

بررسی مفاهیم اولیه حرکت یک متحرک



از مسیر مشخص شده از خانه شروع به حرکت کرده و به مدرسه می‌رود. با توجه به محورهای

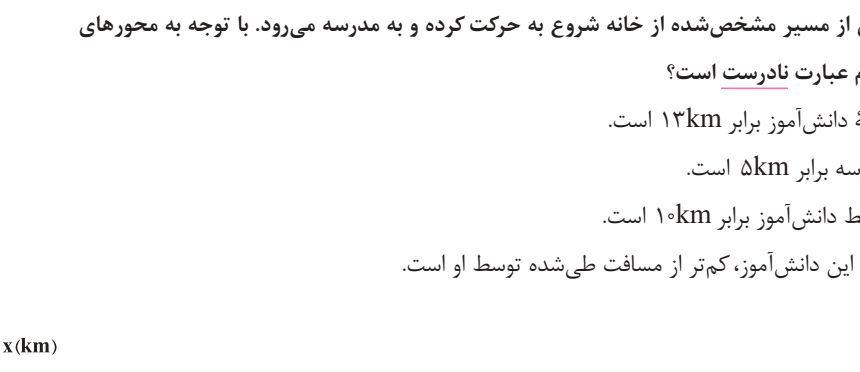
عبارت نادرست است؟

به دانش آموز برابر ۱۳km است.

سه برابر 5km است.

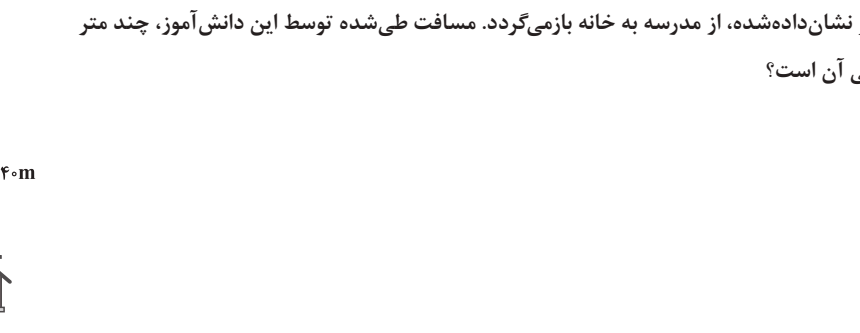
ط دانش آموز برابر ۱۰km است.

این دانش آموز، کمتر از مسافت طی شده توسط او است.



نشان داده شده، از مدرسه به خانه بازمی‌گردد. مسافت طی شده توسط این دانش‌آموز، چند متر

آیا آن است؟



ت. زمان یکسان، در صفحهٔ مختصات از دو مسیر متفاوت از محل (۱) به محل (۲) می‌روند. چه تعداد از

الزماماً يكسان است؟

(ب) جابه جایی (ج) تندی متوسط (د) سرعت متوسط

(٢) ٣ (٣) ٤ (٤) ١٤ صف

رکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40\text{m}$ می‌گذرد و در لحظه $t_1 = 6\text{s}$ به مکان $x_1 = 100\text{m}$ می‌

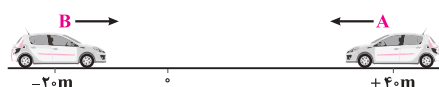
$x_T =$ می‌گذرد. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در این ۱۰ ثانیه، در SI کدام است؟

γ (f) δ (v) η (r)

در حال حرکت است و بردار سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0$ s تا $t_2 = 10$ s در SI برابر $-4\hat{i}$ و در بازه

۳- سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 10\text{ s}$ تا $t_2 = 15\text{ s}$ ، در SI کدام است؟

$$\frac{\lambda}{3} \vec{i} \text{ (f)} \qquad 12 \vec{i} \text{ (r)} \qquad \lambda \vec{i} \text{ (r)}$$



۶- مطابق شکل، دو متحرک A و B به طور هم زمان از نقاط نشان داده شده به سمت یکدیگر شروع به حرکت می کنند و در مبدأ مکان به یکدیگر می رسند. از لحظه شروع حرکت تا لحظه ای که دو متحرک

به یکدیگر می رسند، سرعت متوسط متحرک A، چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) -۲

۷- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$ می باشد. مکان اولیه متحرک و اندازه سرعت متوسط آن

در دو ثانیه اول حرکت، به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

- (۱) ۲، ۱ (۲) ۲، ۳ (۳) ۱، ۱ (۴) ۱، ۳

۸- معادله حرکت جسمی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = \frac{1}{4}t^3 - 2t^2 + 3t$ است. در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4$ s، سرعت متوسط متحرک:

(۱) صفر است. (۲) در جهت محور x است. (ریاضی فارچ ۹۷، با تغییر)

(۳) در خلاف جهت محور x است. (۴) از بیشترین اندازه سرعت متحرک، بزرگ تر است.

۹- ذره ای بر روی محور x در حال حرکت است و اطلاعات زیر در رابطه با حرکت آن ثبت شده است. بردار سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1$ s تا $t_2 = 6$ s به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (تمامی اطلاعات داده شده، در SI هستند.)

بردار مکان در $t_1 = 1$ s	بردار مکان در $t_2 = 6$ s	بردار جابه جایی در سه ثانیه دوم	تنها لحظه تغییر جهت
$\vec{d}_1 = 5\vec{i}$	$\vec{d}_2 = -8\vec{i}$	$\vec{d} = 3\vec{i}$	$t = 3$ s

- (۱) $-2\vec{i}$ و ۵ (۲) $5/4\vec{i}$ و -۵ (۳) $-2\vec{i}$ و $3/2$ (۴) $-5/4\vec{i}$ و $3/2$

۱۰- متحرکی بر روی محور x، مطابق اطلاعات جدول زیر از نقطه A تا نقطه B جابه جا می شود. اگر متحرک در حین این جابه جایی، تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظه تغییر جهت کدام است؟ (تمامی اطلاعات داده شده، در SI هستند.)

بردار مکان در نقطه A	بردار مکان در نقطه B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$2\vec{i}$	$-4\vec{i}$	$-3\vec{i}$	۷

- (۱) $6\vec{i}$ (۲) $-8\vec{i}$ (۳) $4\vec{i}$ (۴) گزینه های (۱) و (۲) می توانند درست باشند.

۱۱- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور y حرکت می کند، در SI به صورت $y = t^2 - 6t + 8$ است. اندازه سرعت متوسط متحرک از لحظه $t = 0$ تا لحظه ای که متحرک در قسمت منفی محور مکان، بیشترین فاصله را تا مبدأ دارد، چند واحد SI است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۲- معادله مکان - زمان چهار متحرک در SI به صورت زیر است. اندازه جابه جایی و مسافت طی شده توسط کدام متحرک ها، در تمام بازه های زمانی دلخواه پس از $t = 0$ ، در طول حرکتشان یکسان است؟

متحرک D	متحرک C	متحرک B	متحرک A
$x_D = -t^2 + 3t - 2$	$x_C = t^2 + 4t - 2$	$x_B = t^2 - 2t + 1$	$x_A = 2t - 4$

- (۱) B، A (۲) C، A (۳) D، C (۴) B، D

۱۳- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = (t - \alpha)^2$ می باشد. اگر در ۴ ثانیه اول حرکت، اندازه سرعت متوسط متحرک صفر شود، تندی متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۴- دو متحرک A و B به طور هم زمان بر روی محور y شروع به حرکت می کنند. اگر معادله مکان - زمان این دو متحرک در SI به صورت $y_A = 20t - 36$ و $y_B = t^2$ باشد، در بازه زمانی که این دو متحرک دو بار از کنار یکدیگر می گذرند، سرعت متوسط هر یک از آن ها در SI کدام است؟

- (۱) $20\vec{j}$ (۲) $-20\vec{j}$ (۳) $16\vec{j}$ (۴) $-16\vec{j}$

۱۵- شناگری طول استخری را با تندی متوسط s_1 رفته و با تندی متوسط s_2 باز می‌گردد. تندی متوسط این شناگر در کل مدت رفت و برگشت کدام است؟

$$(1) \frac{s_1 + s_2}{2} \quad (2) \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2} \quad (3) \frac{2s_1 s_2}{|s_1 - s_2|} \quad (4) \frac{|s_2 - s_1|}{2}$$

۱۶- در یک پیست مسابقه اتومبیل‌رانی، اتومبیلی دور اول را با تندی متوسط 40 m/s طی می‌کند. راننده دور دوم مسابقه را با تندی ثابت چند متر بر ثانیه طی کند تا تندی متوسط حرکت آن در دو دور اول مسابقه، برابر 60 m/s شود؟

$$(1) 80 \quad (2) 120 \quad (3) 160 \quad (4) 100$$

تا اینجا ی کار، معادله مکان - زمان به متحرک رو بررسی کردیم. حالا می‌فایم با همدیگه بریم سراغ معادله سرعت - زمان برای به متحرک. همچنین با همدیگه به سری هم به شتاب متوسط می‌زنیم...

۱۷- معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $v = -t^2 + 4t - 3$ می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این متحرک درست است؟

(الف) این متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ تغییر جهت می‌دهد.

(ب) تندی حرکت این متحرک، دو بار صفر می‌شود، اما متحرک تنها یک بار تغییر جهت می‌دهد.

(ج) فاصله زمانی بین دو تغییر جهت حرکت، برابر دو ثانیه است.

(د) بیشترین تندی حرکت این متحرک هنگامی که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، برابر 1 m/s است.

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۱۸- معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2 \cos(\pi t + \frac{\pi}{6}) + 4$ است. اندازه شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیه دوم حرکت چند واحد SI است؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 2\sqrt{3} \quad (3) \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \frac{\sqrt{3}}{4}$$

۱۹- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s}$ در SI برابر $2\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 15 \text{ s}$ برابر $\frac{2}{3}\vec{i}$ است. بردار شتاب آن در بازه زمانی $t_1 = 10 \text{ s}$ تا $t_2 = 15 \text{ s}$ در SI کدام است؟ (تقریبی خارج ۱۴۰۰)

$$(1) 2\vec{i} \quad (2) 4\vec{i} \quad (3) 6\vec{i} \quad (4) \frac{4}{3}\vec{i}$$

۲۰- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 5 \text{ s}$ تا $t_2 = 10 \text{ s}$ در SI برابر $4\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_1 = 10 \text{ s}$ تا $t_2 = 12 \text{ s}$ برابر $2\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 5 \text{ s}$ تا $t_2 = 12 \text{ s}$ در SI کدام است؟ (تقریبی داخل ۱۴۰۰)

$$(1) -\frac{2}{3}\vec{i} \quad (2) -\frac{16}{3}\vec{i} \quad (3) 4\vec{i} \quad (4) 8\vec{i}$$

۲۱- معادله سرعت - زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $v = t^2 - b$ می‌باشد. از لحظه $t = 0$ تا لحظه تغییر جهت حرکت این ذره، اندازه شتاب متوسط حرکت آن برابر 2 m/s^2 است. b چند واحد SI می‌باشد؟

$$(1) 2 \quad (2) \sqrt{2} \quad (3) 4 \quad (4) 2\sqrt{2}$$

۲۲- معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 2t + 5$ است. اندازه شتاب متوسط حرکت جسم از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که متحرک کم‌ترین تندی را دارد، چند واحد SI است؟

$$(1) 1 \quad (2) 4 \quad (3) 5 \quad (4) 8$$

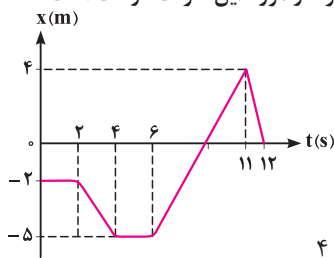
۲۳- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. اگر معادله مکان - زمان و سرعت - مکان این متحرک در SI به صورت $x = (t+1)^2$ و $v = 2\sqrt{x}$ باشد، اندازه شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیه دوم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) 2 \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) 2\sqrt{2}$$

بررسی مفاهیم اولیه حرکت متحرک با کمک نمودارها

هالا که مفاهیم رو با هم یاد گرفتیم بریم سراغ نمودارها. اول بریم سراغ سوالای نمودار مکان - زمان و بینیم از روی اون، چه تیپ سوالایی میشه طرح کرد ...

۲۴- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد این حرکت درست است؟



(الف) بیشترین فاصله ذره تا مبدأ مکان برابر 4 m است.

(ب) ذره ۲ ثانیه توقف داشته است.

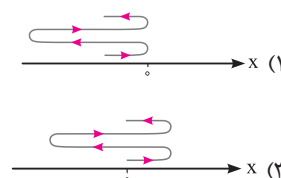
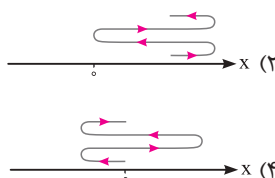
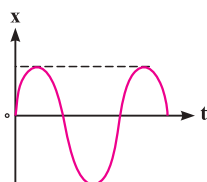
(ج) مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا 12 s برابر 13 m است.

(د) فاصله ذره تا مبدأ مکان، چهار مرتبه برابر 3 m می‌شود.

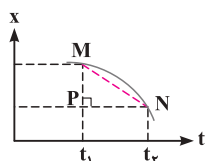
(ه) اندازه جابه‌جایی در بازه زمانی 6 s تا 11 s ، برابر مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی نمی‌باشد.

