{ N} \\ \beta = F_{12} \sin \theta = 30 \sin 45^\circ = 21 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{12} = 21\vec{i} + 21\vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} \Rightarrow \vec{F}_T = (-30 + 21 + 0)\vec{i} + (0 + 21 + 50)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = 12\vec{i} + 71\vec{j} \quad (\text{گزینه ۲})$$

تمرین ۱۴: چهار ذره باردار مطابق شکل در رأس‌های یک مربع به ضلع 20 cm قرار دارند. اگر

نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 در SI به صورت $\vec{F} = -9\vec{i}$ باشد، q_3 چند میکروکولن

است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)

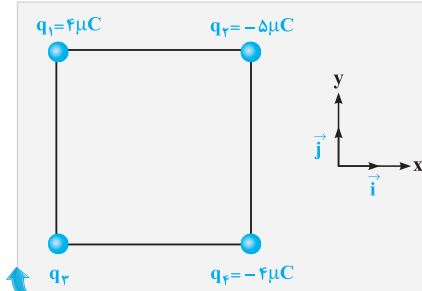
(سراسری ریاضی ۹۸)

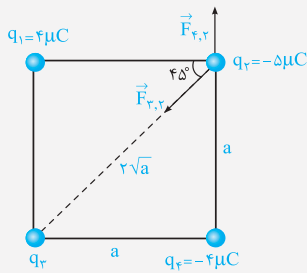
$$-8\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$-4 \quad (۲)$$

$$8\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

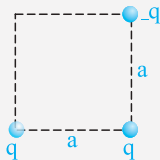




پاسخ: برای این که نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F} = -9\vec{i}$ باشد، باید برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف بارهای دیگر، در راستای قائم برابر صفر باشد. این موضوع یعنی مؤلفه‌ای از نیروی $\vec{F}_{r,2}$ که در راستای قائم است، باید نیروی $\vec{F}_{r,2}$ را خنثی کند.

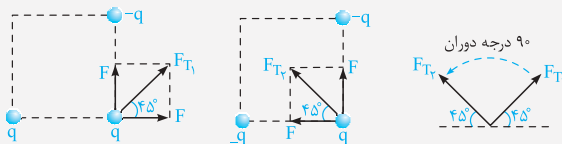
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{r,2} \sin 45^\circ = F_{r,2} \Rightarrow \frac{kq_2 q_2}{(\sqrt{2}a)^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq_4 q_2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 = |q_4| = 4 \mu C \Rightarrow |q_3| = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} \mu C \xrightarrow{q_3 > 0} q_3 = 8\sqrt{2} \mu C \quad (\text{گزینه ۴})$$



تمرین ۱۵: سه ذره باردار، مطابق شکل در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر ذره سمت چپ پایینی به جای q ، بار $-q$ داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی نسبت به حالت فعلی:

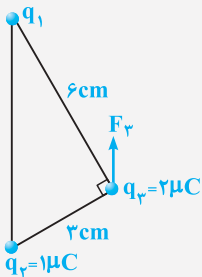
- (۱) ۹۰ درجه ساعتگرد می‌چرخد.
- (۲) ۹۰ درجه پادساعتگرد می‌چرخد.
- (۳) ۴۵ درجه ساعتگرد می‌چرخد.
- (۴) ۴۵ درجه پادساعتگرد می‌چرخد.



پاسخ: با سؤال جالب و مفهومی روبه‌رو شده‌ایم. برای پاسخ به این سؤال، اگر نیروی بین دو بار q در فاصله a را F فرض کنیم، در دو حالت برآیند نیروهای وارد بر ذره مورد نظر (سمت راست و پایین) به صورت مقابل است:

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، برآیند نیروهای وارد بر ذره مورد نظر ۹۰ درجه پادساعتگرد دوران خواهد کرد و گزینه (۲) صحیح است.

📌 حالا می‌توانیم به سؤال توب و قشنگ که مربوط به کنکور ۹۶ تهری میشه، براتون مل کنیم. فوب به ابره استفاده شده در علش دقت کنید ...



تمرین ۱۶: در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر F_3 برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 موازی خط واصل q_1 و q_2 باشد، F_3 چند نیوتون است؟

(سراسری تهری ۹۶)

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$$

- (۱) $8\sqrt{5}$
- (۲) $12\sqrt{5}$
- (۳) $16\sqrt{5}$
- (۴) $20\sqrt{5}$

پاسخ: برای حل این سؤال، کافیت به دو مورد زیر توجه کنید:

- ۱- به ذره q_3 ، نیروهای عمود بر هم $\vec{F}_{1,3}$ و $\vec{F}_{2,3}$ وارد می‌شود که برآیند آن‌ها F_3 را تشکیل می‌دهد.
- ۲- مقدار $\cos \alpha$ هم از روی مثلث آبی و هم از روی مثلث اصلی سؤال قابل محاسبه است و رمز موفقیت در حل این سؤال، تساوی این دو مقدار است.

$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 6^2}} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{2,3}}{F_3} \\ F_{2,3} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 1 \times 10^{-12}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N} \end{array} \right. \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_{2,3}}{F_3} = \frac{20}{F_3} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \xrightarrow{\text{پاسخ نهایی}} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{20}{F_3} \Rightarrow F_3 = 20\sqrt{5} \text{ N} \quad (\text{گزینه ۴})$$

📌 چون مقدار q_1 رو نداشتیم، نمیشد $F_{1,3}$ رو درآورد و بعدش مقدار نیروی برآیند F_3 رو پیدا کرد و میبور شریم به لکلی سوار کنیم ...

(سراسری قبل از ۹۰)

(۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$ ، به سمت بالا

(۴) $270\sqrt{2}$ ، به سمت چپ

پاسخ: مطابق شکل، نیروهای وارد بر ذرهٔ q در مرکز مربع را رسم می‌کنیم. اندازهٔ قطر مربع $20\sqrt{2}$ cm می‌باشد، در نتیجه فاصلهٔ بار q در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازهٔ قطر مربع $\left(\frac{20\sqrt{2}}{2}\right)$ بوده و برابر $10\sqrt{2}$ cm می‌باشد.


 $\Rightarrow R_{B,D} = F_D - F_B = 270 - 90 = 180 \text{ N}$ (در جهت نیروی $\vec{F}_D$)

از طرفی برآیند دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_C$ نیز برابر است با:



6-A

Diagram illustrating the forces on a central positive charge q_r . The charge is repelled by q_l to the left (force $\vec{F}_{r,l}$) and repelled by q_r to the right (force $\vec{F}_{l,r}$). The distance from q_l to q_r is x , and the distance from q_r to q_r is $d-x$.

$$\frac{\cancel{k} |q_1| |q_r|}{x^r} = \frac{\cancel{k} |q_r| |q_r|}{(d-x)^r} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^r} = \frac{|q_r|}{(d-x)^r}$$

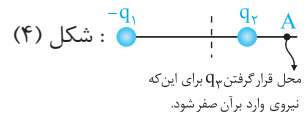
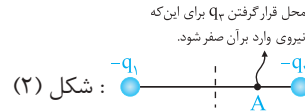
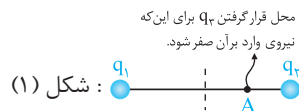
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار و علامت بار q_3 ، تأثیری در به تعادل رسیدن آن ندارد که این موضوع خود، موضوع بسیار جالبی است.

یک نتیجه کاربردی

🔗 رمز موفقیت تو این قسمت اینه که نکته‌ای که یادتون میریم رو با کوشش و پوستون هم بفهمید و هم به ذهن بسپیرید ...

اگر دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله d از یکدیگر قرار بگیرند و بخواهیم ذره باردار Q توسط این دو بار به تعادل برسد، اگر دو بار نقطه‌ای هم‌نام باشند، این ذره باید در فاصله بین دو بار الکتریکی قرار گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، باید در خارج از فاصله بین دو بار الکتریکی قرار گیرد و باید توجه شود که این ذره را باید همواره نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر قرار دهیم.

با توجه به نتیجه به‌دست آمده، به‌طور مثال در هریک از شکل‌های زیر، اگر دو بار q_1 و q_2 ، هم‌نام و $|q_1| > |q_2|$ در نظر گرفته شوند، بار سوم را باید در نقطه A قرار دهیم تا امکان صفر شدن نیروی وارد بر آن وجود داشته باشد (توصیه می‌شود که در هریک از شکل‌ها، محل نقطه A و دلیل صفر شدن برابند نیروهای وارد بر بار q_3 را تحلیل کنید):



🔗 برای یادگیری و تسلط بیشتر بر روی مفاهیم ارائه شده، با همدیگر بریم پندتا سوال ازتون حل کنیم ...

تمرین ۱۸: دو بار الکتریکی $-q$ و $Q = +4q$ در دو نقطه A و B به فاصله $AB = 30\text{cm}$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

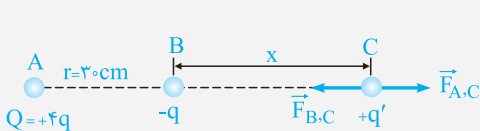
(سراسری قبل از ۹۰)

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۰ (۲)

۱۵ (۱)



پاسخ: با توجه به این که بار $-q$ مقدار کوچک‌تری نسبت به $Q = +4q$ دارد، پس بار سوم برای تعادل باید نزدیک به بار $-q$ باشد و چون بارها ناهم‌نام هستند، بار سوم باید خارج از فاصله بین دو بار قرار گیرد. در ادامه اگر فاصله بار $+q'$ تا بار $-q$ را x در نظر بگیریم، مقدار x به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$+q' \text{ برای تعادل برای بار } Q: \sum F = 0 \Rightarrow F_{A,C} = F_{B,C} \Rightarrow \frac{k|4q||q'|}{(30+x)^2} = \frac{k|q||q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{(30+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

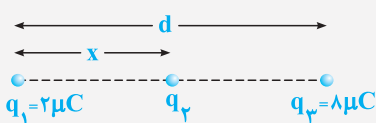
$$\Rightarrow 4x^2 = (30+x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x = 30+x \Rightarrow x = 30\text{cm}$$

در نهایت باید گفت فاصله بار Q تا بار $+q'$ برابر 60cm است ($30+x = 30+30$) و گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

🔗 همون‌طور که دیدید، مقدار و علامت بار q' ، در به تعادل رسیدن اون نقشی نداره و به عنوان مثال اگر اندازه بار q' دو برابر بشه هم، مبدلاً در محل به‌دست آمده تعادل برایش برقراره ... واقعاً قالب نیست!

تمرین ۱۹: سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر قرار دارند. برابند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هریک از بارها صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟

(سراسری تجربی ۹۰ فارغ از کشور)



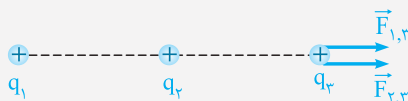
$$+\frac{2}{9} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{9} \quad (۱)$$

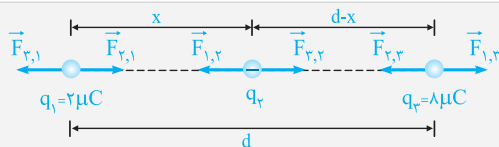
$$+\frac{8}{9} \quad (۴)$$

$$-\frac{8}{9} \quad (۳)$$

پاسخ: گام اول: با توجه به این که برابند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر بار q_3 صفر است، نتیجه می‌گیریم بار q_2 منفی است، زیرا اگر q_1 و q_2 هر دو مثبت باشند، هر دو q_3 را دفع کرده و امکان ندارد برابند نیروهای وارد بر آن صفر شود.



$$F_T = F_{1,3} + F_{2,3} \neq 0 \text{ (تعادل ندارد)}$$



گام دوم: در ادامه نیروهای وارد بر بارها را مشخص می‌کنیم و با توجه به این‌که همه بارها متعادل‌اند، تلاش می‌کنیم q_2 را محاسبه کنیم:

$$q_2: \text{کنترل شدن برآیند نیروهای وارد بر } q_2: F_{1,2} = F_{3,2} \Rightarrow k \frac{2|q_2|}{x^2} = k \frac{8|q_2|}{(d-x)^2} \Rightarrow 2x^2 = (d-x)^2 \Rightarrow 2x = d-x \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

$$q_1: \text{کنترل شدن برآیند نیروهای وارد بر } q_1: F_{2,1} = F_{3,1} \Rightarrow k \frac{2|q_1|}{x^2} = k \frac{\lambda \times 2}{d^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{\lambda}{9} \mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -\frac{\lambda}{9} \mu C \text{ (گزینه ۳)}$$

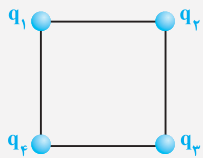
دقت: در رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ اندازه بارها یعنی $|q_1|$ و $|q_2|$ را قرار می‌دهیم و علامت بارها را وارد نمی‌کنیم.

تو ادامه کار، به تست خوب دیکه از بحث صفر شدن برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر به زره تو حالتی که بارها روی به خط قرار ندارند بررسی می‌کنیم. تو این‌بار سوآلا برای تعادل، کل نیروها بالاافره به‌پوری باید همدیکه رو فثی کنن ...

تمرین ۲۰: در شکل زیر، چهار ذره باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر صفر باشد،

(سراسری تجربی ۱۴۰۰ خارج از کشور)

کدام رابطه درست است؟

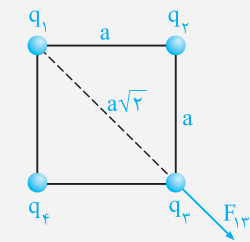


$$q_4 = q_2 = -2\sqrt{2}q_1 \quad (1)$$

$$q_4 = q_2 = -\frac{\sqrt{2}}{4}q_1 \quad (2)$$

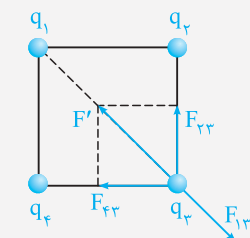
$$q_4 = q_2 = 2\sqrt{2}q_1 \quad (3)$$

$$q_4 = q_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}q_1 \quad (4)$$



پاسخ: گام اول: فرض می‌کنیم علامت بار q_3 مثبت باشد و بار q_1 بار q_3 را دفع کند. بدین ترتیب داریم:

$$F_{1,3} = \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{2a^2}$$



گام دوم: برای این‌که برآیند نیروهای واردشده به q_3 بتواند صفر شود، باید اندازه بارهای q_2 و q_4 برابر باشند و علامت آن‌ها قرینه علامت q_1 باشد. به شکل مقابل دقت کنید:

$$F_{2,3} = \frac{k|q_2||q_3|}{a^2}$$

$$F' = \sqrt{2}F_{2,3} = \sqrt{2} \times \frac{k|q_2||q_3|}{a^2}$$

از آن‌جایی که برآیند نیروهای واردشده به q_3 صفر است، $F' = F_{1,3}$ می‌باشد و داریم:

$$\frac{k|q_2||q_3|\sqrt{2}}{a^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{2a^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{1}{2\sqrt{2}}|q_1| = \frac{\sqrt{2}}{4}|q_1|$$

و از آن‌جایی که q_2 و q_4 همنام بوده و q_1 و q_4 ناهمنام هستند، داریم:

$$q_4 = q_2 = -\frac{\sqrt{2}}{4}q_1 \quad (\text{گزینه ۲})$$

الان دیکه وقتشه شما خودتون رو نشون بدید، به خاطر همین به شما توصیه می‌کنیم که تستای ۱ تا ۵۷ از فاز کسب مهارت و تستای ۱۱۴ تا ۱۴۶ از فاز انگور رو

بزنید ...



در تست‌های این فاز که به صورت میکرو طبقه‌بندی ارائه شده است، اولاً به‌فوبی می‌توانید بر روی درسنامه‌ها مسلط شوید و ثانیاً مهارت‌های زیادی را در هنگام تست‌زنی کسب کنید. این موضوع سبب می‌شود به بهترین شکل خود را برای تست‌های فاز دوم آماده کنید.



تست‌های کسب مهارت

آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

تو شروع کار این فصل، می‌خواهم سؤالی رو براتون بپریم که شما رو با مفهوم پایه‌ای بار الکتریکی آشنا بکنه ...

۱- یک میله پلاستیکی خنثی را با یک پارچه پشمی مالش داده و باردار کرده‌ایم. بار الکتریکی این میله:

(۱) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

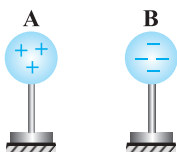
(۲) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

(۳) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

(۴) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

۲- مطابق شکل زیر، دو کره A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به‌ترتیب برابر $8 \times 10^{-9} \text{ C}$ و $-4/8 \times 10^{-7} \text{ C}$ می‌باشد. در

مورد این دو جسم، کدامیک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (اندازه بار الکتریکی هر الکترون $1/6 \times 10^{-19}$ کولن می‌باشد).



(۱) به جسم A تعداد 5×10^{11} پروتون و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

(۲) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون و از جسم B تعداد 3×10^{11} پروتون گرفته‌ایم.

(۳) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

(۴) از جسم A تعداد 8×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 48×10^{11} الکترون داده‌ایم.

۳- یک میله شیشه‌ای به وسیله مالش با یک پارچه ابریشمی، دارای بار الکتریکی شده است. این میله چند کولن الکتریسیته می‌تواند

داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون $1/6 \times 10^{-19}$ کولن می‌باشد، هم‌چنین در سری تریبوالکتریک، شیشه بالاتر از ابریشم قرار دارد).

(۱) 2×10^{-19} (۲) -2×10^{-19} (۳) 8×10^{-19} (۴) -8×10^{-19}

۴- جسمی دارای بار اولیه q می‌باشد. اگر این جسم 5×10^{15} الکترون از دست بدهد، بار آن قرینه حالت اول می‌شود. بار اولیه این جسم،

چند میکروکولن بوده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۱) -400 (۲) 400 (۳) 800 (۴) -800

۵- جسم خنثی A را به جسم خنثی B مالش داده و دو جسم تنها با یک‌دیگر در تماس بوده‌اند. کدامیک از حالت‌های زیر، اصل پایستگی

بار الکتریکی را نقض می‌کند؟

(۱) حالتی که در آن جسم A دارای بار $+2 \mu\text{C}$ و جسم B دارای بار $-2 \mu\text{C}$ شود.

(۲) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-2 \mu\text{C}$ و جسم B دارای بار $+2 \mu\text{C}$ شود.

(۳) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-2 \mu\text{C}$ و جسم B نیز دارای بار $-2 \mu\text{C}$ شود.

(۴) حالتی که در آن جسم A و جسم B در پایان آزمایش خنثی باقی بمانند.

۶- در یک اتم دو بار مثبت (X^{2+})، اندازه بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $4/8 \times 10^{-18} \text{ C}$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام

است؟ (اندازه بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن می‌باشد).

(۱) 30 (۲) 28 (۳) 32 (۴) 36

راستی می‌دونید سری الکتریسیته مالشی (سری تریبوالکتریک) چیه؟! تو سؤالی بعدی با این موضوع سروکله می‌زنیم ...

۷- در شکل مقابل، جدول سری الکتریسیته مالشی نشان داده شده است. اگر جسم A را به جسم B و جسم

C را به جسم D مالش دهیم، کدامیک از اظهارنظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟ (تألیفی)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

(۱) دو جسم A و C هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

(۲) دو جسم B و D هم‌دیگر را جذب می‌کنند.

(۳) دو جسم A و D هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

(۴) دو جسم B و C هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

۸- پس از مالش دو جسم A و B بر یکدیگر، بار الکتریکی جسم B مثبت می‌شود. پس از مالش دو جسم C و D بر یکدیگر، جسم C جسم B را دفع می‌کند. محل قرارگیری این اجسام در سری الکتریسیته مالشی، به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (تألیفی)

انتهای مثبت سری	انتهای مثبت سری	انتهای مثبت سری	انتهای مثبت سری
D	B	C	A
A	A	B	B
B	D	A	C
C	C	D	D
انتهای منفی سری	انتهای منفی سری	انتهای منفی سری	انتهای منفی سری

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۹- یک میله شیشه‌ای خنثی را توسط یک پارچه پشمی مالش می‌دهیم، سپس یک جسم نایلونی را توسط همان پارچه پشمی مالش می‌دهیم. اگر بار نهایی میله شیشه‌ای، جسم نایلونی و پارچه پشمی به ترتیب q_A ، q_B و q_C باشد، با توجه به سری الکتریسیته مالشی، کدام گزینه الزاماً درست است؟

انتهای مثبت سری
شیشه
نایلون
پشم
انتهای منفی سری

$$q_A = q_B \quad (۱)$$

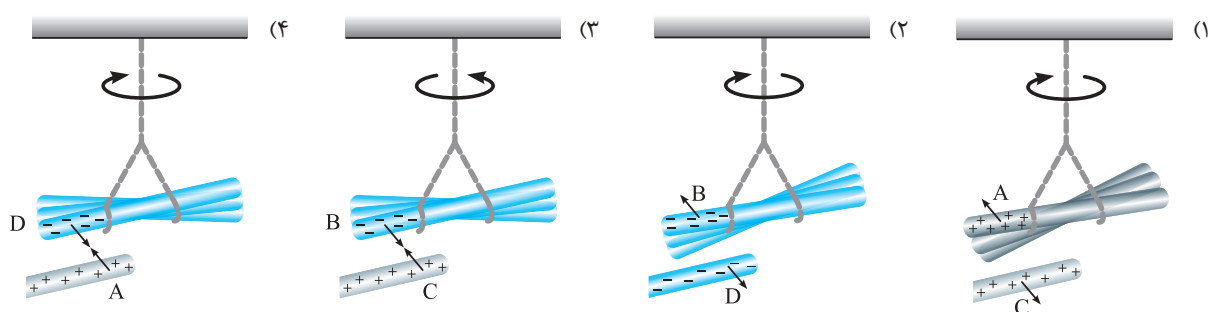
$$q_C = q_A + q_B \quad (۲)$$

$$q_C = -q_A \quad (۳)$$

$$-q_C = q_A + q_B \quad (۴)$$

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱۰- با توجه به سری الکتریسیته مالشی داده شده، میله A را با میله B و میله C را با میله D مالش می‌دهیم. کدام یک از شکل‌های زیر، جهت چرخش میله آویخته شده، نیروی بین میله‌ها و بار الکتریکی آن‌ها را پس از مالش دادن به یکدیگر، به درستی نشان نمی‌دهد؟ (تألیفی)



آشنایی اولیه با قانون کولن



حالا می‌فوییم بریم سرخ قانون کولن و به سری سؤالاتی مقدماتی از اصل فرمول براتون بیاریم ...