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۲۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. مسیر حرکت این متحرک، در کدام گزینه درست رسم شده است؟



۲۶- نمودار مکان - زمان خودرویی که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. کدام گزینه در مورد مسافت طی شده و جابه‌جایی این خودرو



بین دو لحظه t_1 و t_2 درست است؟

(۱) اندازه جابه‌جایی این خودرو، برابر طول پاره خط MN است.

(۲) مسافت طی شده توسط این خودرو، بزرگ‌تر از طول پاره خط MN است.

(۳) مسافت طی شده توسط این خودرو، برابر طول پاره خط MP است.

(۴) اندازه جابه‌جایی این خودرو، بزرگ‌تر از طول پاره خط MP است.

۲۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک از

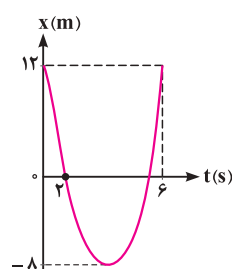
لحظه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۷، ۳

(۲) ۷، ۲

(۳) ۶، ۶

(۴) ۳، ۲



۲۸- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط ذره در سه ثانیه اول، برابر 2 m/s و اندازه سرعت متوسط

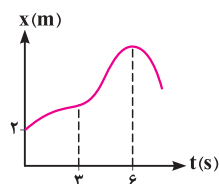
ذره در سه ثانیه دوم، برابر 4 m/s باشد، ذره در فاصله چند متری از مبدأ تغییر جهت می‌دهد؟

(۱) ۲۲

(۲) ۲۰

(۳) ۱۸

(۴) ۱۶



۲۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B بر روی محور x مطابق شکل است. کدام گزینه در مقایسه مسافت طی شده (l) و تندی متوسط (s_{av}) آن‌ها از لحظه

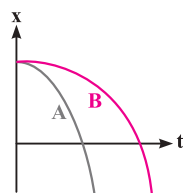
شروع حرکت تا لحظه عبور هر یک از آن‌ها از مبدأ مکان صحیح است؟

(۱) $s_{avA} > s_{avB}$ ، $l_A < l_B$

(۲) $s_{avA} = s_{avB}$ ، $l_A < l_B$

(۳) $s_{avA} > s_{avB}$ ، $l_A = l_B$

(۴) $s_{avA} = s_{avB}$ ، $l_A = l_B$



دوتا تست بعری، عجب سوالای شیکی هستن، فوب روشن فکر کنید...

۳۰- نمودار مکان - زمان سه متحرک A ، B و C بر روی محور x ، مطابق شکل است. در کدام گزینه تندی متوسط و سرعت متوسط این سه متحرک در بازه زمانی

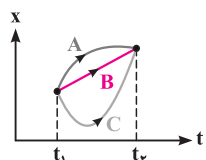
t_1 تا t_2 درست مقایسه شده است؟

(۱) $s_{avA} = s_{avB} < s_{avC}$ و $v_{avA} = v_{avB} = v_{avC}$

(۲) $s_{avB} < s_{avA} < s_{avC}$ و $v_{avA} = v_{avB} = v_{avC}$

(۳) $s_{avA} = s_{avB} < s_{avC}$ و $v_{avA} > v_{avB} > v_{avC}$

(۴) $s_{avB} < s_{avA} < s_{avC}$ و $v_{avA} > v_{avB} > v_{avC}$



(تجربی دافل ۱۴۰۰)

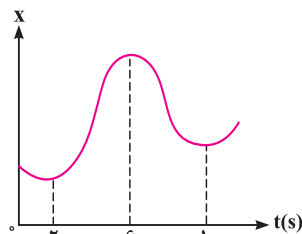
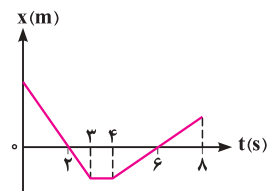
۳۱- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل است. تندی متوسط در کدام یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟

(۱) صفر تا ۲s

(۲) صفر تا ۶s

(۳) ۲s تا ۱۰s

(۴) ۶s تا ۱۰s

۳۲- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ ، تندی متوسط متحرک $6 m/s$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$ 

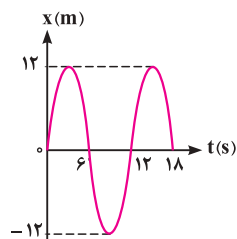
۳۳- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. سرعت متوسط متحرک از شروع حرکت تا لحظه t برای اولین بار صفر می‌شود. تندی متوسط متحرک در طی این بازه زمانی چند واحد SI است؟

(۱) صفر

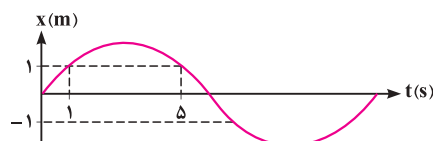
(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۳۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل به صورت سینوسی است. اگر بیشترین و کمترین اندازه سرعت متوسط ممکن برای جابه‌جایی این متحرک بین دو نقطه $x_1 = 1m$ و $x_2 = -1m$ در ۱۲ ثانیه اول حرکتش، به ترتیب برابر v_{av1} و v_{av2} باشد، کدام است؟

(۱) ۵

(۲) $\frac{11}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$ 

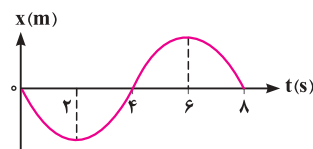
۳۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در کدام بازه زمانی، جهت بردار مکان متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x است؟

(۱) صفر تا ۴s

(۲) ۲s تا ۸s

(۳) ۴s تا ۸s

(۴) ۲s تا ۴s



۳۶- در سؤال قبل، در کدام بازه زمانی متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت کرده است؟

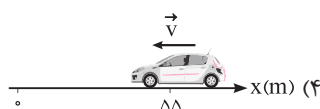
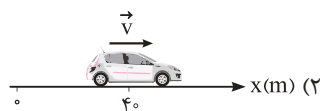
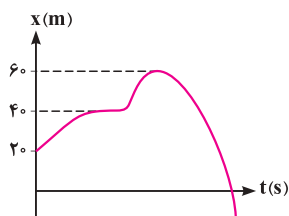
(۱) صفر تا ۴s

(۲) ۲s تا ۸s

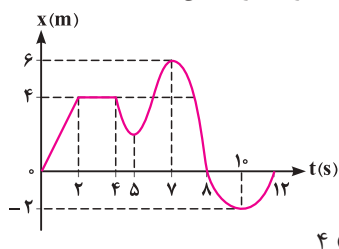
(۳) ۴s تا ۸s

(۴) ۲s تا ۴s

۳۷- نمودار مکان - زمان اتومبیلی که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر است. در کدام گزینه، مکان و سرعت متحرک در موقعیت نشان داده شده، می‌تواند درست باشد؟



۳۸- نمودار مکان - زمان ذره‌ای که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد حرکت این ذره درست است؟



(الف) مدت زمانی که ذره در جهت محور x حرکت می‌کند، برابر مدت زمانی است که ذره از مبدأ مکان دور می‌شود.

(ب) مدت زمان نزدیک شدن ذره به مبدأ مکان، بیشتر از مدت زمانی است که سرعت ذره منفی است.

(ج) تعداد دفعات تغییر جهت، بیشتر از تعداد دفعاتی است که متحرک در مبدأ مکان بوده است.

(د) حداکثر طول بازه زمانی که تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط برابر است، $4s$ می‌باشد.

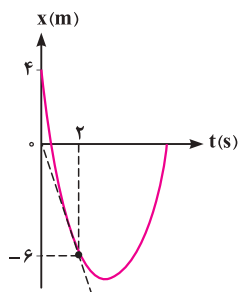
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازه سرعت متحرک در لحظه $t = 2s$ ، چند برابر تندی متوسط در



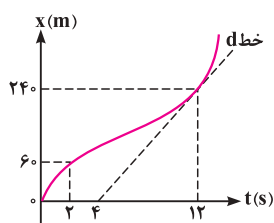
دو ثانیه اول حرکت است؟

۱ (۱)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۳ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۴)



۴۰- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر تندی در لحظه $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازه $t_1 = 2s$ تا

$t_2 = 14s$ باشد، سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول، چند برابر سرعت متوسط در ۲ ثانیه هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار

(تپری خارج ۱۴۰۰)

در لحظه $t = 12s$ است.)

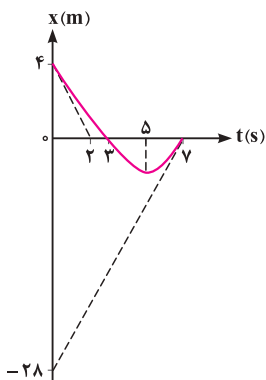
$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۴۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل است. انرژی جنبشی متحرک در



لحظه‌ای که برای دومین بار به مبدأ مکان می‌رسد، چند برابر انرژی جنبشی اولیه آن است؟

۸ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲)

$\frac{49}{16}$ (۳)

۴ (۴)

۴۲- شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینه سرعت آن

(تپری خارج ۹۵)

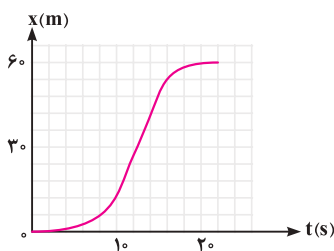
چند متر بر ثانیه است؟

۳ (۱)

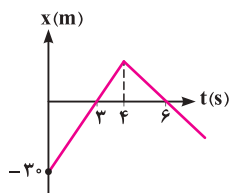
۵ (۲)

۷ (۳)

۹ (۴)



۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. اندازه شتاب متوسط این متحرک در سه ثانیه دوم



حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

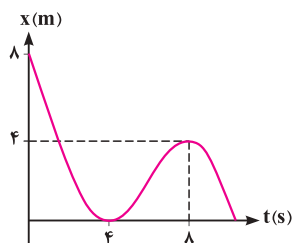
۵ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۴۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازه شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت

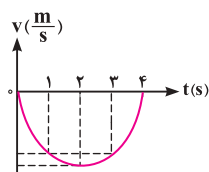


می‌دهد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- $$\begin{aligned} (1) & \text{ صفر} \\ (2) & 2 \\ (3) & \frac{1}{4} \\ (4) & \frac{1}{2} \end{aligned}$$

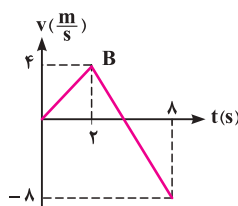
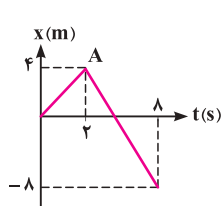
تا الان رو نمودار مکان - زمان کار کردیم. حالا می‌فوییم بریم سراغ نمودار سرعت - زمان...

۴۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. در کدام بازه زمانی، اندازه شتاب متوسط بیشتر از سایر بازه‌های زمانی است؟



- (۱) ثانیہ اول
(۲) دو ثانیہ اول
(۳) ثانیہ سوم
(۴) دو ثانیہ دوم

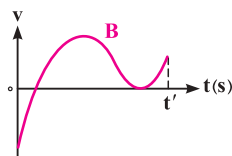
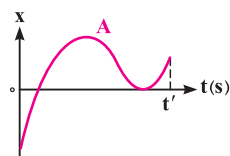
۴۶- نمودار مکان- زمان متحرک A و نمودار سرعت- زمان متحرک B بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. متحرک‌های A و B به ترتیب از راست به چپ،



..... و ثانیه در جهت مثبت محور X حرکت می‌کنند.

- ۴.۲ (۱)
 ۲.۲ (۲)
 ۴.۴ (۳)
 ۲.۴ (۴)

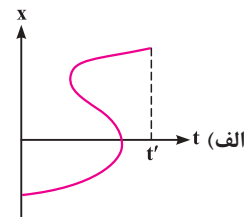
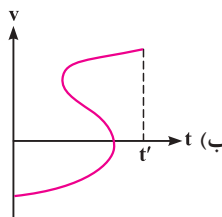
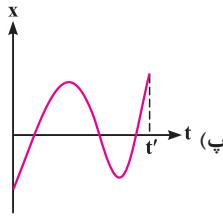
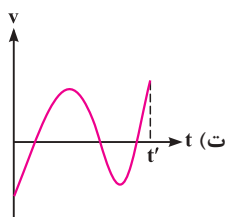
۴۷- نمودار مکان - زمان متحرک A و نمودار سرعت - زمان متحرک B بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. از لحظه شروع حرکت تا لحظه t' ، متحرک‌های



A و B به ترتیب از راست به چپ، چند بار تغییر جهت می‌دهند؟

- 1, 2 (1)
2, 1 (2)
2, 2 (3)
1, 1 (4)

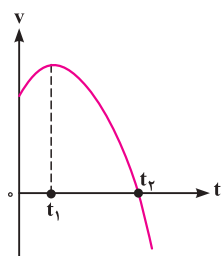
۴۸- کدام نمودار، مربوط به متحرکی است که بر روی مسیر مستقیم، تا لحظه t' ، ۲ بار تغییر جهت می‌دهد؟



- (۱) فقط (ت) (۲) فقط (پ) (۳) (الف) و (پ) (۴) (ب) و (ت)

۴۹- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل، قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست

است؟

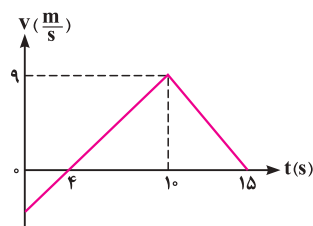


- (۱) در بازهٔ صفر تا t_1 ، تندی در حال کاهش است.
- (۲) بزرگی شتاب در لحظهٔ صفر و t_1 برابر است.
- (۳) در بازهٔ صفر تا t_1 ، شتاب خلاف جهت محور x است.
- (۴) بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2 ، بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا t_1 است.