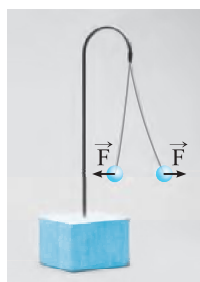
۱۱- با توجه به قانون کولن، اندازه نیرویی که دو گلوله باردار نشان داده شده بر یکدیگر وارد می‌کنند، با متناسب و با نسبت عکس دارد. (کتاب درسی)

(۱) اندازه بار هر یک از آن‌ها - مجذور فاصله بین آن‌ها

(۲) اندازه بار هر یک از آن‌ها - فاصله بین آن‌ها

(۳) مجذور اندازه بار هر یک از آن‌ها - فاصله بین آن‌ها

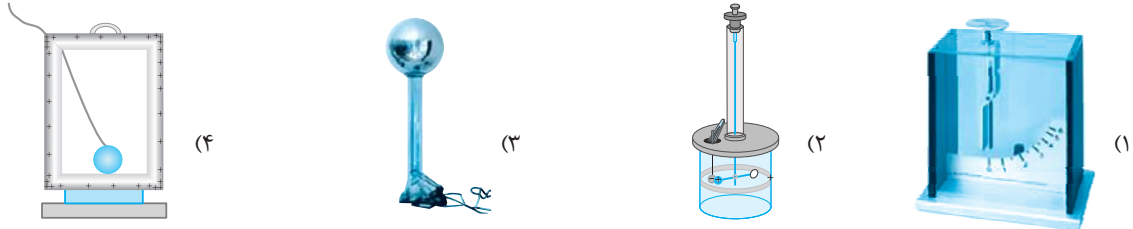
(۴) مجذور اندازه بار هر یک از آن‌ها - مجذور فاصله آن‌ها



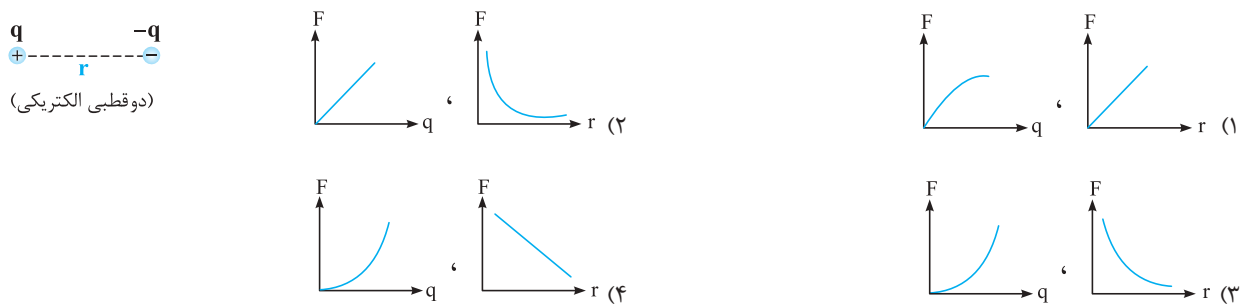
۱۲- یکای k (ثابت کولن) و ϵ_0 (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$(۱) \frac{C^2}{N.m^2}, \frac{N.m}{C} \quad (۲) \frac{C}{N.m}, \frac{N.m}{C} \quad (۳) \frac{N.m^2}{C^2}, \frac{C^2}{N.m^2} \quad (۴) \frac{N.m}{C^2}, \frac{C^2}{N.m}$$

۱۳- به کمک کدام یک از وسایل زیر، کولن توانست عامل‌های مؤثر بر نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار را شناسایی کند؟ (کتاب درسی)



۱۴- در شکل زیر، دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام نشان داده شده است. کدام یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها و برحسب اندازهٔ بار الکتریکی q به درستی نشان می‌دهد؟



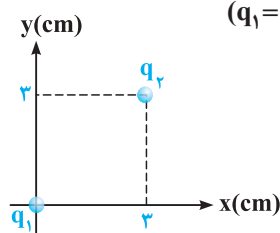
۱۵- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟ (سراسری قبل از ۹۰)

- (۱) ۱ (۲) ۳/۱۴ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۱۶- دو ذرهٔ باردار با بارهای مثبت در فاصلهٔ ۳۰cm از یکدیگر با نیروی الکتریکی $5N$ یکدیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$)

- (۱) ۸ و ۷ (۲) ۶ و ۹ (۳) ۵ و ۱۰ (۴) ۳ و ۱۲

۱۷- در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟ ($q_1 = -q_2 = 2\mu C, k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$)



$$(۱) \vec{F} = 10\sqrt{2} \vec{i} + 10\sqrt{2} \vec{j}$$

$$(۲) \vec{F} = -10\sqrt{2} \vec{i} - 10\sqrt{2} \vec{j}$$

$$(۳) \vec{F} = -20\sqrt{2} \vec{i} - 20\sqrt{2} \vec{j}$$

$$(۴) \vec{F} = 20\sqrt{2} \vec{i} + 20\sqrt{2} \vec{j}$$

۱۸- دو بار نقطه‌ای q و $2q$ به فاصلهٔ d از یکدیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر بار q بر بار $2q$ نیروی $\vec{F} = +10\vec{i}$ را در SI وارد کند،

بار $2q$ بر بار q چه نیرویی وارد خواهد کرد؟

$$(۱) \vec{F}' = +20\vec{i} \quad (۲) \vec{F}' = +10\vec{i} \quad (۳) \vec{F}' = -20\vec{i} \quad (۴) \vec{F}' = -10\vec{i}$$

۱۹- در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم $9/10 gr$ و بار یکسان مثبت q در فاصلهٔ ۱cm از هم قرار دارند، به‌طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر

است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C, g = 10 N / kg$) (کتاب درسی)



$$(۱) 6/25 \times 10^{14} \quad (۲) 6/25 \times 10^{10}$$

$$(۳) 2/25 \times 10^{12} \quad (۴) 2/25 \times 10^{14}$$

۲۰- ذره A به جرم m و بار الکتریکی q و ذره B به جرم $2m$ و بار الکتریکی $2q$ در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذره A چند برابر بزرگی شتاب ذره B خواهد شد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴



بررسی تأثیر اندازه بارها و فاصله بین دو بار بر نیروی کولنی

تو اذمه‌لکر، بریم ببینیم تغییر پارامترهای مختلف چه‌ببری باعث تغییر نیروی کولنی میشه. تو این قسمت، چیزای جالبی یاد می‌گیری...

۲۱- در مدل بور برای اتم هیدروژن، فاصله الکترون از پروتون هسته در حالت پایه برابر a و در هسته اتم هلیم دو پروتون به فاصله تقریبی $a \times 10^{-4}$ از هم قرار دارند. اندازه نیرویی که پروتون‌ها در هسته اتم هلیم بر هم وارد می‌کنند، چند برابر نیروی بین الکترون و پروتون در هسته اتم هیدروژن است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) 5×10^6 (۲) 5×10^7 (۳) $2/5 \times 10^6$ (۴) $2/5 \times 10^7$

۲۲- دو بار الکتریکی همنام و مساوی به فاصله d از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند و با نیروی F یک‌دیگر را می‌رانند. این دو بار را در چه فاصله‌ای از یک‌دیگر باید قرار داد تا نیروی کولنی بین آن‌ها ۵۰ درصد کاهش یابد؟

- (۱) $\frac{d\sqrt{2}}{2}$ (۲) $d\sqrt{2}$ (۳) $\frac{d}{2}$ (۴) $2d$

۲۳- بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصله r بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازه $2F$ وارد می‌کند؟

(سراسری قبل از ۹۰)

- (۱) $2r$ (۲) $\sqrt{2}r$ (۳) $\frac{1}{2}r$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$

۲۴- فرض می‌کنیم دو بار مثبت Q که در یک فاصله معین قرار دارند نیرویی برابر F به یک‌دیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر $\frac{15}{16}F$ گردد؟

(سراسری قبل از ۹۰)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌مقدار و ناهمنام، در فاصله r بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصله بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{25}$ (۴) $\frac{16}{25}$

۲۶- دو کره کوچک با بار الکتریکی مثبت با مقادیر q_1 و q_2 در فاصله r از هم ثابت شده‌اند و یک‌دیگر را با نیرویی به بزرگی F_1 می‌رانند. اگر ۵۰ درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند، F_2 می‌شود. در کدام حالت، $F_2 > F_1$ است؟

- (۱) $q_1 < \sqrt{2}q_2$ (۲) $q_1 > \sqrt{2}q_2$ (۳) $q_1 < 2q_2$ (۴) $q_1 > 2q_2$

۲۷- نیروی دافعه بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصله r از هم برابر با $2N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $3N$ می‌شود. اندازه اولیه هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟

(سراسری قبل از ۹۰)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



نحوه توزیع بار الکتریکی بین دو کره مشابه با تماس با یک‌دیگر و بررسی نیروی کولنی بین آن‌ها

هالا بریم سراغ بحث اتصال دو کره به هم و تمایل نیروی کولنی بین اونا. تستای این زیرشافه هم، تو سال‌های اخیر پرتکرار بوده. راستی می‌دونید ایده اصلی مل این‌جور سؤاله؟

۲۸- دو گوی فلزی مشابه روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی یکی از گوی‌ها $4\mu C$ - و بار دیگری $6\mu C$ + است. اگر دو گوی را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر گوی میکروکولن می‌شود و برای رسیدن به تعادل الکتروستاتیکی، الکترون از یکی به دیگری منتقل

شده است. ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) $5, 3/125 \times 10^{13}$ (۲) $1, 6/25 \times 10^{12}$ (۳) $1, 3/125 \times 10^{13}$ (۴) $5, 6/25 \times 10^{12}$

۲۹- دو گوی رسانای کوچک و با شعاع‌های برابر با بارهای $q_1 = 4 \text{ nC}$ و $q_2 = -6 \text{ nC}$ را با هم تماس می‌دهیم و سپس تا فاصله $r = 30 \text{ cm}$

(کتاب درسی)

از هم دور می‌کنیم. نیروی برهم‌کنش الکتریکی بین دو گوی در حالت جدید: $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

(۱) 100 نانونیوتون و از نوع رانشی است. (۲) 400 نانونیوتون و از نوع ربایشی است.

(۳) 400 نانونیوتون و از نوع رانشی است. (۴) 100 نانونیوتون و از نوع ربایشی است.

۳۰- دو کره رسانای کوچک باردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یک‌دیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

کدام گزینه در مورد بار اولیه این دو کره درست است؟

(۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است. (۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.

(۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست. (۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

۳۱- دو کره فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازه نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصله d برابر F است.

اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازه نیرو F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

(سراسری قبل از ۹۰)

(۱) $F > F'$ (۲) $F < F'$

(۳) $F = F'$ (۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.

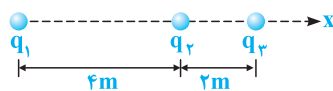
۳۲- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آنگاه کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

(۱) $F > F'$ (۲) $F' > F$

(۳) $F = F'$ (۴) با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

محاسبه نیروی کولنی بین چند بار الکتریکی واقع در یک راستا

علا می‌توانیم برهم روی براینده نیروهای وارد بر یک ذره، تو ماتی که بارهای الکتریکی روی یه راستا هستن، کر کنیم. بعضی سؤالا، لیره‌هاشون فیلی قشنگ و میرره ...

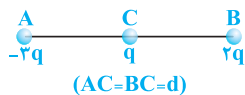


۳۳- مطابق شکل روبه‌رو، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2/5 \mu\text{C}$ ، $q_2 = -1 \mu\text{C}$ ، و $q_3 = +4 \mu\text{C}$ بر روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI

کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$ (سراسری قبل از ۹۰)

(۱) $-6/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۲) $7/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۳) $10/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۴) $-11/5 \times 10^{-3} \vec{i}$

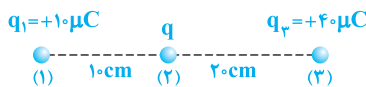
۳۴- دو بار q در فاصله d بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در شکل روبه‌رو، نیروی وارد بر بار q کدام است؟



(۱) ΔF به طرف راست (۲) ΔF به طرف چپ

(۳) $4F$ به طرف چپ (۴) $4F$ به طرف راست

۳۵- در شکل مقابل، بار q چند میکروکولن باشد تا بزرگی براینده نیروهای وارد بر بارهای (۱) و



(۳) برابر باشند؟ $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

(۱) 10 (۲) 20 (۳) 30 (۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۳۶- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر

بار q_3 ، بار q_2 را با نیروی الکتریکی F دفع کند و بزرگی براینده نیروهای وارد بر بار q_3

برابر $F/4$ و به سمت چپ باشد، نسبت q_1/q_2 کدام است؟

(۱) $1/6$ (۲) $-1/6$ (۳) -6 (۴) 6

۳۷- مطابق شکل، بارهای الکتریکی هم‌نام و هم‌اندازه q در نقاط A و B ثابت شده‌اند. اگر بار الکتریکی q بر روی عمود منصف پاره خط

AB ، از فاصله خیلی دور تا نقطه C جابه‌جا شود، بزرگی نیروی خالص وارد شده بر آن، چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد. (۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.

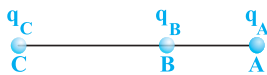
(۳) همواره افزایش می‌یابد. (۴) همواره کاهش می‌یابد.



صفر شدن برابند نیروهای وارد بر بار آزمون، هنگامی که ذرات در یک راستا قرار دارند

تو بارهای واقع در یک راستا، برابند نیروها هم ممکنه صفر بشه. تو ادامه این موضوع رو بررسی خواهیم کرد ...

۳۸- در نقاط A، B و C به ترتیب بارهای الکتریکی q_A ، q_B و q_C مطابق شکل زیر قرار دارند. اگر نیروی وارد بر بار q_C صفر باشد،



$$q_B \cdot q_A \quad (2)$$

$$q_C \cdot q_A \quad (1)$$

$$q_C \cdot q_B \quad (3)$$

(۴) ممکن است هر سه بار هم نام باشند.

۳۹- دو بار الکتریکی $-q$ و $Q = +4q$ در دو نقطه A و B به فاصله $AB = 30 \text{ cm}$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب

(سراسری قبل از ۹۰)

سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

$$30 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

$$60 \quad (4)$$

$$45 \quad (3)$$

۴۰- در تست قبل، بار $-2q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

$$60 \quad (4)$$

$$45 \quad (3)$$

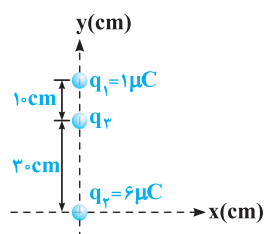
$$30 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

۴۱- در شکل روبه‌رو سه ذره الکتریکی نشان داده شده، بر روی محور y قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی q_2 را

چند میکروکولن و چگونه تغییر دهیم تا بار الکتریکی q_3 متعادل شود؟ (از وزن بارها صرف نظر

شود.)



$$3 \mu\text{C} \quad (2) \text{ از آن کم کنیم.}$$

$$3 \mu\text{C} \quad (1) \text{ به آن بیافزاییم.}$$

(۴) در وضعیت فعلی بار q_3 متعادل است.

$$4 \mu\text{C} \quad (3) \text{ به آن بیافزاییم.}$$

۴۲- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نشان داده شده، فاصله یکسانی از مبدأ دارند. در کدام ناحیه اگر یک پروتون قرار گیرد، ممکن است نیرویی در

جهت محور x به آن وارد شود؟



$$(2) \text{ و } (4) \quad (2)$$

$$(4) \quad (1)$$

$$(4) \text{ و } (1) \quad (4)$$

$$(3), (4) \text{ و } (2) \quad (3)$$

۴۳- دو بار الکتریکی $q_1 = +4 \mu\text{C}$ و $q_2 = -16 \mu\text{C}$ در فاصله 60 cm از یک‌دیگر قرار دارند. اگر بار الکتریکی q_3 را در فاصله d از بار q_1 قرار

دهیم، هر سه بار نقطه‌ای به تعادل می‌رسند. به ترتیب از راست به چپ q_3 چند میکروکولن و d چند سانتی‌متر است؟

$$120, -16 \quad (4)$$

$$120, +16 \quad (3)$$

$$60, -16 \quad (2)$$

$$60, +16 \quad (1)$$



برابند نیروی کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در صفحه

تو ادامه کار، بارها رو از حالت هم‌امتداد خارج می‌کنیم و می‌بریم تو حالت‌های مثلثی، مستطیلی و ... اصول مناسبه برابند نیروها تو این حالت هم، عین حالت هم

امتداده.

۴۴- سه بار نقطه‌ای $+Q$ و $-Q$ و $+q$ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع مطابق شکل واقع‌اند. کدام گزینه،

می‌تواند مقدار نیروی خالص وارد بر بار $+q$ باشد؟

$$-10 \vec{i} \quad (1)$$

$$+10 \vec{i} \quad (2)$$

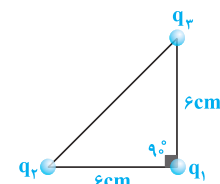
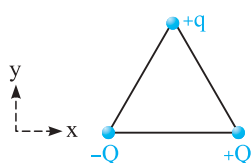
$$-10 \vec{j} \quad (3)$$

$$+10 \vec{j} \quad (4)$$

۴۵- در شکل مقابل، سه ذره با بارهای $q_1 = q_2 = q_3 = 4 \mu\text{C}$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.

برابند نیروهای الکتریکی وارد بر q_1 نیوتون و اگر تنها علامت بار q_2 قرینه شود، بزرگی برابند نیروهای

وارد بر q_1 و تغییر جهت $(k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$



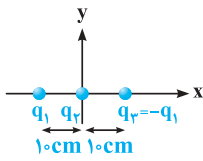
$$20\sqrt{2}, \text{ ثابت می‌ماند، نمی‌دهد} \quad (2)$$

$$40\sqrt{2}, \text{ تغییر کرده، می‌دهد} \quad (1)$$

$$40\sqrt{2}, \text{ ثابت می‌ماند، می‌دهد} \quad (4)$$

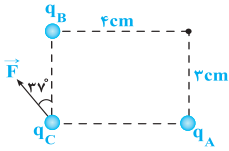
$$20\sqrt{2}, \text{ تغییر کرده، نمی‌دهد} \quad (3)$$

۴۶- مطابق شکل سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اندازه نیروی وارد بر بار q_2 برابر F است. اگر بار q_2 را به اندازه 10 cm روی محور y جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی وارد بر بار q_2 چند برابر F خواهد شد؟ (سراسری قبل از ۹۰، با تغییر)



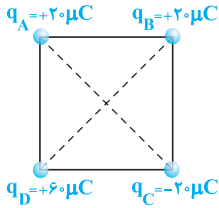
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۷- در شکل مقابل، در سه رأس از مستطیل بارهای q_A ، q_B و q_C قرار داده شده‌اند. اگر بردار نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_C از طرف دو بار q_A و q_B برابر نیروی نشان داده شده ($\vec{F}$) باشد، در این صورت نسبت $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



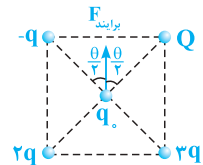
- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{16}{9}$ (۴) $-\frac{16}{9}$

۴۸- در چهار رأس یک مربع به ضلع 20 سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $10\mu\text{C}$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (سراسری قبل از ۹۰)



- (۱) $180\sqrt{2}$ ، به سمت چپ (۲) $180\sqrt{2}$ ، به سمت بالا (۳) $270\sqrt{2}$ ، به سمت بالا (۴) $270\sqrt{2}$ ، به سمت چپ

۴۹- مطابق شکل مقابل، چهار بار الکتریکی در رئوس مربع قرار گرفته و برایند نیروی وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q واقع در مرکز مربع به سمت بالا می‌باشد. مقدار بار Q کدام است؟

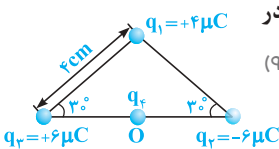


- (۱) $2q$ (۲) q (۳) $-2q$ (۴) $-q$

۵۰- چهار بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازه q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازه نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^2}{rd^2}$ است؟ ($k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ و اندازه‌ها در SI است.) (سراسری قبل از ۹۰)

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} + 1$ (۴) $2\sqrt{2} + 1$

۵۱- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_f = 1\mu\text{C}$ واقع در نقطه O ، در وسط خط واصل دو بار q_2 و q_3 چند نیوتون است؟ (سراسری قبل از ۹۰)



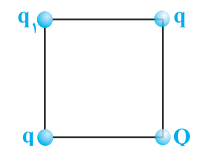
- (۱) ۴۵ (۲) ۹۰ (۳) $45\sqrt{3}$ (۴) $90\sqrt{2}$

۵۲- در تست قبل، اگر تنها علامت بار q_2 تغییر کند، جهت نیروی وارد بر بار q_f چند درجه تغییر خواهد کرد؟ (برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) صفر (۲) ۴۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۸۰

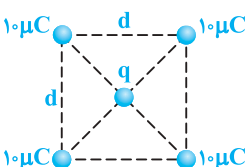
بررسی صفر شدن برایند نیروها، تو حالت بارهای غیرهم‌راستا هم نکات جالبی دراره که تو ادامه دو تا سؤال خیلی مهم رو ارزش بررسی می‌کنیم ...

۵۳- چهار بار الکتریکی مطابق شکل در رئوس مربع قرار دارند. اگر برایند نیروهای وارد شده بر بار q_1 صفر باشد، کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟ (سراسری قبل از ۹۰)



- (۱) ممکن است علامت بار q مثبت و علامت بار Q منفی باشد. (۲) ممکن است علامت بار q منفی و علامت بار Q مثبت باشد. (۳) برای برقراری تعادل، اندازه بار Q ، باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بار q باشد. (۴) مقدار بار الکتریکی q_1 ، در تعادل آن نقش دارد.

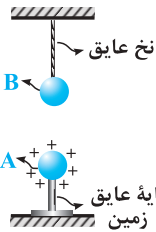
۵۴- پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند و برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از این بارها صفر است. بار q تقریباً چند میکروکولن است؟



- (۱) ۱۹ (۲) -۱۹ (۳) ۹/۵ (۴) -۹/۵

بررسی تعادل گلوله باردار (آونگ الکتریکی)

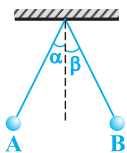
حالا بریم سراغ ترکیب قانون کولن، بحث تعادل و مفاسه کشش نخ. البته خداییش رو بخواهید، این پشا با کتاب پایه دوازدهمتون مفلوط شده ولی آوریم تا بپه درسفونا، ست کامل سؤالی قانون کولن رو دیده باشن ... این تست رو فقط بپه درسفونا حل کنن ...



۵۵- در شکل مقابل، گلوله رسانای A، دارای بار الکتریکی $1\mu\text{C}$ و در فاصله ۳ سانتی متری از گلوله B با جرم 2kg و با بار الکتریکی $0.5\mu\text{C}$ قرار دارد و کشش ایجاد شده در نخ عایق برابر T_1 است. اگر علامت بار الکتریکی گلوله A قرینه شود، نیروی کشش نخ عایق چند برابر می شود؟ ($g = 10\text{N/kg}$, $k = 9 \times 10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2$)

$$\begin{array}{ll} \frac{5}{3} & (1) \\ \frac{3}{5} & (2) \\ 15 & (3) \\ 15 & (4) \end{array}$$

۵۶- در شکل زیر، گلوله های باردار A و B با جرم های m_A و m_B و بارهای q_A و q_B از دو نخ با طول مساوی آویزان هستند و زاویه انحراف آن ها از راستای قائم برابر α و β می باشد. اگر اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن ها F_A و F_B باشد، کدام یک از عبارات های زیر درست می باشد؟



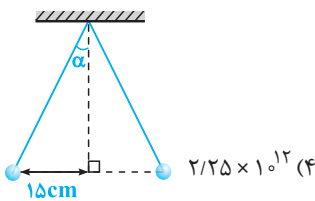
(۱) دو نیروی F_A و F_B هم اندازه و هم جهت می باشند.

(۲) برای برابر بودن دو زاویه α و β ، باید بار دو گلوله هم اندازه باشد.

(۳) برای برابر بودن دو زاویه α و β ، باید جرم دو گلوله یکسان باشد.

(۴) اگر $m_B > m_A$ باشد، در این صورت $\beta > \alpha$ است.

۵۷- مطابق شکل مقابل، دو گلوله مشابه با بار یکسان و مثبت، هر یک به جرم 24g گرم توسط نخ هایی سبک به طول 39cm آویزان شده اند و در حالت تعادل قرار دارند. از هر گلوله، چند الکترون جدا شده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$, $k = 9 \times 10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2$, $g = 10\text{m/s}^2$)



$$\begin{array}{llll} 6/25 \times 10^{11} & (1) & 6/25 \times 10^{12} & (2) \\ 2/25 \times 10^{11} & (3) & 2/25 \times 10^{12} & (4) \end{array}$$

محاسبه میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه ای و تحلیل پارامترهای مؤثر بر آن

بعد از تحلیل نیروهای کولنی، حالا می خوام بریم سراغ میدان الکتریکی ناشی از یه بار نقطه ای و سؤالی مقدماتی رو ازش بررسی کنیم ...

۵۸- اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه ای، با متناسب و با از بار الکتریکی نسبت عکس دارد.