۵۰- خودرویی در خلاف جهت محور x به گونه‌ای در حال حرکت است که در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، اندازه شتاب متوسط آن رو به کاهش می‌باشد. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهنده نمودار سرعت - زمان برای این خودرو باشد؟

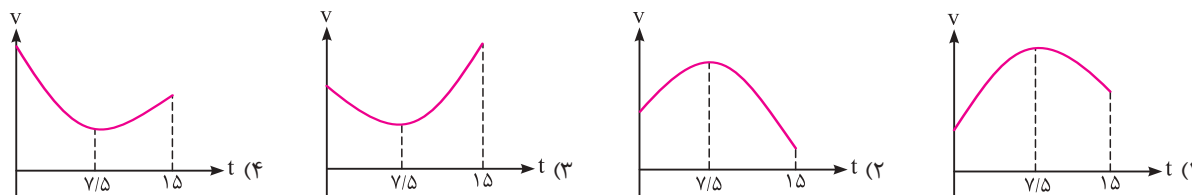


۵۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 15$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟

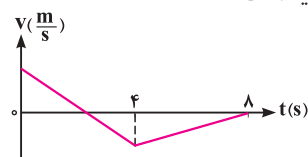


- (۱) 0.4
(۲) 0.6
(۳) 0.8
(۴) 1

۵۲- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است و شتاب متوسط متحرک در $7/5$ ثانیه اول حرکت $2\bar{a}$ و در 15 ثانیه اول حرکت $3\bar{a}$ است. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهنده نمودار سرعت - زمان متحرک باشد؟ (تمامی واحدها در SI می‌باشد.)

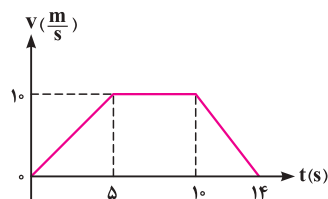


۵۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. اگر شتاب متوسط این متحرک در چهار ثانیه اول و دوم حرکتش، به ترتیب 2 m/s^2 و $1/4\text{ m/s}^2$ باشد، اندازه شتاب متوسط متحرک در 8 ثانیه اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



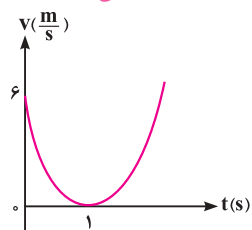
- (۱) $1/2$
(۲) $2/3$
(۳) $-1/3$
(۴) $-3/4$

۵۴- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل است. اندازه شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $t = 2$ s تا $t = 12$ s، چند متر بر مربع ثانیه است؟



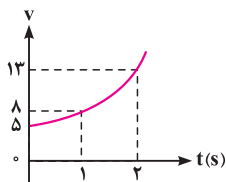
- (۱) $5/10$
(۲) $1/10$
(۳) $7/10$
(۴) صفر

۵۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل به صورت سهمی است. در کدام یک از بازه‌های زیر، شتاب متوسط متحرک برابر صفر است؟



- (۱) ثانیه دوم حرکت
(۲) دو ثانیه اول حرکت
(۳) دو ثانیه دوم حرکت
(۴) چهار ثانیه اول حرکت

۵۶- نمودار سرعت - زمان یک متحرک بر حسب زمان که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت سهمی روبه‌رو است. شتاب متوسط این متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



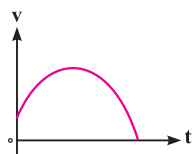
(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷

۵۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی بر روی محور x ، مطابق شکل است. اگر حرکت متحرک را بعد از لحظهٔ $t = 0$ بررسی کنیم، حرکت ابتدا در محور x با شتاب و سپس در محور x با شتاب است.



(۱) جهت، مثبت، خلاف جهت، منفی

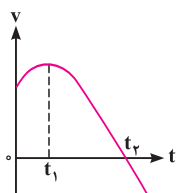
(۲) خلاف جهت، منفی، جهت، منفی

(۳) جهت، منفی، خلاف جهت، منفی

(۴) جهت، مثبت، جهت، منفی

(تهری فارچ ۱۴۰۰)

۵۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) جهت سرعت و شتاب، در لحظهٔ t_1 تغییر کرده است.(ب) در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 ، حرکت در جهت محور x است.(پ) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 ، تندی در حال کاهش است.(ت) بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 ، خلاف جهت محور x است.

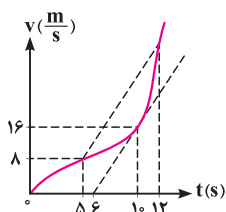
(۴) (ب) و (ت)

(۳) (الف) و (ت)

(۲) (پ)

(۱) (ب)

۵۹- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 10s$ برابر اندازهٔ شتاب متوسط آن بین دو لحظهٔ $t_1 = 5s$ و $t_2 = 12s$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 12s$ چند متر بر ثانیه است؟



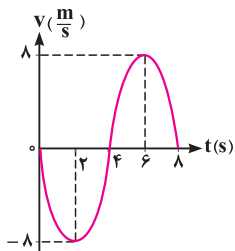
(۱) ۲۸

(۲) ۲۴

(۳) ۳۶

(۴) ۲۰

۶۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که بردار شتاب آن تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مربع ثانیه است؟



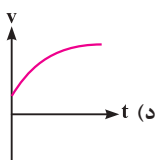
(۱) ۴

(۲) ۲

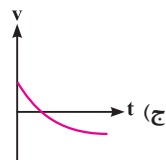
(۳) ۸

(۴) ۶

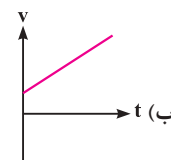
۶۱- در کدام یک از نمودارهای سرعت - زمان رسم شده، همواره شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر شتاب لحظه‌ای حرکت است؟



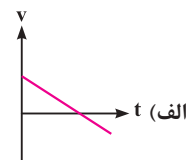
(۴) (ب) و (د)



(۳) (الف) و (ج)



(۲) (ج) و (د)



(۱) (الف) و (ب)

۶۲- در سؤال قبل، در کدام یک از نمودارهای نشان داده شده، نیروی خالص وارد بر متحرک همواره در جهت مثبت محور x بوده و اندازهٔ آن در حال کاهش است؟

(۴) (د)

(۳) (ج)

(۲) (ب)

(۱) (الف)

بررسی مفاهیم اولیه حرکت یک متحرک در حالت دو بعدی

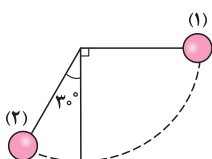
تا اینجا سوالاتی حرکت یک بعدی رو بررسی کردیم. الان می‌فویایم بررسی مفاهیم پایه‌ای حرکت تو حالت دو بعدی. کتاب درسی تو چند صفحه اول فصل حرکت به کم روی این پور بحث‌ها کار کرده و ما هم از همون مفاهیم سوالاتی پالی براتون آوردیم...

۶۳- شخصی می‌خواهد از پله‌های یک معبد بزرگ و قدیمی مطابق شکل بالا رود. اگر عرض هر پله ۳۰cm و ارتفاع آن ۴۰cm و معبد دارای ۱۰۰ پله باشد، اندازه جابه‌جایی این شخص هنگامی که از این ۱۰۰ پله بالا می‌رود، چند متر است؟



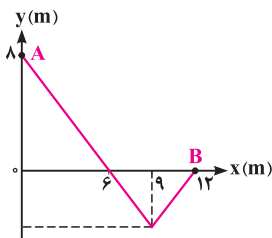
- (۱) ۵۰
(۲) ۵
(۳) ۷۰
(۴) ۷

۶۴- آونگی را از حالت (۱) رها می‌کنیم تا به حالت (۲) برسد. در این حرکت، مسافت طی شده توسط گلوله آونگ چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{3}{2}$

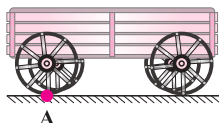
۶۵- جسمی مطابق مسیر نشان داده‌شده، در صفحه مختصات از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اندازه جابه‌جایی جسم در طول این حرکت، چند برابر مسافت طی شده توسط آن است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{13}}{20}$
(۲) $\frac{\sqrt{13}}{4}$
(۳) $\frac{\sqrt{13}}{5}$
(۴) $\frac{\sqrt{13}}{10}$

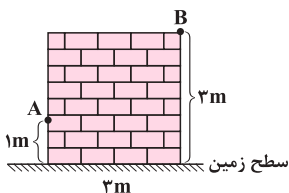
دو تا تست بعدی، عجب سوالاتی توپ و بافالی هستن، کلی فسفرسوزی توش لازم دارید...

۶۶- مطابق شکل، یک گاری دارای چرخ‌هایی به شعاع ۲۰cm می‌باشد. اگر این گاری ۳۰cm جلو برود، نقطه A که روی یکی از چرخ‌ها قرار دارد، چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ ($\pi = 3$)



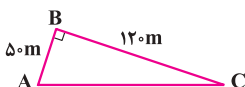
- (۱) $10\sqrt{5}$
(۲) $10\sqrt{13}$
(۳) ۳۰
(۴) ۵۰

۶۷- مورچه‌ای با تندی ثابت ۱cm/s مطابق شکل بر روی دیواری در حال حرکت است. این مورچه می‌خواهد از نقطه A به سطح زمین رفته و سپس از آنجا به نقطه B برود. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد این مورچه از A به B برسد، چند ثانیه است؟



- (۱) ۵۰۰
(۲) ۴۰۰
(۳) $300\sqrt{2}$
(۴) $400\sqrt{2}$

۶۸- مطابق شکل، متحرکی با تندی ثابت از A به B و سپس از B به C می‌رود. تندی متوسط حرکت از B تا C، چند برابر اندازه سرعت متوسط حرکت از A تا C است؟



- (۱) $\frac{13}{7}$
(۲) $\frac{13}{12}$
(۳) $\frac{13}{5}$
(۴) $\frac{17}{13}$

۶۹- متحرکی روی خط $y = 3x - 2$ در صفحه xOy در حال حرکت است. اگر متحرک بر روی این خط در مدت ۱۰s از نقطه A با $x_A = 1m$ به نقطه B با $x_B = 2m$ برود، تندی متوسط حرکت این متحرک در این بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$
(۲) $\frac{3}{10}$
(۳) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
(۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

۷۰- متحرکی با تندی ثابت بر روی محیط دایره‌ای در حال چرخیدن است. اگر این متحرک هر ۱۲s یک دور کامل محیط دایره را طی کند، اندازه سرعت متوسط آن در مدت زمان ۶ ثانیه، چند برابر تندی متوسط آن در مدت زمان ۳ ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

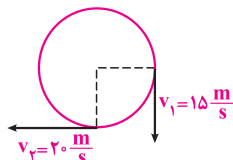
(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۷۱- متحرک A بر روی یک مسیر دایره‌ای شکل و متحرک B بر روی خط مستقیم در حال حرکت می‌باشند. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این دو متحرک الزاماً درست است؟

- (الف) اگر اندازه سرعت متوسط متحرک A در یک بازه زمانی صفر باشد، لزوماً اندازه سرعت آن در یک لحظه از آن بازه زمانی صفر بوده است.
 (ب) اگر اندازه سرعت متوسط متحرک B در یک بازه زمانی صفر باشد، لزوماً اندازه سرعت آن در یک لحظه از آن بازه زمانی صفر بوده است.
 (ج) اگر اندازه سرعت متوسط متحرک A در یک بازه زمانی ۶m/s باشد، لزوماً تندی آن در یک لحظه ۶m/s بوده است.
 (د) اگر اندازه سرعت متوسط متحرک B در یک بازه زمانی ۶m/s باشد، لزوماً تندی آن در یک لحظه ۶m/s بوده است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تو سه تا سوال بعدی، می‌فروایم پریم سراغ معادله شتاب متوسط تو حرکت دوبعدی. احتمال طرح سوال توی این بحث، تو رشته ریاضی بیشتر از رشته تجربی هست...

۷۲- ذره‌ای روی دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند. سرعت آن در شکل در دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ به ترتیب با بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ نشان داده شده است. اندازه شتاب متوسط حرکت بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟

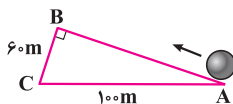


- (۱) ۶/۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۸/۷۵

۷۳- متحرکی با تندی ثابت ۵m/s مسیر دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر را طی می‌کند. اندازه شتاب متوسط آن در مدت زمانی که متحرک نصف محیط دایره را می‌پیماید، چند متر بر مربع ثانیه است؟

(۱) $\frac{5}{\pi}$ (۲) $\frac{5}{2\pi}$ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۲/۵

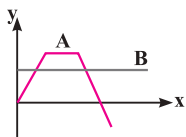
۷۴- مطابق شکل، متحرکی با تندی ثابت ۷۰m/s از نقطه A به B و سپس از B به C می‌رود. اندازه شتاب متوسط این متحرک در جابه‌جایی از A تا C چند واحد SI است؟



- (۱) صفر (۲) $35\sqrt{2}$ (۳) $70\sqrt{2}$ (۴) $50\sqrt{2}$

انشافاً سوال بعدی، تو نگاه اول، تعجب داره، ولی با فوندن پاسخ همه چی فله...