(۱) مجذور بار الکتریکی - فاصله

(۲) اندازه بار الکتریکی - فاصله

(۳) مجذور بار الکتریکی - مجذور فاصله

(۴) اندازه بار الکتریکی - مجذور فاصله

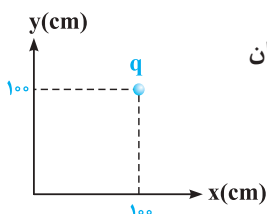
۵۹- اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه ای $20\mu\text{C}$ در فاصله یک متری آن، چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2$)

$$\begin{array}{llll} 2 \times 10^3 & (1) & 2 \times 10^6 & (2) \\ 1/8 \times 10^4 & (3) & 1/8 \times 10^5 & (4) \end{array}$$

۶۰- اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار کره کوچکی که $2/5 \times 10^{13}$ الکترون از دست داده است، در چند سانتی متری از آن برابر $9/16$ مگانیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2$)

$$\begin{array}{llll} 10 & (1) & 20 & (2) \\ 30 & (3) & 40 & (4) \end{array}$$

۶۱- مطابق شکل مقابل، بار الکتریکی $q = -20\text{nC}$ در نقطه $A(100\text{cm}, 100\text{cm})$ قرار دارد. بردار میدان الکتریکی حاصل از این بار الکتریکی در مبدأ مختصات، در کدام SI است؟ ($k = 9 \times 10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2$)



$$\vec{E} = -45\sqrt{2}\vec{i} - 45\sqrt{2}\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{E} = 90\vec{i} + 90\vec{j} \quad (2)$$

$$\vec{E} = 45\sqrt{2}\vec{i} + 45\sqrt{2}\vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{E} = 45\vec{i} + 45\vec{j} \quad (4)$$

سؤالی ببری، رو پارامتر فاصله تو فرمول E کار کرده و پندیرن بار مورد توجه بپزه. تست ببری یه سؤال فیلی قشنگ و ساره هست ...

۶۲- اگر بردار شدت میدان حاصل از بار الکتریکی نقطه ای مثبت q_A در نقطه B در SI برابر $\vec{E}_B = 25 \times 10^9\vec{i}$ و $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$ باشد، بردار شدت میدان الکتریکی در SI، برای نقطه C کدام است؟



$$+15 \times 10^9\vec{i} \quad (1)$$

$$-15 \times 10^9\vec{i} \quad (2)$$

$$+9 \times 10^9\vec{i} \quad (3)$$

$$-9 \times 10^9\vec{i} \quad (4)$$

۱ ۱ با توجه به سری تریبوالکتریک در درسنامه، با مالش میله پلاستیکی و پارچه پشمی به یکدیگر، میله پلاستیکی بار منفی پیدا می کند که مقدار آن مضرب صحیحی از یک مقدار پایه (بار الکترون) می باشد و گزینه (۱) صحیح است.

۲ ۳ همان طور که در درسنامه مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون های آن جسم را تغییر نمی دهد، بنابراین گزینه های (۱) و (۲) نادرست است. حال می توان نوشت:

جسم A، 5×10^{11} الکترون از دست داده است. $q_A = ne \Rightarrow 80 \times 10^{-9} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{11}$

جسم B، 3×10^{12} الکترون داده ایم. $q_B = -ne \Rightarrow -4/8 \times 10^{-7} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3 \times 10^{12}$

۳ ۳ با مالش میله شیشه ای با پارچه ابریشمی، بار الکتریکی آن مثبت می شود (با توجه به بالاتر بودن شیشه نسبت به ابریشم در سری تریبوالکتریک). از سوی دیگر مطابق با رابطه $q = +ne$ ، بار الکتریکی میله، مضرب صحیحی از بار پایه می باشد:

حال به بررسی گزینه ها می پردازیم:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

گزینه (۱): $n = \frac{q}{e} = \frac{2 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1/25 \rightarrow$ عدد صحیح نمی باشد. ✗

گزینه (۳): $n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \rightarrow$ عدد صحیح است. ✓

با توجه به گزینه ها، تنها در گزینه (۳) یک عدد صحیح و مثبت به دست آمده و جواب سؤال می باشد.

۴ ۱ چون جسم الکترون از دست می دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (رد گزینه های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-2q_0$ تغییر کرده است (از q_0 به $-q_0$ رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases} \Delta q = -q_0 - (q_0) = -2q_0 \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow -2q_0 = ne = 5 \times 10^{15} \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-4} \Rightarrow q_0 = -4 \times 10^{-4} \text{ C} = -400 \mu\text{C}$$

۵ ۳ با توجه به اصل پایداری بار الکتریکی، مجموع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (دستگاهی که با محیط اطراف تبادل بار الکتریکی ندارد)، برابر صفر است. این موضوع در گزینه (۳) رعایت نشده و اصل پایداری بار الکتریکی نقض می شود.

۶ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: محاسبه تعداد الکترون های اتم دو بار مثبت X^{2+} :

$$q = -ne \Rightarrow -4/8 \times 10^{-18} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3$$

گام دوم: تعداد الکترون های اتم دو بار مثبت (X^{2+}) ، ۲ واحد کم تر از تعداد پروتون های آن می باشد. بنابراین تعداد پروتون های این اتم برابر ۳۲ می باشد.

۷ ۱ چون جسم A نسبت به B به انتهای مثبت سری تریبوالکتریک نزدیک تر است، بنابراین در اثر مالش این دو جسم به یکدیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می شود. به طور مشابه، ثابت می شود که در تماس دو جسم C و D، بار الکتریکی C مثبت و بار الکتریکی D منفی می شود. بنابراین اجسام A و C و هم چنین B و D یکدیگر را دفع می کنند، پس گزینه (۱) صحیح است.

انتهای مثبت سری	
A	در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار A مثبت و بار B منفی می‌شود. $(q_A > 0, q_B < 0)$
B	
C	در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار C مثبت و بار D منفی می‌شود. $(q_C > 0, q_D < 0)$
D	
انتهای منفی سری	

۸ ۲ پس از مالش دو جسم A و B با یکدیگر، بار الکتریکی جسم B مثبت شده است، بنابراین B به انتهای مثبت سری نزدیک تر می‌باشد. پس از مالش دو جسم C و D با یکدیگر، جسم C جسم B را دفع کرده است، بنابراین بار C با بار B هم‌نام است و در نتیجه بار C مثبت و بار D منفی است. بنابراین C نسبت به D به انتهای مثبت سری نزدیک تر است که این شرایط فقط در گزینه (۲) رعایت شده است.

۹ ۴ همان‌طور که می‌دانید، هنگامی که در سری الکتریسیته مالشی، مادهٔ بالاتر را با مادهٔ پایین تر مالش می‌دهیم، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر به مادهٔ پایین تر منتقل می‌شوند، بنابراین در این سؤال، شیشه و نایلون الکترون از دست می‌دهند و پارچهٔ پشمی الکترون می‌گیرد. از طرف دیگر، تعداد الکترون‌هایی که پارچهٔ پشمی می‌گیرد، برابر مجموع تعداد الکترون‌هایی است که شیشه و نایلون از دست می‌دهند، بنابراین داریم:

$$q_C = -(q_A + q_B) \Rightarrow q_A + q_B = -q_C$$

نگاه دیگر: با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، هنگامی که دو جسم را با هم مالش می‌دهیم، الکترون‌ها از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود، به طوری که مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر صفر است. در این سؤال نیز که سه جسم را مالش داده‌ایم، الکترون بین آن‌ها مبادله می‌شود، به طوری که مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر صفر است. بنابراین داریم:

$$q_A + q_B + q_C = 0 \Rightarrow q_A + q_B = -q_C$$

۱۰ ۴ با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده شده، بار الکتریکی میله‌های A و C مثبت و بار الکتریکی میله‌های B و D منفی می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، بارهای هم‌علامت یکدیگر را دفع و بارهای مختلف‌العلامت یکدیگر را جذب می‌کنند. حال به بررسی گزینه (۴) می‌پردازیم:

بررسی گزینه (۴): چون بار الکتریکی دو میلهٔ A و D مختلف‌العلامت است، بنابراین این دو میله هم‌دیگر را جذب می‌کنند. در نتیجه جهت چرخش میلهٔ آویخته شده در این گزینه، نادرست نشان داده شده است.

۱۱ ۱ با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \rightarrow \begin{cases} F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \text{رابطه مستقیم با حاصل ضرب اندازه بارها} \\ F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{رابطه معکوس با مجذور فاصله بین دو بار} \end{cases}$$

۱۲ ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطهٔ قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow k = \frac{Fr^2}{|q_1| |q_2|} \Rightarrow k \text{ یکای } \frac{(\text{متر})^2 \times \text{نیوتون}}{\text{کولن} \times \text{کولن}} = \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

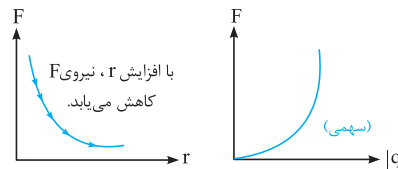
در ادامه با توجه به رابطه $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ، یکای ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ (ϵ_0)، برعکس یکای ثابت کولن (k) است و داریم:

$$k \text{ یکای } \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \Rightarrow \epsilon_0 \text{ یکای } \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$$

۱۳ ۲ گزینه (۱) یک الکتروسکوپ، گزینه (۲) یک ترازوی پیچشی، گزینه (۳) مولد وان دوگراف و گزینه (۴) وسیلهٔ مورد نیاز برای انجام آزمایش فاراده را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌دانید، کولن به وسیلهٔ ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار را شناسایی کرد.

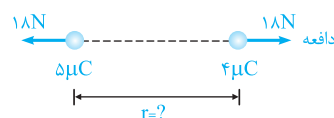
۱۴ ۳ با توجه به رابطهٔ نیروی کولنی بین دو بار، رابطهٔ F با r و q به صورت زیر است:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1| = |q_2| = q} F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto q^2 \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{cases} \Rightarrow$$



تذکره: دو بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، یک دوقطبی الکتریکی نامیده می‌شوند.

۱۵ ۴



$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{k |q_1| |q_2|}{F} = \frac{9 \times 10^9 \times (5 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{18} = 0.01 \Rightarrow r = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

۱۶ ۳ با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 5 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1||q_2|}{(3 \times 10^{-1})^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = 5 \times 10^{-11} \text{ C}^2 = 50 \mu\text{C}^2 \\ |q_1| + |q_2| = 15 \mu\text{C} \end{cases}$$

حاصل ضرب دو بار هم‌نام $50 \mu\text{C}^2$ و حاصل جمع آن‌ها $15 \mu\text{C}$ است، بنابراین اندازه بار الکتریکی دو ذره برابر $5 \mu\text{C}$ و $10 \mu\text{C}$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید با حل معادله درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این کار، زمان‌بر و طولانی است.

۱۷ ۱ مشابه با تمرین (۵) درسنامه، گزینه (۱) صحیح است.

برای تمرین بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

تمرین: در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟

$(q_1 = q_2 = 2 \mu\text{C}, k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$

(۱) $\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j}$

(۲) $\vec{F} = -10\sqrt{2}\vec{i} - 10\sqrt{2}\vec{j}$

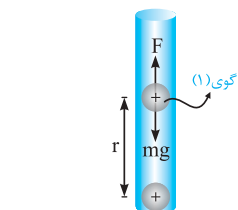
(۳) $\vec{F} = -20\sqrt{2}\vec{i} - 20\sqrt{2}\vec{j}$

(۴) $\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j}$

پاسخ: گزینه (۲)

۱۸ ۴ با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار $2q$ وارد می‌کند، با نیرویی که بار $2q$ بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{نیروی } q \text{ بر } 2q = \vec{F} = 10\vec{i} \\ \text{نیروی } 2q \text{ بر } q = -\vec{F} = -10\vec{i} \end{cases}$$



۱۹ ۲ برای معلق ماندن گوی بالایی، نیروی دافعه الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:

$$\begin{aligned} F = mg &\Rightarrow \frac{kq \times q}{r^2} = mg \\ \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(1 \times 10^{-2})^2} &= (9 \times 10^{-3}) \times 10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16} \text{ C}^2 \Rightarrow q = 10^{-8} \text{ C} \end{aligned}$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n \times (1/6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1/6} \times 10^{11} = 6/25 \times 10^{11}$$

۲۰ ۳ از آن جایی‌که نیرویی که ذره A بر ذره B وارد می‌کند، با نیرویی که ذره B بر ذره A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = 2 m a_B \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{2m}{m} = 2$$

روش بهتر: چون اندازه نیروها با یک‌دیگر یکسان است، ذره A که جرم آن نصف جرم ذره B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذره B دارد.

۲۱ ۴ با استفاده از قانون کولن برای مقایسه بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r_1^2} = k \frac{|q_e||q_p|}{r_1^2} = k \frac{e^2}{r_1^2} \\ F_2 = k \frac{|q_p||q_p|}{r_2^2} = k \frac{e^2}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2 \times 10^{-4} a}\right)^2 = \frac{10^8}{4} = 2/5 \times 10^7$$

۲۲ ۲ برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار نصف شود (۵۰ درصد کاهش یابد)، فاصله بین دو بار باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \xrightarrow{F'=F/2} \frac{1}{2} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow d' = \sqrt{2}d$$

۲۳ ۴ می‌دانیم نیروی کولنی با مجذور فاصله بین دو بار رابطه عکس دارد، با جایگذاری در رابطه کولن با توجه به دو برابر شدن نیروی کولنی می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{F \propto \frac{1}{r^2}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F'=2F} \frac{2F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt{2} \Rightarrow r' = \frac{1}{\sqrt{2}}r \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

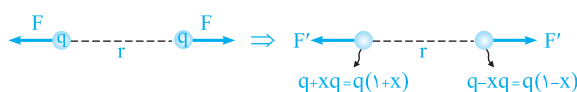
۲۴ درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را x در نظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} (1): F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F = \frac{k Q^2}{r^2} \\ (2): F' = \frac{k |q'_1| |q'_2|}{r'^2} = k \frac{Q(1-x) Q(1+x)}{r^2} = \frac{k Q^2}{r^2} (1-x^2) \end{cases}$$

$$F' = \frac{15}{16} F \Rightarrow (1-x^2) \left(\frac{k Q^2}{r^2} \right) = \frac{15}{16} \left(\frac{k Q^2}{r^2} \right) \Rightarrow 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv 25\%$$

خلاصیت حرفه‌ای‌ها: به دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کفایت کمی ذهنی تر به این سؤال نگاه کنیم:



$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv 25\%.$$

باز هم سریع‌تر: نیرو چه قدر کم شده است؟ $F \leq \frac{1}{16}$ جذر $\frac{1}{16}$ برابر x است. $\Leftarrow x = \frac{1}{4}$ یا 25% است.

تمرین: اگر نیرو $\frac{24}{25}$ برابر شود، x چه قدر است؟

پاسخ: نیرو چه قدر کم شده است؟ $F \leq \frac{1}{25}$ جذر $\frac{1}{25}$ برابر x است. $\Leftarrow x = \frac{1}{5}$ یا 20% است.

۲۵ این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود، زیرا در آن بارها برابر و مختلف‌العلامت هستند. در این سؤال 20% درصد $\left(\frac{20}{100} = \frac{1}{5} \right)$ یکی از

بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصله دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{F'=F} k \frac{|q| \times |q|}{r^2} = k \frac{\left| \frac{4}{5}q \right| \times \left| \frac{4}{5}q \right|}{(r')^2} \Rightarrow \left(\frac{r'}{r} \right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{5}$$

۲۶ این یک سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسه دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \\ F_2 = k \frac{\left| q_1 - \frac{1}{4}q_1 \right| \left| q_2 + \frac{1}{4}q_1 \right|}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{4}|q_1| |q_2| + \frac{1}{4}|q_1|^2}{|q_1| |q_2|} = \frac{1}{4} + \frac{|q_1|}{4|q_2|} \xrightarrow{\text{خواسته سوال}} \frac{1}{4} + \frac{|q_1|}{4|q_2|} > 1$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{4|q_2|} > \frac{3}{4} \Rightarrow |q_1| > 3|q_2| \Rightarrow q_1 > 3q_2$$

دقت: در این سؤال، دو حالت زیر نیز می‌تواند پرسیده شود:

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{4} + \frac{|q_1|}{4|q_2|} \Rightarrow \text{اگر} \begin{cases} \frac{|q_1|}{4|q_2|} = \frac{3}{4} \Rightarrow q_1 = 3q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \Rightarrow F_2 = F_1 \\ \frac{|q_1|}{4|q_2|} < \frac{3}{4} \Rightarrow q_1 < 3q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1 \end{cases}$$

۲۷ با بررسی دو حالت داریم:

حالت اولیه: $F = ۰/۰۲\text{ N}$ q_1 q_2 r F

حالت ثانویه: $F' = ۰/۰۳\text{ N}$ $q'_1 = q_1$ $q'_2 = q_2 + ۲\mu\text{C}$ r F'

$$\begin{cases} (۱) F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابهند}} ۰/۰۲ = \frac{kq^2}{r^2} \\ (۲) F' = \frac{k|q'_1||q'_2|}{r'^2} \Rightarrow ۰/۰۳ = \frac{kq(q+۲)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{۰/۰۲}{۰/۰۳} = \frac{\frac{kq^2}{r^2}}{\frac{kq(q+۲)}{r^2}} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{q}{q+۲} \Rightarrow ۲q+۴ = ۳q \Rightarrow q = ۴\mu\text{C}$$

۲۸ با توجه به مشابه بودن گوی‌ها، پس از تماس آن‌ها با یکدیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یکدیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:

قبل از تماس کره‌ها: $q_1 = -۴\mu\text{C}$ $q_2 = +۶\mu\text{C}$

بعد از تماس کره‌ها: $q'_1 = +۱\mu\text{C}$ $q'_2 = +۱\mu\text{C}$

$$\begin{cases} q_1 = -۴\mu\text{C} \\ q_2 = +۶\mu\text{C} \end{cases} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{(-۴) + ۶}{2} = ۱\mu\text{C}$$

به عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یکدیگر باید به میزان $-۵\mu\text{C}$ بار از کره اول به کره دوم منتقل شود. در ادامه با توجه به رابطه $q = ne$ تعداد الکترون‌های مبادله شده را به دست می‌آوریم:

$$q = -ne \Rightarrow -۵ \times ۱۰^{-۶} = n \times (-۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n = ۳/۱۲۵ \times ۱۰^{۱۳}$$

۲۹ در حالت جدید بار هر دو کره یکسان شده و مقدار آن برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{-۶ + (+۴)}{۲} = -۱\text{ nC}$$

در ادامه می‌توان گفت نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F' = k \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^{-۹} \times \frac{(۱ \times ۱۰^{-۹}) \times (۱ \times ۱۰^{-۹})}{(۳ \times ۱۰^{-۲})^2} = ۱۰^{-۷}\text{ N} = ۱۰۰\text{ nN}$$

۳۰ می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یکدیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

الف) اندازه بار دو کره برابر است ($|q_2| = |q_1|$): در این حالت با تماس دو کره، بارها یکدیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یکدیگر را دفع کنند.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = ۰$$

ب) اندازه بار دو کره برابر نباشد: در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یکدیگر را دفع می‌کنند.

تذکر: دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

۳۱ در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد. با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصل ضرب $|q_1||q_2|$ تغییر نمی‌کند.

$q_1 = q$ $q_2 = q$ $\Rightarrow$ $q'_1 = q$ $q'_2 = q$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q+q}{2} = q$$

حالت دوم: اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.

$q_1 = q$ $q_2 = -q$ $\Rightarrow$ $q'_1 = ۰$ $q'_2 = ۰$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q+(-q)}{2} = ۰ \Rightarrow F' = ۰ < F$$

حالت سوم: اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:

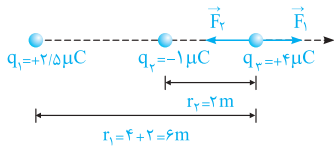
$q_1 = q$ $q_2 = ۲q$ $\Rightarrow$ $q'_1 = \frac{3}{2}q$ $q'_2 = \frac{3}{2}q$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q+۲q}{2} = \frac{3}{2}q$$

$$\begin{cases} |q'_1||q'_2| = \left|\frac{3}{2}q\right| \times \left|\frac{3}{2}q\right| = \frac{9}{4}q^2 \\ |q_1||q_2| = |q| \times |۲q| = ۲q^2 \end{cases} \xrightarrow{F \propto |q_1||q_2|} F' > F$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۳۲ در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم نام و نامساوی باشند، اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یکدیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

۳۳ بار الکتریکی q_1 بار q_3 را دفع می‌کند ($\vec{F}_1$) و بار الکتریکی q_2 بار q_3 را جذب می‌کند ($\vec{F}_2$).


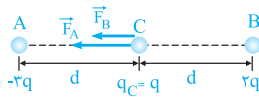
$$\begin{cases} \text{در جهت محور } x: \vec{F}_1 = k \frac{|q_1||q_3|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2/5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6)^2} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ N} \rightarrow \vec{F}_1 = 2/5 \times 10^{-3} \vec{i} \\ \text{در خلاف جهت محور } x: \vec{F}_2 = k \frac{|q_2||q_3|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2)^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ N} \rightarrow \vec{F}_2 = -9 \times 10^{-3} \vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2/5 \times 10^{-3} \vec{i} + (-9 \times 10^{-3} \vec{i}) = -6/5 \times 10^{-3} \vec{i}$$

به عبارت دیگر اندازه برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $6/5 \times 10^{-3}$ نیوتون و در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۳۴ فرض می‌کنیم اندازه نیرویی که دو بار q در فاصله d بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد، در این صورت اندازه نیروهای F_A و F_B برابر است با:

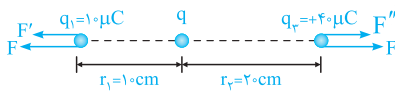


$$\begin{aligned} \text{نیروی بین } A \text{ و } C \text{ (جاذبه): } \vec{F} = \frac{k(q_A)(q_C)}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F \quad \text{نیروی بین } B \text{ و } C \text{ (دافعه): } \vec{F} = \frac{k(q_B)(q_C)}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F \end{aligned}$$

$$R = 3F + 2F = 5F \text{ (به سمت چپ)}$$

با برآیندگیری از نیروهای هم جهت به دست آمده، داریم:

۳۵ این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار q_1 و q_3 یکدیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. حال اگر بار q را مثبت فرض کنیم، این بار q دو بار q_1 و q_3 را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای برابر بودن اندازه برآیند نیروهای وارد بر دو بار q_1 و q_3 باید داشته باشیم:



$$\begin{cases} F_{T_1} = F + F' = F + k \frac{|q_1||q|}{r_1^2} = F + k \times \frac{1 \times 10^{-6} |q|}{(1 \times 10^{-2})^2} = F + 10^{-3} k |q| \\ F_{T_3} = F + F'' = F + k \frac{|q_3||q|}{r_2^2} = F + k \times \frac{4 \times 10^{-6} |q|}{(2 \times 10^{-2})^2} = F + 10^{-3} k |q| \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، بدون توجه به این‌که اندازه بار الکتریکی q چه مقدار باشد، همیشه دو نیروی F_{T_1} و F_{T_3} با هم برابر می‌باشند. بنابراین بار الکتریکی q هر مقدار دلخواهی را می‌تواند داشته باشد.

تذکر: توصیه می‌شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار q منفی باشد نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

۳۶ **گام اول:** چون بارهای q_2 و q_3 یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین هم نام می‌باشند و از طرفی نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر F و باید به سمت راست باشد (حالت دافعه).

گام دوم: همان‌طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $F/3$ و به سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم شده، بار q_1 باید بار q_3 را با نیروی $F_{13} = \frac{3}{4}F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:

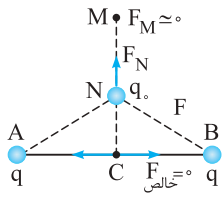
$$F_T = F_{13} - F_{23} \Rightarrow \frac{F}{3} = F_{13} - F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{4}F$$

گام سوم: حال با توجه به این‌که $F_{23} = F$ و $F_{13} = \frac{3}{4}F$ می‌باشد، به سادگی می‌توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به دست آورد:

$$F_{13} = \frac{3}{4}F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{4}F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(2d)^2} = \frac{3}{4} \times k \frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = 6$$

بار q_1 ، بار q_3 را جذب و بار q_2 ، بار q_3 را دفع می‌کند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت می‌باشد و $\frac{q_1}{q_2} = -6$ می‌باشد.