۷۵- دو متحرک A و B در صفحه xOy بر روی مسیرهای نشان داده شده شروع به حرکت می‌کنند. این دو متحرک در حین حرکتشان، چند بار از کنار یکدیگر عبور کرده‌اند؟



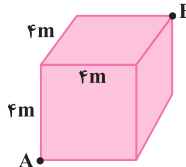
- (۱) دو بار (۲) یک بار (۳) این دو متحرک هیچ‌گاه از کنار یکدیگر عبور نمی‌کنند. (۴) هر یک از گزینه‌های مطرح شده ممکن است درست باشد.

اینم سه تا سوال فوب که مفاهیم اصلی حرکت رو توی سه بعد بررسی کرده...

۷۶- پرنده‌ای که روی لبه ساختمانی بلندی به ارتفاع ۵۰ متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پای ساختمان می‌رسد، سپس ۴۰ متر به سمت مشرق حرکت می‌کند و در نهایت ۳۰ متر به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرنده چند متر است؟

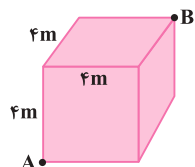
(۱) ۱۲۰ (۲) $50\sqrt{2}$ (۳) ۵۰ (۴) $40\sqrt{2}$

۷۷- در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع ۴m، زنبوری با تندی ثابت ۱cm/s پرواز می‌کند. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا این زنبور از نقطه A به نقطه B برسد، چند ثانیه است؟



- (۱) $400\sqrt{3}$ (۲) $400\sqrt{5}$ (۳) $200\sqrt{3}$ (۴) $200\sqrt{5}$

۷۸- در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع 4m ، مورچه‌ای با تندی ثابت 1cm/s در حال حرکت است. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا این مورچه بر روی دیواره‌های



اتاق از نقطه A به نقطه B برسد، چند ثانیه است؟

(۲) $400\sqrt{5}$

(۱) $400\sqrt{3}$

(۴) $200\sqrt{5}$

(۳) $200\sqrt{3}$



همون‌طور که همه میدونید، به نوع ساده‌ای از حرکت، اینه که متحرک روی خط راست با تندی ثابت تو به جهت مشخص حرکت کنه... این یعنی حرکت با سرعت ثابت و تو ادامه می‌فویایم با کلی سؤال برریش کنیم...

۷۹- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 3t + 5$ است. در این رابطه کدام بیان صحیح نیست؟

- (۱) حرکت متحرک به صورت یکنواخت و با سرعت ثابت است.
 (۲) سرعت متوسط متحرک همواره برابر سرعت لحظه‌ای آن است.
 (۳) شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای متحرک برابر صفر است.
 (۴) متحرک در دو ثانیه سوم، به اندازه 8m جابه‌جا می‌شود.

۸۰- در رابطه با حرکت یک متحرک، کدام یک از حالات زیر هرگز نمی‌تواند رخ دهد؟

- (الف) سرعت متحرک ثابت باشد، اما تندی آن ثابت نباشد.
 (ب) تندی متحرک ثابت باشد، اما سرعت آن ثابت نباشد.
 (ج) متحرک با تندی ثابت به صورت شتاب‌دار حرکت کند.
 (د) متحرک با سرعت ثابت به صورت شتاب‌دار حرکت کند.
 (۱) (الف) و (ب) (۲) (ب) و (ج) (۳) (ج) و (د) (۴) (الف) و (د)

۸۱- ذره‌ای با سرعت ثابت بر روی محور X به حرکت درمی‌آید و در دو ثانیه سوم حرکت، ۸ متر در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند و در پایان این بازه زمانی،

بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. کدام گزینه وضعیت این متحرک را در شروع حرکتش نشان می‌دهد؟



۸۲- متحرکی می‌تواند با سرعت ثابت v بر روی محور X حرکت کند. اگر این متحرک از مکان $x_1 = 2\text{m}$ شروع به حرکت کند، در لحظه $t = 3\text{s}$ به مکان $x_2 = 14\text{m}$ می‌رسد. این متحرک از چند متر عقب‌تر از x_2 ، با همان سرعت قبل شروع به حرکت کند تا در لحظه $t = 2\text{s}$ به مکان $x_3 = 12\text{m}$ برسد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۰

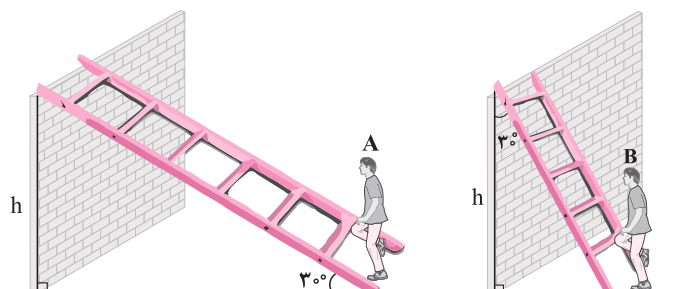
۸۳- یک قطار مترو فاصله بین دو ایستگاه معین را با سرعت ثابت v_1 در مدت ۲ دقیقه و با سرعت ثابت v_2 در مدت ۳ دقیقه می‌پیماید. اگر این قطار با سرعت

$v_1 + v_2$ این مسیر را طی کند، در مدت زمان چند ثانیه فاصله این دو ایستگاه را می‌پیماید؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۴۴ (۴) ۷۲

۸۴- مطابق شکل، دو شخص A و B با تندی یکسان بر روی دو نردبان به سمت بالا شروع به حرکت می‌کنند و می‌خواهند تا ارتفاع یکسان h بالا بروند. مدت زمانی

که طول می‌کشد تا شخص A به ارتفاع موردنظر برسد، چند برابر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا شخص B به این ارتفاع برسد؟



- (۱) ۲
 (۲) $\sqrt{3}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

اینم به سوال قشنگ که بهتون یاد میده چه پوری برندهٔ یه مسابقهٔ شتا بشید...

۸۵- دو شناگر A و B در یک مسابقه شرکت می‌کنند. شناگر A با تندی ثابت 12 km/h طول استخر را رفته و برمی‌گردد. اما شناگر B، طول استخر را با تندی

18 km/h رفته و با تندی 6 km/h بازمی‌گردد. کدام شناگر برندهٔ این مسابقه می‌شود؟

- (۱) A (۲) B

(۳) هر دو هم‌زمان به خط پایان می‌رسند. (۴) با توجه به طول استخر، هر یک از گزینه‌ها می‌توانند درست باشند.

۸۶- قطاری به طول L با سرعت ثابت v از روی پلی به طول 120 m عبور می‌کند. اگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از پل عبور کند، ۳ برابر

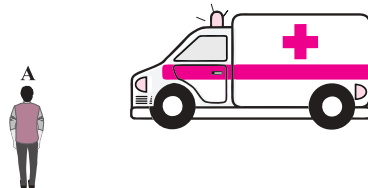
مدت زمانی باشد که قطار به طور کامل روی پل بوده است، طول قطار چند متر است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۶۰

۸۷- مطابق شکل، آمبولانسی با تندی ثابت 30 m/s در مسیر مستقیم در حال حرکت است. درست در لحظه‌ای که این آمبولانس از کنار شخص ساکن A

می‌گذرد، آژیر آمبولانس به مدت 10 s روشن شده و سپس خاموش می‌شود. شخص A به مدت چند ثانیه صدای آژیر این آمبولانس را می‌شنود؟ (تندی حرکت

صوت در هوا 300 m/s است.)



- (۱) ۱۰

- (۲) ۱۱

- (۳) ۲۰

- (۴) ۲۲

هالا میریم سراغ سوالای مربوط به حرکت دو متحرک با سرعت ثابت ... کلی سوال متنوع از این بهش براتون آوردیم ...

۸۸- دو اتومبیل با تندی‌های ثابت v_A و $v_B = 40 \text{ km/h}$ از شهر تهران به سمت شهر اراک که در 240 کیلومتری تهران است، شروع به حرکت می‌کنند. اگر

اتومبیل A، دو ساعت دیرتر از B شروع به حرکت کند، دو اتومبیل هم‌زمان به اراک می‌رسند. تندی v_A چند کیلومتر بر ساعت است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۸۰ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۸۹- دو اتومبیل که سرعت یکی نصف دیگری است، از نقطه A به سمت نقطه B که در فاصله 600 متری A قرار دارد، روی مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند.

اگر اتومبیل سریع‌تر، 10 ثانیه دیرتر از اتومبیل دیگر شروع به حرکت کرده و 10 ثانیه زودتر از آن به مقصد برسد، سرعت اتومبیل کندتر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۹۰- یک لاک‌پشت و یک خرگوش در یک مسیر مستقیم با یک‌دیگر مسابقه می‌دهند. سرعت حرکت لاک‌پشت 1 m/s و سرعت حرکت خرگوش، 15 برابر

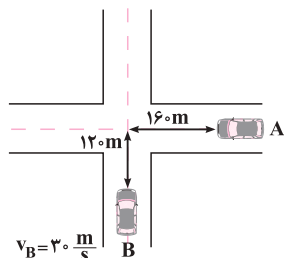
سرعت حرکت لاک‌پشت است. خرگوش در بین راه، 19 دقیقه استراحت می‌کند و لاک‌پشت بدون توقف حرکت کرده و در نهایت با فاصله 30 m از خرگوش،

برندهٔ مسابقه می‌شود. طول مسیر مسابقه چند متر است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۹۰ (۴) ۶۰

۹۱- مطابق شکل، دو خودرو با سرعت‌های ثابت از فواصل مشخص شده به سمت یک چهار راه حرکت می‌کنند. اگر این دو خودرو در چهار راه با یک‌دیگر تصادف

کنند، تندی حرکت خودروی A چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۴۰

- (۲) ۵۰

- (۳) ۶۰

- (۴) ۳۰

۹۲- در سؤال قبل، یک ثانیه قبل از برخورد دو خودرو به یک‌دیگر، این دو خودرو در فاصله چند متری از هم قرار دارند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۳۰

۹۳- معادله مکان - زمان دو متحرک A و B که به صورت هم‌زمان بر روی محور x شروع به حرکت می‌کنند، در SI به صورت $x_A = vt + 40$ و $x_B = (v + 6)t + 10$

است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصله این دو متحرک از یک‌دیگر برابر 36 m می‌شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۹۴- دو متحرک A و B بر روی محور x با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. در لحظه $t = 0$ بردار مکان متحرک A در SI برابر $\vec{d}_A = 6\hat{i}$ و بردار مکان متحرک B، قرینه بردار مکان A است. اگر $\vec{v}_A = v\hat{i}$ و $\vec{v}_B = 2v\hat{i}$ باشد ($v > 0$)، دو متحرک در فاصله چند متری از مبدأ مختصات به یکدیگر می‌رسند؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۴۰

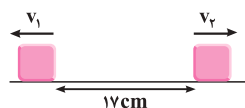
۹۵- در یک مسیر افقی، در شروع حرکت فاصله دو متحرک A و B از یکدیگر ۳۵۰ متر است. تندی متحرک A ثابت و برابر 18 km/h و تندی متحرک B ثابت و برابر 36 km/h است و دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت کرده و به هم نزدیک می‌شوند. در کدام بازه زمانی (برحسب ثانیه) فاصله دو متحرک از یکدیگر کمتر از ۵۰ متر است؟

- (۱) $t > 20$ (۲) $20 < t < \frac{80}{3}$ (۳) $t < \frac{80}{3}$ (۴) $\frac{80}{3} < t < 40$

۹۶- دو دوندۀ A و B با سرعت ثابت در حال دویدن هستند. در شروع مسابقه دوندۀ B، ۶m جلوتر از دوندۀ A است. اگر در لحظه $t = 2s$ دوندۀ A، ۴m جلوتر از B باشد، در لحظه $t = 3s$ فاصله دو دونده از یکدیگر چند متر می‌شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۶

۹۷- مطابق شکل، دو متحرک در فاصله ۱۷ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند و با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 در جهت‌های نشان داده شده شروع به حرکت می‌کنند. اگر در لحظه $t = 2s$ ، فاصله دو متحرک به ۲۳cm برسد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصله آن‌ها ۳۲cm می‌شود؟

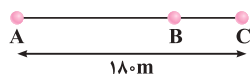


- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۸- متحرک A با تندی ثابت از مکان $x = 18 \text{ m}$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با A، متحرک B با تندی ثابت از مبدأ مکان به دنبال A به راه می‌افتد. اگر در لحظه $t = 6s$ دو متحرک از کنار هم عبور کنند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو متحرک در فاصله ۳ متری از یکدیگر قرار دارند؟

- (۱) ۴ و ۸ (۲) ۵ و ۷ (۳) ۵ و ۸ (۴) ۴ و ۷

۹۹- دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد، بزرگی سرعت متحرک اول، چند متر برثانیه است؟ (ریاضی فارغ ۹۹)