۳۷ ۲ مطابق شکل، نیروی وارد شده به بار q_2 را در سه نقطه M ، N و C بررسی می‌کنیم. نقطه M در فاصله



بسیار زیادی از بارها قرار گرفته است و طبق رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ ، چون فاصله بسیار زیاد است، اندازه نیروی وارد شده به بار q_2 بسیار ناچیز است. در نقطه C نیز همان‌طور که در شکل می‌بینید، نیروهای وارد شده به بار q_2 هم‌اندازه و مختلف‌الجهت هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند و نیروی خالص وارد شده به q_2 ، صفر می‌شود. اما در نقطه N ، نیرویی به بزرگی F به بار q_2 وارد می‌شود، بنابراین در انتقال بار q_2 از M به C ، ابتدا بزرگی نیروی الکتریکی وارد شده بر آن، افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۳۸ ۲ با توجه به درسنامه، از آن جایی که نقطه C (محل صفر شدن برابری نیروها) خارج از فاصله بین دو بار q_A و q_B قرار دارد، درمی‌یابیم این دو بار

با یکدیگر مختلف‌العلامت هستند (q_B, q_A) و چون نقطه C به نقطه B نزدیک‌تر است، می‌فهمیم این بار اندازه کوچک‌تری دارد.

۳۹ ۴ با توجه به تمرین (۱۸) در درسنامه، گزینه (۴) صحیح است.

۴۰ ۴ همان‌طور که در روند حل تست قبل (در درسنامه) مشاهده می‌شود، مقدار و علامت بار q' ، در به تعادل رسیدن آن نقشی ندارد و اگر اندازه

بار q' دو برابر و حتی قریبه نیز شود، مجدداً تعادل برای آن برقرار است و پاسخ همان 6 cm می‌باشد.

۴۱ ۱ برای تعادل بار الکتریکی q_3 باید دو نیروی مساوی و در خلاف جهت هم به آن وارد شود. بار

جدید q_2 را با q'_2 نشان می‌دهیم. بنابراین داریم:

$$F_{T,3} = F_{1,3} \Rightarrow \frac{k|q'_2||q_3|}{(30)^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{(10)^2} \Rightarrow \frac{|q'_2|}{900} = \frac{1}{100} \Rightarrow |q'_2| = 9\mu\text{C} \Rightarrow q'_2 = 9\mu\text{C}$$

با توجه به این که $q_2 = 6\mu\text{C}$ است، باید $3\mu\text{C}$ به بار q_2 بیافزاییم تا بار q_2 متعادل شود.

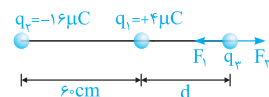
۴۲ ۲ نیروی وارد از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 بر پروتون دافعه می‌باشد. بنابراین نیروهای وارد بر بار پروتون در ناحیه (۴) به سمت راست (در جهت

محور X) و در ناحیه (۱) به سمت چپ (در خلاف جهت محور X) می‌باشد.

از طرفی در ناحیه (۳) نیروی دافعه وارد از طرف q_2 بر پروتون بیشتر از نیروی دافعه وارد شده از طرف q_1 بر پروتون می‌باشد (چرا؟)، بنابراین در این ناحیه برابری نیروهای وارد بر پروتون حتماً به سمت چپ و در خلاف جهت محور X می‌باشد. در ناحیه (۲) نیروی وارد بر پروتون از طرف q_1 می‌تواند بیشتر از نیروی وارد بر پروتون از طرف q_2 شود (چون پروتون به بار q_1 نزدیک‌تر است)، بنابراین در محدوده‌ای از ناحیه (۲) برابری نیروی وارد بر پروتون می‌تواند در جهت محور X باشد. در مجموع می‌توان گفت در دو ناحیه (۴) و (۲) برابری نیروی وارد بر پروتون از طرف دو بار دیگر می‌تواند به سمت راست و در جهت محور X باشد.

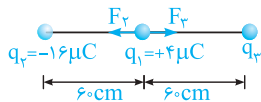
۴۳ ۲ در این سؤال با توجه به این که بار q_1 اندازه کوچک‌تری نسبت به بار q_2 دارد، پس بار q_3 برای تعادل باید نزدیک به بار q_1 باشد و چون بارهای q_1

و q_2 ناهم‌نام هستند، پس بار q_3 باید در خارج از فاصله بین دو بار قرار گیرد.



$$F_{T,3} = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{4 \times |q_3|}{d^2} = k \frac{16 \times |q_3|}{(d+60)^2} \Rightarrow \frac{4}{d^2} = \frac{16}{(d+60)^2} \Rightarrow \frac{2}{d} = \frac{4}{d+60} \Rightarrow d = 60\text{ cm}$$

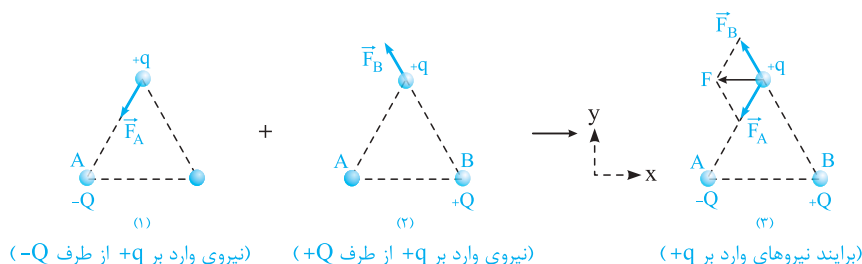
برای این که بار q_1 نیز در حال تعادل باشد، باید بارهای q_2 و q_3 هم‌علامت بوده (در نتیجه علامت بار q_3 باید منفی باشد) و اندازه نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_1 با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{T,1} = 0 \Rightarrow F_2 = F_3 \Rightarrow k \frac{16 \times 4}{60^2} = k \frac{4 \times |q_3|}{60^2} \Rightarrow |q_3| = 16\mu\text{C}$$

بنابراین بار q_3 برابر $-16\mu\text{C}$ میکروکولن خواهد بود ($q_3 = -16\mu\text{C}$).

۴۴ ۱ اگر اندازه نیرویی که دو بار Q و q برهم وارد می‌کنند را F' در نظر بگیریم، داریم:



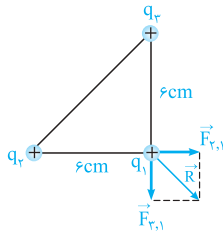
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نیروی خالص وارد بر ذره $+q$ در خلاف جهت X است و از بین گزینه‌ها تنها گزینه (۱) با فرم برداری آن انطباق دارد.

تذکر: با توجه به یکسان بودن فاصله و اندازه بار در شکل‌های (۱) و (۲)، F_A و F_B با هم برابرند:

$$F_A = F_B = F' = \frac{k|q||Q|}{r^2}$$

۴۵ این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم. از آن جایی که بارهای q_2 و q_3 مشابه بوده و فاصله آن‌ها تا بار q_1 یکسان است، داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} q_1, q_2 \text{ را دفع می‌کند.} \\ q_1, q_3 \text{ را دفع می‌کند.} \end{cases}$$

$$F_{2,1} = F_{3,1} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 40 \text{ N}$$

در ادامه با برابندگیری از دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{2,1}$ و $\vec{F}_{3,1}$ ، پاسخ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$$

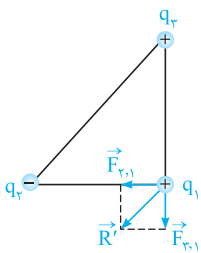
حالت دوم (علامت بار q_2 قرینه شود): در این حالت با ثابت بودن اندازه بارها و فاصله بین آن‌ها، همچنان

$$F_{2,1} = F_{3,1} = 40 \text{ N}$$

باز هم با توجه به عمود بودن $F_{2,1}$ و $F_{3,1}$ داریم:

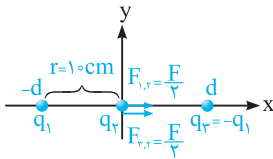
$$F_T' = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$$

بنابراین اندازه بردار برابند نیروهای وارد بر بار q_1 ثابت مانده ولی مطابق شکل مقابل، جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین گزینه (۴) صحیح است.



۴۶ از آن جا که اندازه بارهای q_1 و q_3 با یکدیگر برابر و مختلف‌العلامت هستند و فاصله آن‌ها تا بار q_2 برابر

است، بنابراین نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_2 مساوی و برابر $\frac{F}{2}$ می‌باشد.



$$F = F_{1,2} + F_{3,2} \xrightarrow{F_{1,2} = F_{3,2}} F_{1,2} = F_{3,2} = \frac{F}{2}$$

در ادامه وقتی بار q_2 را به اندازه $d = 10 \text{ cm}$ روی محور y جابه‌جا می‌کنیم، اندازه بارها ثابت بوده و فقط فاصله

بین q_2 و دو بار الکتریکی دیگر $\sqrt{2}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:

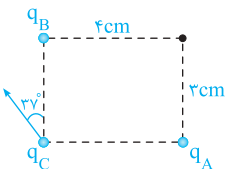
$$r'^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow r' = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\frac{F'_{1,2}}{F_{1,2}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{10}{10\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow F'_{1,2} = F'_{3,2} = \frac{1}{2} F_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} F\right) = \frac{1}{4} F$$

حال برابند دو نیروی $F'_{1,2}$ و $F'_{3,2}$ را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{برابند}} = F'_{1,2} \sqrt{2} \rightarrow F_{\text{برابند}} = \left(\frac{1}{4} F\right) \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} F$$

۴۷ مطابق شکل، به بار q_C از طرف بارهای q_A و q_B به ترتیب نیروهای $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_B$ وارد می‌شود که برابند آن‌ها برابر $\vec{F}$ است.



$$\tan 37^\circ = \frac{F_A}{F_B} \rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{3}{4}$$

با توجه به شکل، می‌توان نوشت:

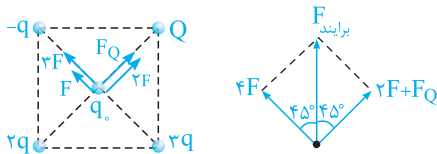
از طرفی برای مقایسه F_B و F_A می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_A = \frac{k|q_A||q_C|}{r_A^2} \\ F_B = \frac{k|q_B||q_C|}{r_B^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{|q_A|}{|q_B|} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{\substack{r_A=4\text{ cm} \\ r_B=3\text{ cm}}} \frac{3}{4} = \frac{|q_A|}{|q_B|} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_A|}{|q_B|} = \frac{4}{3}$$

با توجه به شکل، q_A بار q_C را دفع کرده است و q_B بار q_C را جذب کرده است، بنابراین بارهای q_A و q_B ناهم‌نام هستند و $\frac{q_A}{q_B} = -\frac{4}{3}$ خواهد بود.

۴۸ با توجه به تمرین (۱۷) در درسنامه، گزینه (۱) صحیح است.

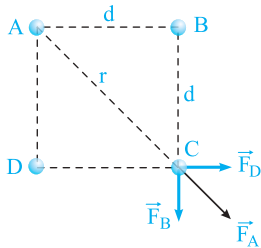
۴۹ ۳ اگر اندازه نیرویی که بار q بر Q وارد می‌کند برابر F باشد، بار $3q$ نیرویی به بزرگی $2F$ را بر q اعمال می‌کند. با توجه به شکل زیر، برآیند دو نیروی هم‌جهتی که بارهای $-q$ و $3q$ بر q وارد می‌کنند، $4F$ می‌شود.



از طرفی برآیند نیروهایی که بارهای $2q$ و Q بر بار q وارد می‌کنند، باید همین مقدار باشد تا برآیند کل نیروهای وارد شده بر بار q ، بر روی نیمساز زاویه θ و به سمت بالا قرار گیرد.

$$\Rightarrow 4F = F_Q + 2F \Rightarrow F_Q = 2F$$

بنابراین اندازه نیروی وارد شده از طرف بار Q بر q دو برابر نیروی وارد شده از طرف بار q بر Q می‌باشد. با توجه به یکسان بودن فاصله تمام بارها از q ، بنابراین Q باید برابر $-2q$ باشد (منفی است زیرا باید q را جذب کند).