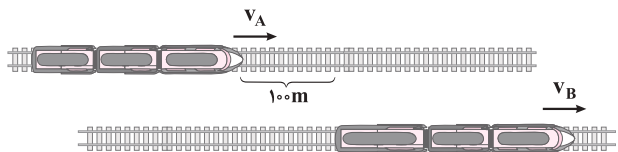
- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۰۰- مطابق شکل، خودروهای (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه C از کنار هم می‌گذرند. اگر مدت حرکت خودروی (۱) از C تا B، ۹ برابر مدت حرکت خودروی (۲) از C تا A باشد، طول مسیر BC چند برابر AC است؟



- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۲

۱۰۱- مطابق شکل، دو قطار A و B به ترتیب به طول ۷۰m و ۸۰m در لحظه $t = 0$ با سرعت‌های ثابت $v_A = 35 \text{ m/s}$ و $v_B = 25 \text{ m/s}$ روی دو ریل موازی شروع به حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، قطار A به طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد؟



- (۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۲۲ (۴) ۲۵

۱۰۲- در سؤال قبل، چند ثانیه بعد از شروع حرکت، فاصله دو قطار از یکدیگر دوباره برابر ۱۰۰m می‌شود؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۸ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

۱۰۳- دو قطار A و B روی دو ریل مستقیم و موازی، در خلاف جهت یکدیگر به ترتیب با تندی‌های ثابت 8 m/s و 2 m/s در حال حرکت هستند. این دو قطار در لحظه $t = 0$ به یکدیگر می‌رسند و در لحظه $t = 30s$ به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. اگر قطار A یک لوکوموتیو و ۵ واگن و قطار B یک لوکوموتیو و ۸ واگن داشته باشد و طول تمام واگن‌ها و لوکوموتیوها با هم برابر باشد، طول هر واگن چند متر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰



۱- پرسش‌گزینیه‌ها

۱) درست است. بردار مکان اولیه، برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن خانه است و اندازه آن برابر است با: $d_1 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ km}$
 ۲) درست است. اگر اندازه بردار مکان مدرسه را با d_2 نشان دهیم، داریم:

$$d_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ km}$$

۳) مسافت طی شده دانش‌آموز، برابر طول مسیر پیموده شده توسط او می‌باشد که برابر $12 \text{ km} = 1 + 9 + 2$ می‌باشد. بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۴) بدون شرح درست است. اندازه بردار جابه‌جایی برابر اندازه تفاضل بردارهای مکان اولیه و ثانویه متحرک است که از مسافت طی شده کمتر است.

$$= \sqrt{(4-5)^2 + (3-12)^2} = \sqrt{82} \text{ km} < 12 \text{ km}$$

۲- **گام اول:** ابتدا مسافت طی شده توسط دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:

$$l = 60 + 80 + 240 = 380 \text{ m}$$

گام دوم: با توجه به شکل، اندازه بردار جابه‌جایی دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:

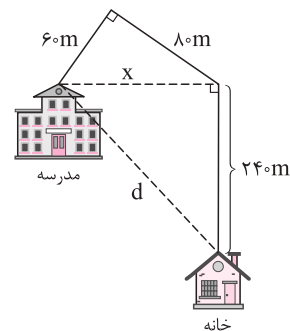
$$x^2 = 60^2 + 80^2 \Rightarrow x = 100 \text{ m}$$

$$d^2 = x^2 + 240^2$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{100^2 + 240^2} = 260 \text{ m}$$

بنابراین اختلاف مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی دانش‌آموز برابر است با:

$$l - d = 380 - 260 = 120 \text{ m}$$



۳- **۱-۱** برای دو متحرک A و B، دو مسیر دلخواه مطابق شکل زیر در دستگاه مختصات در نظر می‌گیریم:

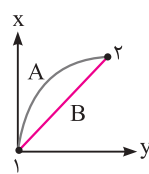
واضح است مسافتی که A طی کرده است، بیشتر از B است ($l_A > l_B$). نقاط ابتدا و انتهای مسیر برای هر دو متحرک یکسان است، بنابراین جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است ($d_A = d_B$). تندی متوسط حاصل تقسیم مسافت طی شده بر زمان سپری شده است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{1}{t} \frac{l_A > l_B}{s_{avA} \neq s_{avB}}$$

برای مقایسه سرعت متوسط دو متحرک می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{d}{t} \frac{d_A = d_B}{v_{avA} = v_{avB}}$$

بنابراین کمیت‌های جابه‌جایی و سرعت متوسط برای این دو متحرک الزاماً یکسان است.



۴- **۲-۲** طبق صورت سؤال، متحرک در لحظه $t = 0$ ، در مکان $x_0 = -40 \text{ m}$

و در لحظه $t_1 = 10 \text{ s}$ ، در مکان $x_1 = 20 \text{ m}$ قرار دارد. بنابراین سرعت متوسط این متحرک در طی 10 ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\begin{aligned} t_0 = 0 &\Rightarrow x_0 = -40 \text{ m} \\ t_1 = 10 \text{ s} &\Rightarrow x_1 = +20 \text{ m} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - (-40)}{10 - 0} = 6 \text{ m/s} \\ &= \frac{20 - (-40)}{10 - 0} = 6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

۵- **۳-۳** **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی در بازه زمانی صفر تا t_1 را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -40 \vec{i} = \frac{\Delta x}{10} \Rightarrow (\Delta x)_{t_1 \text{ تا } 0} = -40 \vec{i}$$

گام دوم: سپس جابه‌جایی در بازه زمانی صفر تا t_3 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{4}{3} \vec{i} = \frac{\Delta x}{15} \Rightarrow (\Delta x)_{t_3 \text{ تا } 0} = 20 \vec{i}$$

گام سوم: در نهایت جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازه زمانی t_3 تا t_1 برابر است با:

$$(\Delta x)_{t_1 \text{ تا } t_3} = (\Delta x)_{t_3 \text{ تا } 0} + (\Delta x)_{0 \text{ تا } t_1}$$

$$20 \vec{i} = (-40 \vec{i}) + (\Delta x)_{t_3 \text{ تا } t_1} \Rightarrow (\Delta x)_{t_3 \text{ تا } t_1} = 60 \vec{i}$$

$$v_{av} = \frac{(\Delta x)_{t_3 \text{ تا } t_1}}{\Delta t} = \frac{60 \vec{i}}{15 - 10} = 12 \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶- **۴-۴** **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی دو متحرک A و B را به دست می‌آوریم:

$$d_A = 0 - 40 = -40 \text{ m}, d_B = 0 - (-20) = +20 \text{ m}$$

گام دوم: نسبت سرعت متوسط دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \frac{\Delta t \text{ یکسان}}{d_A = -40 \text{ m}, d_B = 20 \text{ m}} \rightarrow \frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{d_A}{d_B} = \frac{-40}{20} = -2$$

۷- **۲-۲** **گام اول:** برای به دست آوردن مکان اولیه متحرک، کافی است $t = 0$

را در معادله مکان - زمان قرار دهیم:

$$x = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{t=0} \text{مکان اولیه: } x_0 = 1 + 2 \cos(0) = 1 + 2 = 3 \text{ m}$$

گام دوم: برای به دست آوردن سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه اول، ابتدا جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 + 2 \cos(0) = 3 \text{ m} \\ t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 2\right) = 1 + (-2) = -1 \text{ m} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-1 - 3}{2 - 0} = -2 \text{ m/s} \Rightarrow |v_{av}| = 2 \text{ m/s}$$

۱۱- گام اول: ابتدا معادله مکان - زمان را بازنویسی می‌کنیم:

$$y = t^2 - 6t + 8 = (t - 3)^2 - 1$$

واضح است که منفی‌ترین مقدار y (یعنی $y = -1$)، در لحظه $t = 3$ s اتفاق می‌افتد.

گام دوم: محاسبه سرعت متوسط متحرک از لحظه $t_1 = 0$ تا $t_2 = 3$ s:

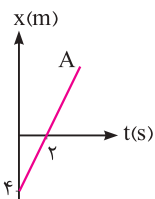
$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 8 \text{ m} \\ t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow y_2 = -1 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta y = -1 - 8 = -9 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-9}{3} = -3 \text{ m/s} \Rightarrow |v_{av}| = 3 \text{ m/s}$$

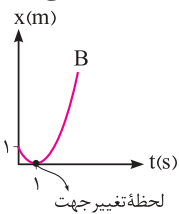
۱۲- همان‌طور که می‌دانیم، زمانی اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده

توسط یک متحرک با هم برابر است که متحرک بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده و تغییر جهت ندهد. حال به بررسی حرکت هر یک از متحرک‌ها می‌پردازیم:

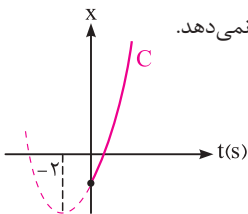
متحرک A ($x_A = 2t - 4$): با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک A، این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.



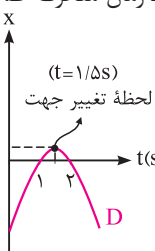
متحرک B ($x_B = t^2 - 2t + 1$): این متحرک در لحظه $t = 1$ s تغییر جهت می‌دهد.



متحرک C ($x_C = t^2 + 4t - 2$): با توجه به نمودار مکان - زمان آن، واضح است که این متحرک پس از لحظه $t = 0$ ، تغییر جهت نمی‌دهد.



متحرک D ($x_D = -t^2 + 3t - 2$): با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک D، این متحرک در لحظه $t = 1/2$ s تغییر جهت می‌دهد.



بنابراین متحرک‌های A و C پس از لحظه $t = 0$ تغییر جهت نداده و در طول مسیر حرکتشان، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط آن‌ها با هم برابر است.

۱۳- گام اول: با توجه به این‌که سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیه اول

حرکتش برابر صفر است، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} \Rightarrow 0 = \frac{(4 - \alpha)^2 - \alpha^2}{4} \Rightarrow (4 - \alpha)^2 = \alpha^2$$

$$\rightarrow \alpha = 4 - \alpha \rightarrow 2\alpha = 4 \rightarrow \alpha = 2$$

۸- برای پاسخ دادن به این سؤال، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 4 \text{ s} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{3} \times 4^3 - 2 \times 4^2 + 3 \times 4 = \frac{64}{3} - 32 + 12 = \frac{4}{3} > 0 \end{cases}$$

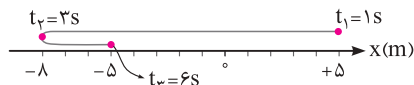
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{x_2 > x_1} v_{av} > 0$$

سرعت متوسط متحرک در جهت محور X است.

مثلاً بفروش: همواره سرعت متوسط متحرک در یک بازه زمانی، بین بیشترین و کم‌ترین سرعت لحظه‌ای متحرک در آن بازه زمانی می‌باشد. بنابراین گزینه (۴) قطعاً نادرست است.

۹- همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در لحظات $t_1 = 1$ s و $t_2 = 3$ s

متحرک به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 5$ m و $x_2 = -8$ m قرار دارد و در $t = 3$ s تغییر جهت داده و برمی‌گردد. این موضوع یعنی در بازه زمانی سه ثانیه دوم (یعنی از $t_2 = 3$ s تا $t_3 = 6$ s) متحرک ۳ m در جهت محور X جابه‌جا شده و به نقطه $x_3 = -5$ m می‌رسد، بنابراین برای محاسبه v_{av} و s_{av} از ۱ s تا ۶ s می‌توان نوشت:



$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{\Delta t} = \frac{-5\vec{i} - 5\vec{i}}{6 - 1} = -2\vec{i} \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{13 + 3}{5} = \frac{16}{5} = 3.2 \text{ m/s}$$

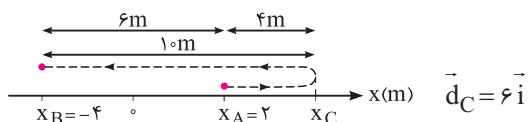
۱۰- گام اول: ابتدا مدت زمان کل حرکت و مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{\Delta t} \Rightarrow -3\vec{i} = \frac{-4\vec{i} - 2\vec{i}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

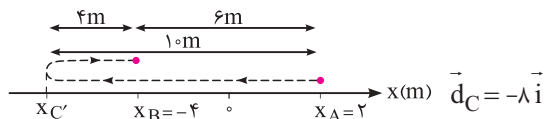
$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{مسافت طی شده} = 14 \text{ m}$$

گام دوم: در این سؤال برای حرکت متحرک، دو حالت می‌تواند اتفاق بیفتد. این‌که ابتدا متحرک در جهت محور X حرکت کرده و سپس تغییر جهت دهد یا این‌که ابتدا در خلاف جهت محور X حرکت کرده و سپس تغییر جهت دهد.

حالت اول: با توجه به این‌که مسافت طی شده برابر ۱۴ m است، متحرک می‌تواند مطابق شکل حرکت کرده و در نقطه C تغییر جهت دهد.



حالت دوم: در این حالت، متحرک در نقطه C' تغییر جهت می‌دهد.



گام دوم: در ادامه فرض می‌کنیم اتومبیل دور دوم را با تندی ثابت v طی کند. در این صورت زمان طی کردن دور دوم برابر است با:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{1}{\Delta t_r} \Rightarrow \Delta t_r = \frac{1}{v}$$

گام سوم: در نهایت تندی متوسط را در کل دو دور به دست آورده و برابر 60 m/s قرار می‌دهیم:

$$s_{av \text{ کل}} = \frac{l_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} \Rightarrow 60 = \frac{2l}{\Delta t_1 + \Delta t_r}$$

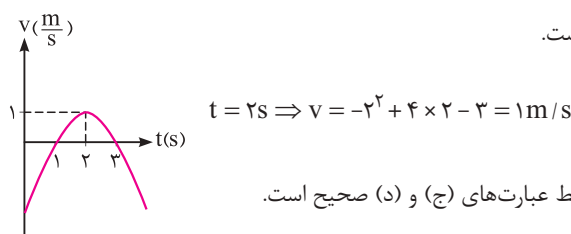
$$\Rightarrow 60 = \frac{2l}{\frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{v}}} \Rightarrow 30 = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{v}} \Rightarrow \frac{30}{1} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{v}} \Rightarrow \frac{30}{1} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{v}}$$

$$\Rightarrow v = 120 \text{ m/s}$$

۱۷- معادله سرعت - زمان این متحرک به صورت زیر است:

$$v = -t^2 + 4t - 3 = -(t^2 - 4t + 3) = -(t-1)(t-3)$$

بنابراین سرعت متحرک در لحظات $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 3 \text{ s}$ به صفر می‌رسد و علامت آن تغییر می‌کند، پس متحرک در این لحظات تغییر جهت می‌دهد. باتوجه به نمودار سرعت - زمان، متحرک در بازه زمانی $1 \text{ s} < t < 3 \text{ s}$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند (چرا؟) و بیشترین سرعت این متحرک در این بازه زمانی برابر 1 m/s است.



بنابراین فقط عبارت‌های (ج) و (د) صحیح است.

۱۸- دو ثانیه دوم، معادل $2 \text{ s} \leq t \leq 4 \text{ s}$ است. بنابراین برای محاسبه شتاب متوسط در این بازه زمانی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 2 \cos(2\pi + \frac{\pi}{6}) + 4 = 2 \cos(\frac{\pi}{6}) + 4 = 4 + \sqrt{3} \text{ m/s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 2 \cos(4\pi + \frac{\pi}{6}) + 4 = 2 \cos(\frac{\pi}{6}) + 4 = 4 + \sqrt{3} \text{ m/s} \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_1=v_2} a_{av} = 0$$

۱۹- **گام اول:** ابتدا تغییر سرعت در بازه زمانی صفر تا t_1 را به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow -2\vec{i} = \frac{\Delta \vec{v}}{10} \Rightarrow (\Delta \vec{v})_{t_1 \text{ تا } 0} = -20\vec{i}$$

گام دوم: سپس تغییر سرعت در بازه زمانی صفر تا t_2 را به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}'_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2}{3}\vec{i} = \frac{\Delta \vec{v}}{15} \Rightarrow (\Delta \vec{v})_{t_2 \text{ تا } 0} = 10\vec{i}$$

گام سوم: شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

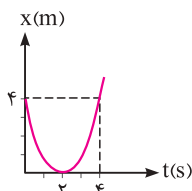
$$(\Delta \vec{v})_{t_1 \text{ تا } t_2} = (\Delta \vec{v})_{t_1 \text{ تا } 0} + (\Delta \vec{v})_{0 \text{ تا } t_2}$$

$$10\vec{i} = -20\vec{i} + (\Delta \vec{v})_{t_1 \text{ تا } t_2} \Rightarrow (\Delta \vec{v})_{t_1 \text{ تا } t_2} = 30\vec{i}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{(\Delta \vec{v})_{t_1 \text{ تا } t_2}}{\Delta t} = \frac{30\vec{i}}{15-10} = 6\vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

گام دوم: رسم نمودار مکان - زمان متحرک:

$$x = (t-2)^2$$



مطابق شکل واضح است که جهت حرکت متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ تغییر کرده است. بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت، برابر $l = 2 \times 4 = 8 \text{ m}$ است.

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{مدت زمان}} = \frac{l}{t} = 2 \text{ m/s}$$

۱۴- **گام اول:** ابتدا زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$y_B = y_A \rightarrow t^2 = 20t - 36 \rightarrow t^2 - 20t + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (t-18)(t-2) = 0 \rightarrow t_1 = 2 \text{ s}, t_2 = 18 \text{ s}$$

گام دوم: این دو متحرک در لحظات $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 18 \text{ s}$ از کنار یکدیگر می‌گذرند. در نتیجه کافی است جابه‌جایی آن‌ها را در این بازه زمانی محاسبه کنیم و سپس سرعت متوسط آن‌ها را به دست آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow y_{1B} = 2^2 \text{ m} \\ t_2 = 18 \text{ s} \Rightarrow y_{2B} = 18^2 \text{ m} \end{cases}$$

$$v_{avB} = \frac{\Delta y_B}{\Delta t} \rightarrow v_{avB} = \frac{18^2 - 2^2}{18 - 2} = \frac{(18-2)(18+2)}{18-2} = 20 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{avA} = \vec{v}_{avB} = 20\vec{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

مثلاً بفروش

با توجه به مفاهیم حرکت سرعت ثابت، متحرک A با سرعت ثابت 20 m/s حرکت می‌کند. بنابراین بردار سرعت متوسط آن بدون حل در هر بازه زمانی دلخواه، به صورت $\vec{v}_{avA} = 20\vec{j}$ است.

۱۵- **گام اول:** ابتدا کل زمان حرکت را محاسبه می‌کنیم (t_1 زمان رفت و

t_2 زمان برگشت است):

$$t = \frac{l}{s_{av}} \rightarrow t_1 = \frac{l}{s_1}, t_2 = \frac{l}{s_2}$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{l}{s_1} + \frac{l}{s_2} = l \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right)$$

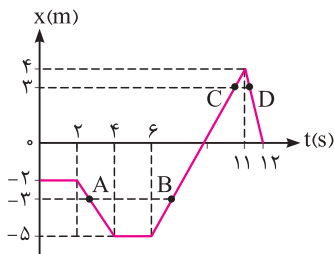
گام دوم: حال می‌دانیم شناگر مسافت $2l$ را طی کرده است (چون مسافت l را رفته و سپس مسافت l را برگشته است)، در نتیجه تندی متوسط آن در کل مسیر حرکتش برابر است با:

$$s_{av \text{ کل}} = \frac{2l}{t_1 + t_2} = \frac{2l}{l \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right)} = \frac{2}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}} = \frac{2s_1s_2}{s_1 + s_2}$$

۱۶- **گام اول:** فرض می‌کنیم طول پیست برابر l باشد، بدین ترتیب در دور

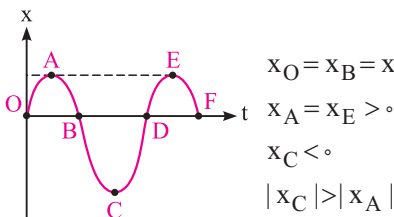
اول مسابقه داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 40 = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{40}$$



ه) نادرست است. چون در بازه زمانی $t_1 = 6s$ تا $t_2 = 11s$ ، متحرک تغییر جهت نداده است، بنابراین در این بازه زمانی اندازه جابه جایی برابر مسافت طی شده می باشد.

۲۵- گام اول: ابتدا بر روی نمودار، نقاط را نام گذاری می کنیم. با توجه به نمودار مقابل، می توان نوشت:



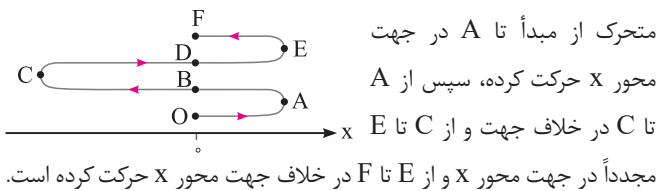
$$x_O = x_B = x_D = x_F = 0$$

$$x_A = x_E > 0$$

$$x_C < 0$$

$$|x_C| > |x_A|$$

گام دوم: رسم مسیر حرکت:



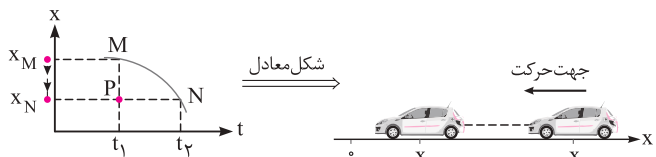
متحرک از مبدأ تا A در جهت

محور x حرکت کرده، سپس از A

تا C در خلاف جهت و از C تا E

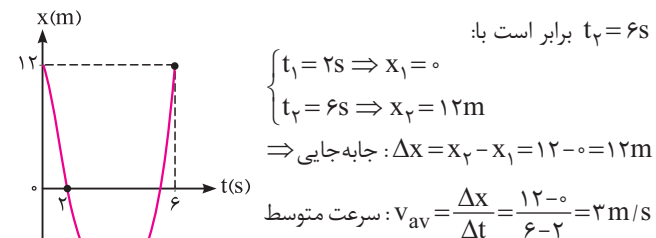
مجدداً در جهت محور x و از E تا F در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۲۶- با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، متحرک در لحظه t_1 در مکان x_M و در لحظه t_2 در مکان x_N است. بنابراین در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، متحرک در خلاف جهت محور x از x_M تا x_N بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده است.



بنابراین در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، مسافت طی شده توسط متحرک برابر اندازه جابه جایی آن $|x_N - x_M|$ است که با توجه به شکل فوق، همان طول پاره خط MP می باشد. بنابراین گزینه (۳) صحیح است. (دقت شود چون متحرک در این بازه زمانی تغییر جهت نداده است، اندازه جابه جایی برابر مسافت طی شده می باشد).

۲۷- گام اول: با توجه به شکل، جابه جایی متحرک از لحظه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ برابر است با:



$$t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 0$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow x_2 = 12m$$

$$\Rightarrow \text{جابه جایی: } \Delta x = x_2 - x_1 = 12 - 0 = 12m$$

$$\text{سرعت متوسط: } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12 - 0}{6 - 2} = 3m/s$$

گام دوم: مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ برابر $28m$ است. بنابراین داریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{28}{4} = 7m/s$$

۲۰- گام اول: محاسبه تغییرات سرعت در بازه های زمانی داده شده:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} -4 = \frac{\Delta v_1}{10 - 5} \Rightarrow \Delta v_1 = -20m/s \\ 2 = \frac{\Delta v_2}{12 - 10} \Rightarrow \Delta v_2 = 4m/s \end{cases}$$

گام دوم: محاسبه شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 12s$:

$$a_{av} = \frac{\Delta v_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{12 - 5} = \frac{-20 + 4}{12 - 5} = -\frac{16}{7} \Rightarrow \vec{a}_{av} = -\frac{16}{7} \hat{i}$$

۲۱- گام اول: ابتدا لحظه ای که سرعت متحرک صفر می شود را به دست

$$v = 0 \Rightarrow t^2 - b = 0 \Rightarrow t = \sqrt{b}$$

می آوریم:

در این لحظه سرعت صفر شده و علامت سرعت تغییر می کند (چرا؟)، بنابراین در لحظه $t = \sqrt{b}$ جهت حرکت عوض می شود.

گام دوم: در ادامه شتاب متوسط متحرک را از لحظه صفر تا لحظه تغییر جهت بر حسب b به دست می آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -b \\ t_2 = \sqrt{b} \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{0 - (-b)}{\sqrt{b} - 0} \Rightarrow \frac{b}{\sqrt{b}} = 2 \Rightarrow \sqrt{b} = 2 \Rightarrow b = 4$$

۲۲- گام اول: ابتدا معادله سرعت متحرک را بازنویسی می کنیم:

$$v = t^2 - 2t + 5 = (t - 1)^2 + 4$$

واضح است که کم ترین تندی متحرک (4 m/s) در لحظه $t = 1s$ اتفاق می افتد.

گام دوم: حال شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی $0 \leq t \leq 1s$ به دست می آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{4 - 5}{1 - 0} = -1m/s^2 \Rightarrow |a_{av}| = 1m/s^2$$

۲۳- گام اول: برای محاسبه شتاب متوسط متحرک در دو ثانیه دوم حرکت، ابتدا باید سرعت متحرک را در لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ به دست آوریم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = (2+1)^2 = 9m \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{9} = 6m/s \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = (4+1)^2 = 25m \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{25} = 10m/s \end{cases}$$

گام دوم: حال شتاب متوسط متحرک را محاسبه می کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 6}{4 - 2} = 2m/s^2$$

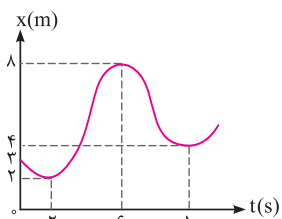
۲۴- (بررسی گزاره ها)

الف) نادرست است. بیشترین فاصله متحرک تا مبدأ مکان برابر 5m می باشد.
ب) نادرست است. متحرک در دو ثانیه اول و دو ثانیه سوم توقف دارد (در مجموع به مدت 4 ثانیه).

ج) نادرست است. مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا 12s برابر است با:

$$l = 3 + 5 + 4 + 4 = 16m$$

د) درست است. همان طور که در شکل زیر می بینید، در نقاط A، B، C، D، فاصله ذره تا مبدأ مکان برابر 3m می شود.