۵۰ ۴ مطابق شکل مقابل فاصله بار A تا بار C معادل قطر مربع می‌باشد و قطر مربع، $\sqrt{2}$ برابر اندازه ضلع مربع است ($r = \sqrt{2}d$). در ادامه با توجه به مشابه بودن بارها نیروهای وارد بر بار (C) را رسم می‌کنیم، دقت شود که بارها یکدیگر را دفع می‌کنند.

$$\Rightarrow \begin{cases} F_A = \frac{k|q_A||q_C|}{r^2} = \frac{kq^2}{(\sqrt{2}d)^2} = \frac{kq^2}{2d^2} \\ F_D = F_B = \frac{k|q_D||q_C|}{d^2} = \frac{kq^2}{d^2} \end{cases}$$

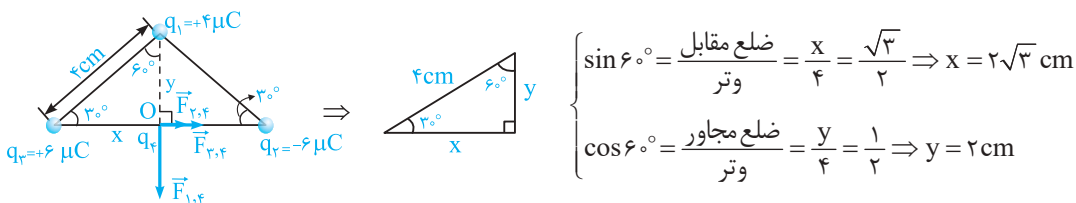
(در راستای نیمساز F_D و F_B که در واقع همان راستای قطر است، قرار دارد.) $R' = \sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2}$: برآیند دو نیروی $\vec{F}_B$ و $\vec{F}_D$

$$\vec{F}_A \text{ و } \vec{R}' \text{ بودن به هم جهت بودن } R = F_A + R' = \frac{kq^2}{2d^2} + (\sqrt{2}) \frac{kq^2}{d^2} = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) \frac{kq^2}{d^2}$$

با توجه به این‌که در صورت سؤال، پاسخ براساس $\frac{kq^2}{2d^2}$ خواسته شده است، در نتیجه صورت و مخرج کسر حاصل را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$R = 2 \times \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) \frac{kq^2}{2d^2} = (1 + 2\sqrt{2}) \frac{kq^2}{2d^2} \Rightarrow R = (1 + 2\sqrt{2}) \frac{kq^2}{2d^2}$$

۵۱ ۴ بارهای q_1 و q_3 ، بار q_4 را دفع کرده و بار q_2 آن را جذب می‌کند. در ادامه مطابق شکل نیروهای وارد بر این بار را حساب می‌کنیم:

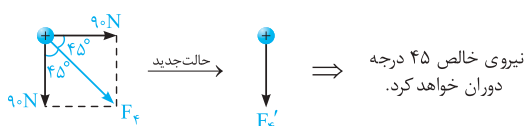


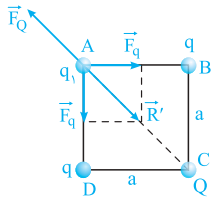
$$\begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ cm} \\ \cos 60^\circ = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{y}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{1,2} = \frac{k|q_1||q_2|}{y^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N} \\ F_{2,3} = F_{3,2} = \frac{k|q_2||q_3|}{x^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (6 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(2\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F' = 45 + 45 = 90 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \text{برآیند کل } R = 2F' \cos \frac{90^\circ}{2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

۵۲ ۲ در سؤال قبل اگر علامت q_2 قرینه شود، نیروی ناشی از q_3 و q_2 یک‌دیگر را خنثی خواهند کرد و در مجموع تنها یک نیروی قائم باقی خواهد ماند. با توجه به این موضوع، جهت نیروی وارد بر q_4 به اندازه 45° درجه تغییر خواهد کرد.





۵۳ ۴ ابتدا فرض می‌کنیم که علامت بار Q و q_1 مثبت باشد. در شکل مقابل بار الکتریکی Q ، بار q_1 را با نیروی $\vec{F}_Q$ دفع می‌کند. اگر بار q_1 توسط بارهای q نیز دفع شود، در این صورت امکان ندارد که برآیند نیروهای وارد بر این بار صفر شود (چرا؟)، بنابراین بار q_1 توسط بارهای q جذب می‌شود. به بیان دیگر بارهای Q و q مختلف‌العلامت هستند و برآیند دو نیروی $\vec{F}_Q$ (یعنی $\vec{R}'$)، $\vec{F}_Q$ را خنثی می‌کند.

$$| \vec{R}' | \text{ و } | \vec{F}_Q | \text{ محاسبه: } \begin{cases} \text{قانون کولن: } F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow F_q = \frac{k |q| |q_1|}{a^2} \\ F_q \text{ برآیند نیروهای } R' = 2F_q \cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = \sqrt{2}F_q \Rightarrow R' = \frac{\sqrt{2}k |q| |q_1|}{a^2} \end{cases}$$

$$F_Q \text{ محاسبه: } \begin{cases} \text{مربع} = \sqrt{2} \times \text{ضلع} \Rightarrow r = \sqrt{2}a \\ \text{قانون کولن: } F = \frac{k |Q| |q_1|}{r^2} \Rightarrow F_Q = \frac{k |Q| |q_1|}{2a^2} \end{cases}$$

$$A \text{ در بررسی تعادل بار واقع در } \Rightarrow F_Q = R' \Rightarrow \frac{k |Q| |q_1|}{2a^2} = \frac{\sqrt{2}k |q| |q_1|}{a^2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = -2\sqrt{2} \text{ (بارهای } q \text{ و } Q \text{ ناهم‌نام هستند).}$$

دقت: نیروی $\vec{F}_Q$ در راستای قطر مربع است. از طرفی به دلیل هم‌اندازه بودن نیروهای $\vec{F}_q$ ، نیروی $\vec{R}'$ نیز در راستای قطر مربع می‌باشد. بنابراین نیروهای $\vec{F}_Q$ و $\vec{R}'$ در راستای یکدیگر می‌باشند.

حال اگر علامت بار Q را منفی فرض کنیم، علامت بار q باید مثبت باشد (به عنوان تمرین مشابه روند فوق بررسی کنید)، بنابراین هریک از گزینه‌های (۱) و (۲) می‌تواند صحیح باشد. در هر دو حالت اندازه بار Q باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بار q باشد $\left(\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}\right)$.

۵۴ ۴ ذره Q تحت اثر نیروی بارهای $10\mu C$ متعادل است و کافیسیت تعادل یکی از بارهای $10\mu C$ را بررسی کنیم. با توجه به مفاهیم دو تست قبل، برای تعادل، علامت بار Q باید منفی باشد تا نیروهای نشان داده شده در نهایت یکدیگر را خنثی کنند (بار $10\mu C$ را q فرض کرده‌ایم):

$$\begin{cases} F_{1r} = F_{2r} = \frac{k |q| \times |q|}{d^2} = F \\ F_{2r} = \frac{k |q| \times |q|}{(\frac{\sqrt{2}}{2}d)^2} = \frac{F}{2} \end{cases}$$

$$F_{1r} \text{ و } F_{2r} \text{ و } F_{1r} \text{ برآیند: } R = F\sqrt{2} + \frac{F}{2} = F\sqrt{2} + \frac{F}{2} = F\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{k |q| \times |q|}{d^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$$

برآیند نیروهای عمود بر هم F_{1r} و F_{2r}

حال برآیند فوق را نیروی F_Q باید خنثی کند و داریم:

$$F_Q = R \Rightarrow \frac{k |Q| \times |q|}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} = \frac{k |q| \times |q|}{d^2} \times \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$$

مقدار تقریبی $\sqrt{2}$

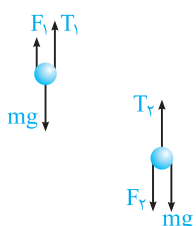
$$|Q| = |q| \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right) = 10 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right) = 9.5\mu C \Rightarrow Q = -9.5\mu C$$

۵۵ ۱ این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{|q_A| |q_B|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 5N$$

چون بار گلوله‌های A و B مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر گلوله B به سمت بالا می‌باشد (دافعه)، اما وزن آن (mg) همیشه رو به پایین است.

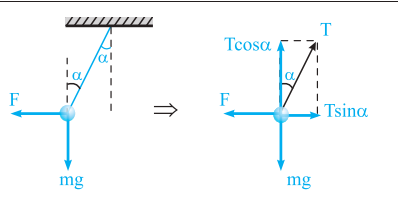


$$F_1 + T_1 = mg \Rightarrow 5 + T_1 = 2 \times 10 \Rightarrow T_1 = 15N$$

حالت دوم: در این حالت با منفی شدن بار گلوله A ، گلوله‌های A و B یکدیگر را جذب کرده و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر B به سمت پایین می‌شود ولی با توجه به ثابت بودن اندازه بارها و فاصله بین آن‌ها اندازه این نیروی الکتریکی تغییری نمی‌کند.

$$T_2 = F_2 + mg \Rightarrow T_2 = 5 + (2 \times 10) \Rightarrow T_2 = 25N \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

نکته: در شکل مقابل اگر گلوله در حالت تعادل باشد، رابطه بین F ، mg و α به صورت زیر است:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow T \sin \alpha = F \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

این نکته در حل دو تست بعد، کاربرد بسیار زیادی دارد.

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که گلوله باردار A بر B وارد می‌کند، برابر و در خلاف جهت نیرویی است که گلوله باردار B بر A وارد می‌کند، بنابراین $F_A = F_B$ بوده و در خلاف جهت یکدیگر می‌باشد.

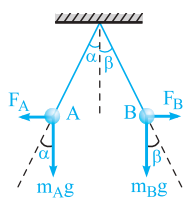
گزینه‌های (۲) و (۳): طبق نکته فوق، برای برابر بودن زاویه انحراف دو گلوله از راستای قائم ($\alpha = \beta$)، از آن جا که اندازه نیروی الکتریکی بین دو گلوله یکسان است، باید جرم دو گلوله نیز یکسان باشد.

$$\tan \alpha = \tan \beta \Rightarrow \frac{F_A}{m_A g} = \frac{F_B}{m_B g} \xrightarrow{F_A = F_B} m_A = m_B$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

دقت کنید که برابر بودن زاویه انحراف دو گلوله ارتباطی به بار دو گلوله ندارد، چون در هر صورت نیروی الکتریکی بین دو بار یکسان می‌شود.

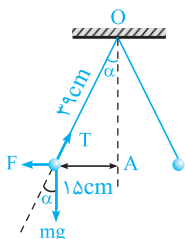
گزینه (۴): با توجه به نکته فوق و شکل مقابل، برای هریک از گلوله‌های A و B می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{F_A}{m_A g} \\ \tan \beta = \frac{F_B}{m_B g} \end{cases} \xrightarrow[\substack{\text{طرفین را بر هم تقسیم می‌کنیم} \\ F_A = F_B}]{\tan \alpha = \frac{F_A}{m_A g}} \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{m_B > m_A} \tan \alpha > \tan \beta \Rightarrow \alpha > \beta$$

۵۷ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: به دست آوردن $\tan \alpha$ به کمک روابط مثلثاتی:



$$\text{فیتاغورس: } 39^2 = 15^2 + OA^2 \Rightarrow OA^2 = 39^2 - 15^2 = \overbrace{(39-15)}^{24} \overbrace{(39+15)}^{54}$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{24 \times 54} = \sqrt{4 \times 6 \times 6 \times 9} = 2 \times 6 \times 3 = 36 \text{ cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{15}{36}$$

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{15}{36} = \frac{F}{24 \times 10^{-3} \times 10} \Rightarrow F = 0.1 \text{ N}$$

گام دوم: به دست آوردن نیروی الکتریکی بین دو گلوله (F):

گام سوم: به دست آوردن بار گلوله‌ها با استفاده از قانون کولن:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow[r=2 \times 15 = 30 \text{ cm}]{|q_1| = |q_2| = |q|} 0.1 = 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(3 \times 10^{-1})^2} \Rightarrow q^2 = 10^{-12} \Rightarrow q = 10^{-6} \text{ C}$$

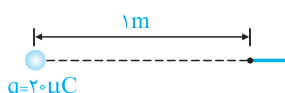
گام چهارم: به دست آوردن تعداد الکترون‌های جدا شده:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-6} = n \times (1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = 6.25 \times 10^{12}$$

۵۸ ۴ مطابق رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E \propto |q| \Rightarrow \text{اندازه میدان الکتریکی با اندازه بار الکتریکی نقطه‌ای رابطه مستقیم دارد.} \\ E \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{اندازه میدان الکتریکی با مجذور فاصله از بار الکتریکی رابطه معکوس دارد.} \end{cases}$$

۵۹ ۴ میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن برابر است با:



$$r = 1 \text{ m}, q = 2 \mu\text{C} = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(1)^2} = 1.8 \times 10^5 \text{ N/C}$$