۳۱- برای پاسخ دادن به این سؤال جالب، می‌توان اعدادی مناسب و منطقی متناسب با نمودار را بر روی آن فرض کرد و تندی متوسط را در تمامی بازه‌های اشاره‌شده با توجه به این اعداد به‌دست آورد. به‌طور مثال، می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$$

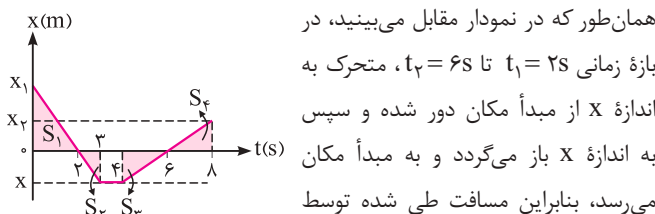
$$\begin{cases} 0 < t < 2s \Rightarrow s_{av} = \frac{1}{2} \text{ m/s} \\ 0 < t < 6s \Rightarrow s_{av} = \frac{1+6}{6} = \frac{7}{6} \text{ m/s} \\ 2s < t < 10s \Rightarrow s_{av} = \frac{6+4}{10-2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ m/s} \\ 6s < t < 10s \Rightarrow s_{av} = \frac{4}{10-6} = 1 \text{ m/s} \end{cases}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است، هر چند که سؤال چندان استاندارد نیست.

۳۲- **گام اول:** به کمک تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک را

در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ به‌دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow l = 24 \text{ m}$$



همان‌طور که در نمودار مقابل می‌بینید، در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ ، متحرک به اندازه x از مبدأ مکان دور شده و سپس به اندازه x باز می‌گردد و به مبدأ مکان می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده توسط

متحرک برابر $2x$ می‌شود و داریم:

گام دوم: در ادامه با نوشتن تشابه بین مثلث‌های S_1 و S_3 ، مقدار x_1 را به‌دست می‌آوریم:

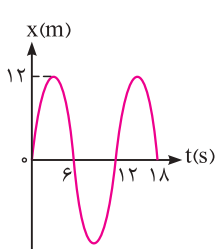
$$\frac{x_1}{x} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{x_1}{12} = \frac{2}{1} \Rightarrow x_1 = 24 \text{ m}$$

و با نوشتن تشابه بین مثلث‌های S_3 و S_4 ، مقدار x_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x_2}{x} = \frac{2}{1} \Rightarrow x_2 = 12 \text{ m}$$

و در نهایت داریم:

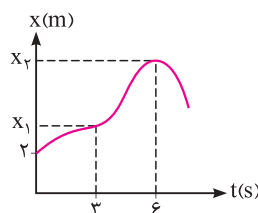
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{12 - 24}{6 - 2} = \frac{-12}{4} = -\frac{3}{1} \text{ m/s}$$



۳۳- طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، هنگامی که جابه‌جایی متحرک صفر می‌شود، سرعت متوسط آن نیز صفر خواهد شد. با توجه به نمودار رسم شده، اولین بار در لحظه $t = 6s$ ، متحرک به مکان اولیه‌اش در لحظه $t = 0$ رسیده و جابه‌جایی و سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود. برای به دست آوردن تندی متوسط در بازه زمانی $0 \leq t \leq 6s$ داریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{12+12}{6} = 4 \text{ m/s}$$

۲۸- **گام اول:** ابتدا به کمک رابطه تندی متوسط، مقدار x_1 را به‌دست می‌آوریم:



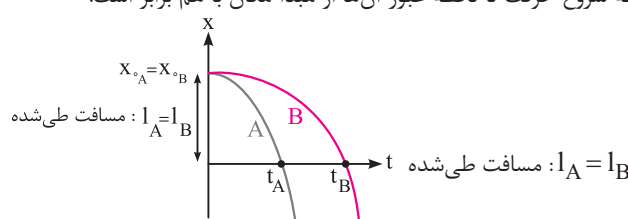
$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow l = 6 \text{ m}$$

$$x_1 = 2 + l = 2 + 6 = 8 \text{ m}$$

گام دوم: در ادامه به کمک رابطه سرعت متوسط، مقدار x_2 را که همان مکان تغییر جهت ذره است، به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{x_2 - 8}{3} \Rightarrow x_2 = 20 \text{ m}$$

۲۹- با توجه به نمودار رسم‌شده، مسافت طی شده توسط هر دو متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه عبور آن‌ها از مبدأ مکان با هم برابر است.



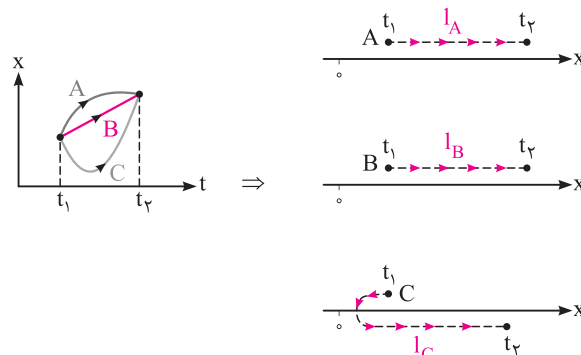
از طرفی با توجه به رابطه تندی متوسط $(s_{av} = \frac{1}{\Delta t})$ و این‌که $t_B > t_A$ است، تندی متوسط B، کم‌تر از A است.

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \frac{l_A = l_B}{t_B > t_A} \Rightarrow s_{avA} > s_{avB}$$

۳۰- طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط یک متحرک به جابه‌جایی و زمان جابه‌جایی موردنظر بستگی دارد. با توجه به نمودار مکان - زمان رسم شده، هر سه متحرک در لحظه t_1 از یک مکان شروع به حرکت کرده و در لحظه t_2 به یک مکان رسیده‌اند، بنابراین جابه‌جایی آن‌ها و در نتیجه سرعت متوسط آن‌ها با یک‌دیگر برابر است.

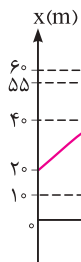
طبق رابطه $s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$ ، برای مقایسه تندی متوسط، باید مسافت طی شده توسط سه متحرک را مقایسه کنیم. دو متحرک A و B در مسیر حرکتشان تغییر جهت ندادند، بنابراین اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط آن‌ها با هم برابر است و در نتیجه $s_{avA} = s_{avB}$ است. متحرک C در بازه زمانی موردنظر تغییر جهت داده است. بنابراین مسافت طی شده توسط C، بیشتر از دو متحرک دیگر بوده و در نتیجه تندی متوسط C نیز بیشتر از دو متحرک A و B است.

$$l_A = l_B < l_C \Rightarrow s_{avA} = s_{avB} < s_{avC}$$



۳۷-۴) برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را تحلیل می‌کنیم:

(بررسی گزینه‌ها)



۱) با توجه به نمودار مکان-زمان داده شده، متحرک فقط در لحظه t_1 از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد و در این لحظه، علامت سرعت آن منفی بوده و در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین این گزینه نادرست است.

۲) متحرک دو بار در مکان $x=40\text{ m}$ قرار می‌گیرد. یک بار در این مکان توقف داشته (t_1) و یک بار وقتی سرعت آن منفی است، از این مکان می‌گذرد (t_2). بنابراین این گزینه نیز نادرست است.

۳) متحرک در لحظه t_2 که سرعت آن منفی است، از مکان $x=10\text{ m}$ می‌گذرد، بنابراین این گزینه نیز نادرست است.

۴) متحرک دو بار از مکان $x=55\text{ m}$ می‌گذرد که یک بار سرعت آن مثبت (در لحظه t_3)، و یک بار سرعت آن منفی (در لحظه t_4) است. بنابراین این گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۳۸-۳) (بررسی گزاره‌ها)

الف) متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا 2 s ، 5 s تا 7 s و 10 s تا 12 s ، در مجموع به مدت 6 s در جهت محور x حرکت کرده است و در بازه‌های زمانی صفر تا 2 s ، 5 s تا 7 s و 10 s تا 12 s در مجموع به مدت 6 s از مبدأ مکان دور شده است. بنابراین گزاره الف) درست است.

ب) متحرک در بازه‌های زمانی 4 s تا 5 s ، 7 s تا 8 s و 10 s تا 12 s ، در مجموع به مدت 4 ثانیه در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان بوده است و در بازه‌های زمانی 4 s تا 5 s و 7 s تا 10 s ، در مجموع به مدت 4 ثانیه دارای سرعت منفی می‌باشد. بنابراین گزاره ب) نادرست است.

ج) متحرک در لحظات $t=0$ ، $t=8\text{ s}$ و $t=12\text{ s}$ در مبدأ مکان بوده است، و چهار دفعه تغییر جهت داده است، بنابراین گزاره ج) درست است.

د) در بازه زمانی که متحرک تغییر جهت نداده است، اندازه سرعت متوسط برابر تندی متوسط می‌باشد. طولانی‌ترین بازه‌ای که این متحرک تغییر جهت نداده است، بازه زمانی $t=0$ تا $t=4\text{ s}$ می‌باشد. بنابراین گزاره د) درست است.

۳۹-۴) گام اول: ابتدا تندی متوسط این متحرک را در 2 ثانیه اول حرکت محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \rightarrow s_{av} = \frac{1}{2-0} = 0.5\text{ m/s}$$

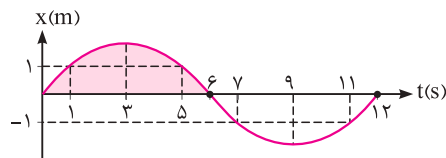
گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ ، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:



شیب خط مماس: $|v| = |\Delta x / \Delta t|$: اندازه سرعت در لحظه $t=2\text{ s}$

$$\Rightarrow |v| = \left| \frac{-6-0}{2-0} \right| = 3\text{ m/s} \Rightarrow \frac{|v|}{s_{av}} = \frac{3}{0.5}$$

۳۴-۱) با توجه به تقارن قسمت هاشورخورده در شکل حول محور عبوری از وسط آن، متوجه می‌شویم که متحرک در لحظه $t = \frac{1+5}{2} = 3\text{ s}$ در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش قرار داشته و در لحظات $t=6\text{ s}$ و $t=12\text{ s}$ از مبدأ مکان می‌گذرد و همچنین این متحرک در لحظات $t=7\text{ s}$ و $t=11\text{ s}$ نیز در مکان $x=-1\text{ m}$ قرار دارد (چرا؟).



در ادامه می‌توان گفت بیشترین اندازه سرعت متوسط وقتی بین دو مکان $x_1=1\text{ m}$ و $x_2=-1\text{ m}$ جابه‌جا شود، مربوط به زمانی است که این جابه‌جایی در کم‌ترین زمان ممکن انجام می‌شود (یعنی در بازه $7\text{ s} < t < 11\text{ s}$) و کمترین اندازه سرعت متوسط مربوط به زمانی است که این جابه‌جایی در بیشترین زمان ممکن انجام شود (یعنی در بازه $1\text{ s} < t < 11\text{ s}$). بنابراین می‌توان نوشت:

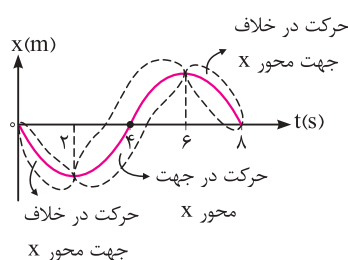
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشترین اندازه سرعت متوسط: } |v_{av1}| = \left| \frac{-1-1}{11-5} \right| = 0.33\text{ m/s} \\ \text{کم‌ترین اندازه سرعت متوسط: } |v_{av2}| = \left| \frac{-1-1}{11-1} \right| = 0.2\text{ m/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|v_{av1}|}{|v_{av2}|} = \frac{1}{1} = 1$$

۳۵-۲) همان‌طور که می‌دانیم، هرگاه متحرک در مکان‌های منفی ($x < 0$) قرار گرفته باشد، بردار مکان آن در خلاف

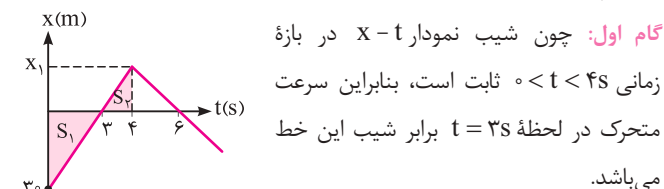
جهت محور x و هرگاه متحرک در مکان‌های مثبت ($x > 0$) قرار گرفته باشد، بردار مکان آن در جهت محور x می‌باشد. بنابراین در این سؤال، در بازه زمانی $0 < t < 4\text{ s}$ ، بردار مکان در خلاف جهت محور x و در بازه $4\text{ s} < t < 8\text{ s}$ ، بردار مکان در جهت محور x است. بنابراین گزینه ۲) می‌تواند صحیح باشد.

۳۶-۱) در شکل زیر مشخص شده است که متحرک در کدام بازه زمانی در جهت مثبت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین گزینه ۱) می‌تواند صحیح باشد، زیرا در بازه زمانی $0 < t < 4\text{ s}$ ، متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت می‌کند.



۴۳- شتاب متوسط متحرک در یک بازه زمانی از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

به دست می‌آید. بنابراین کافی است سرعت متحرک را در لحظات $t_1 = 3s$ و $t_2 = 6s$ به دست آوریم.



سرعت در لحظه $t = 3s$: $v_1 = \frac{0 - (-30)}{3 - 0} = 10 \text{ m/s}$

گام دوم: ابتدا به کمک تشابه دو مثلث S_1 و S_2 ، مقدار x_1 را به دست آورده و سپس سرعت متحرک را در لحظه $t = 6s$ به دست می‌آوریم:

$\Rightarrow \frac{x_1}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = 10 \text{ m}$

سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$: $v_2 = \frac{0 - 10}{6 - 3} = -5 \text{ m/s}$

گام سوم: محاسبه شتاب متوسط:

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{-5 - 10}{6 - 3} = -5 \text{ m/s}^2$

$\Rightarrow |a_{av}| = 5 \text{ m/s}^2$

۴۴- وقتی متحرک بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظاتی که تغییر جهت می‌دهد، اندازه سرعت آن برابر صفر می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت: $v_1 = v_2 = 0$ در لحظات تغییر جهت

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_2 = v_1 = 0} a_{av} = 0$

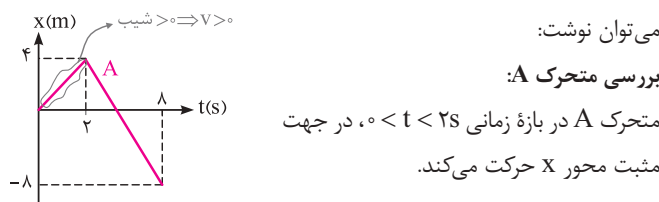
دقت در این سؤال متحرک در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 8s$ تغییر جهت می‌دهد (چرا؟).

۴۵- شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط متحرک در آن بازه زمانی است. بنابراین هرچه اندازه شیب خط بیشتر

باشد، اندازه شتاب متوسط در آن بازه زمانی بیشتر است. در این سؤال در ثانیه اول ($0 \leq t \leq 1s$)، اندازه شیب خط بیشتر از اندازه شیب خطوط مطرح شده در گزینه‌های دیگر است.

۴۶- در نمودار مکان - زمان، هنگامی متحرک در جهت مثبت محور X حرکت می‌کند که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ مثبت باشد ($v > 0$).

از طرفی در نمودار سرعت - زمان، هنگامی متحرک در جهت مثبت محور X حرکت می‌کند که نمودار در بالای محور زمان قرار داشته باشد ($v > 0$). بنابراین می‌توان نوشت:

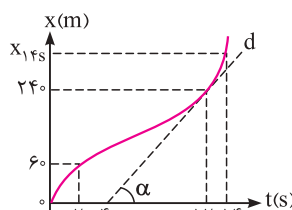


بررسی متحرک A:

متحرک A در بازه زمانی $0 < t < 2s$ ، در جهت

مثبت محور X حرکت می‌کند.

۴۰- گام اول: تندی متحرک در لحظه



$t = 2s$ ، برابر شیب خط d می‌باشد که به صورت زیر به دست می‌آید:

$v_{12s} = \tan \alpha = \frac{240}{8} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

گام دوم: با توجه به صورت سؤال، تندی متوسط در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ برابر تندی در لحظه $t = 2s$ می‌باشد. بنابراین مکان متحرک در $t = 4s$ برابر است با:

$S_{av} = v_{12s} \Rightarrow \frac{x_{14s} - 60}{14 - 2} = 30 \Rightarrow x_{14s} = 420 \text{ m}$

دقت شود که متحرک از $2s$ تا $4s$ بدون تغییر جهت روی خط راست در حال حرکت است و تندی متوسط متحرک برابر سرعت متوسط آن است.

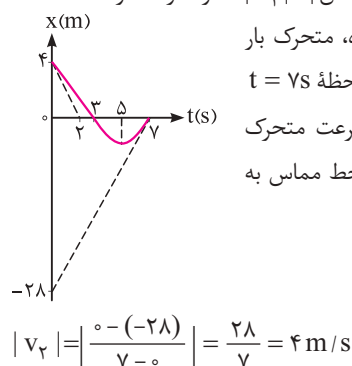
گام سوم: نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$\frac{(v_{av})_{24s}}{(v_{av})_{14s}} = \frac{\frac{60 - 0}{2}}{\frac{420 - 240}{2}} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$

۴۱- گام اول: محاسبه اندازه سرعت اولیه متحرک: همان طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، برابر سرعت متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:

$|v_1| = \left| \frac{0 - 4}{2 - 0} \right| = 2 \text{ m/s}$

گام دوم: با توجه به نمودار داده شده، متحرک بار اول در لحظه $t = 3s$ و بار دوم در لحظه $t = 7s$ به مبدأ مکان می‌رسد. حال اندازه سرعت متحرک را در لحظه $t = 7s$ به کمک شیب خط مماس به دست می‌آوریم:



$|v_2| = \left| \frac{-28 - 0}{7 - 0} \right| = 4 \text{ m/s}$

$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\text{ثابت m}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$

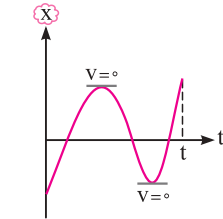
۴۲- در حرکت این متحرک،

از لحظه $t = 0$ تا A، سرعت متحرک در حال افزایش است (شیب مماس ترسیمی بر نمودار در حال افزایش است)، در ادامه از A تا B نمودار مکان - زمان خط صاف بوده و سرعت متحرک ثابت

است و در نهایت از B سرعت کاهش یافته و در نهایت به صفر می‌رسد. با توجه به این موضوع، بیشترین سرعت بین A تا B است و کفایت شیب خط AB را بیابیم (هر یک از خانه‌های محور قائم معادل ۶m و هر یک از خانه‌های محور افقی معادل ۲s است):

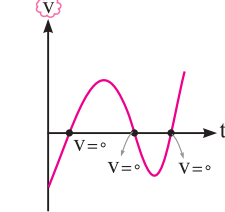
$v_{AB} = v_{avAB} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{54 - 12}{16 - 10} \Rightarrow v_{AB} = 7 \text{ m/s}$

مکان - زمان



(پ)

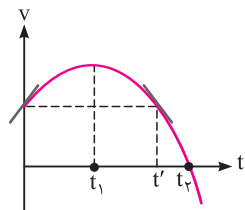
سرعت - زمان



(ت)

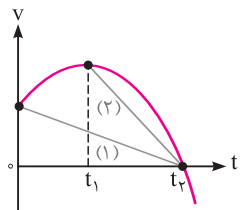
۴۹ - بررسی گزینه‌ها

(۱) اندازه سرعت متحرک از لحظه صفر تا t_1 در حال افزایش است، بنابراین تندی متحرک در این بازه زمانی افزایش می‌یابد.



(۲) با توجه به تقارن سهمی نسبت به رأس آن، اندازه شیب خط مماس بر نمودار در لحظات صفر و t' برابر است. بنابراین اندازه شتاب متحرک در این دو لحظه با هم برابر است و مقدار آن از شتاب در لحظه t_2 کمتر است.

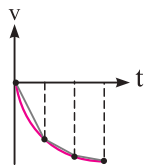
(۳) از لحظه صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده و در نتیجه شتاب متحرک، مثبت و در جهت محور X است.



(۴) شتاب متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت - زمان است. در این سؤال، اندازه شیب خط (۲) بیشتر از خط (۱) است، بنابراین این گزینه صحیح است.

۵۰ - با توجه به این که طبق صورت سؤال، متحرک در خلاف جهت محور

X حرکت می‌کند، باید سرعت متحرک منفی باشد، بنابراین نمودارهای رسم شده در گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست می‌باشد. از طرف دیگر همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، اگر در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، خطوطی واصل از ابتدا به انتهای بازه را در نمودار سرعت - زمان در گزینه (۱) رسم

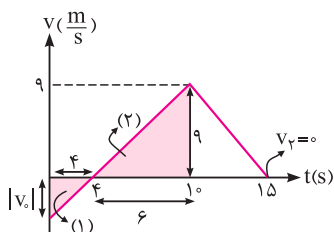


کنیم، اندازه شیب خطوط موردنظر کاهش می‌یابد و در نتیجه، اندازه شتاب متوسط حرکت رو به کاهش است، بنابراین نمودار رسم شده در گزینه (۱) درست است.

۵۱ - برای محاسبه اندازه شتاب متوسط از روی نمودار سرعت - زمان،

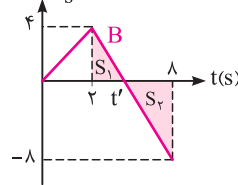
از رابطه $\bar{a}_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی

است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه $t = 0$ را به دست آوریم:



$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{|v_0|}{9} \Rightarrow |v_0| = 6 \text{ m/s}$ تشابه مثلث‌های (۱) و (۲)

بررسی متحرک B:

 $v(\frac{m}{s})$ 

متحرک B در بازه زمانی $0 \leq t \leq t'$ در جهت مثبت محور X حرکت می‌کند (چون سرعت متحرک در این بازه زمانی مثبت است). حال باید لحظه t' را به کمک تشابه دو مثلث به دست آوریم:

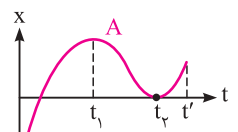
$$S_1 \text{ و } S_2 \Rightarrow \frac{\lambda - t'}{\lambda} = \frac{t' - 2}{4} \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۴۷ - در نمودار مکان - زمان، هنگامی متحرک تغییر جهت می‌دهد که

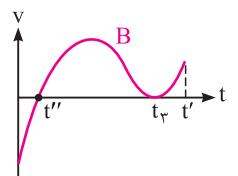
شیب مماس بر نمودار مکان - زمان صفر شده ($v = 0$) و علامت شیب مماس قبل و پس از این لحظه تغییر کند. از طرفی در نمودار سرعت - زمان، هنگامی متحرک تغییر جهت می‌دهد که نمودار محور زمان را قطع کند ($v = 0$) و از آن رد شود. بنابراین می‌توان نوشت:

بررسی متحرک A:



متحرک A در لحظات t_1 و t_2 تغییر جهت می‌دهد.

بررسی متحرک B:



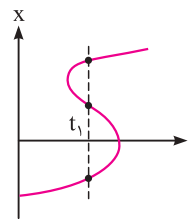
متحرک B فقط در لحظه t'' تغییر جهت می‌دهد. (چون سرعت در این لحظه صفر شده و علامت سرعت قبل و پس از این لحظه تغییر می‌کند). بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

مواستون باشه:

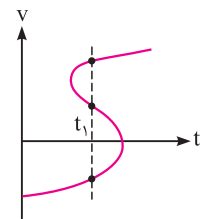
متحرک B در لحظه t_3 یک لحظه توقف کرده و سپس بدون تغییر جهت، به حرکت خود ادامه می‌دهد، زیرا علامت سرعت آن تغییر نکرده است.

۴۸ - ابتدا باید دقت شود که نمودارهای (الف) و (ب) نمی‌تواند مربوط به

حرکت یک متحرک باشد، زیرا در لحظه t_1 در شکل (الف) متحرک در ۳ محل قرار گرفته که غیرممکن است و در شکل (ب) متحرک سه مقدار برای سرعت دارد که این نیز غیرممکن است.

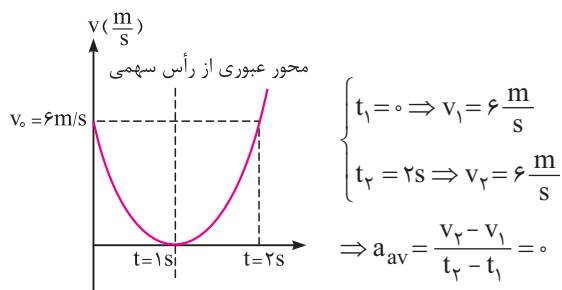


(الف)



(ب)

از سوی دیگر در نمودار مکان - زمان (پ)، متحرک تا لحظه t' دو بار تغییر جهت داده و در نمودار (ت) این موضوع سه بار رخ داده است و در مجموع گزینه (۲) صحیح است.



مثلاً بفروش

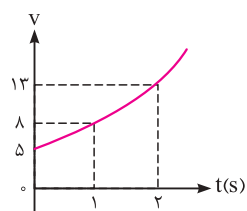
در این سؤال، به طور کلی در بازه زمانی t_1 و t_2 ، به شرطی که $t = 1 \text{ s}$ در وسط آن بازه قرار گیرد ($\frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ s}$)، شتاب متوسط برابر صفر می‌شود. به عنوان مثال از $t_1 = 0.75 \text{ s}$ تا $t_2 = 1.25 \text{ s}$ نیز شتاب متوسط برابر صفر است.

۵۶-۳ چون در صورت سؤال بیان شده است که نمودار سرعت - زمان یک

سهمی است، بنابراین معادله آن را به شکل $v = at^2 + bt + c$ نوشته و سپس

مقادیر مجهول a ، b و c را با توجه به

نمودار به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow 5 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 5 \\ t = 1 \Rightarrow 8 = a(1)^2 + b(1) + 5 \Rightarrow a + b = 3 \\ t = 2 \Rightarrow 13 = a(2)^2 + b(2) + 5 \Rightarrow 4a + 2b = 8 \Rightarrow 2a + b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow v = t^2 + 2t + 5$$

پس از یافتن معادله سهمی، برای یافتن شتاب متوسط متحرک در ثانیه سوم

($2 \text{ s} < t < 3 \text{ s}$)، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 2^2 + 2 \times 2 + 5 = 13 \text{ m/s} \\ t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 3^2 + 2 \times 3 + 5 = 20 \text{ m/s} \end{cases}$$

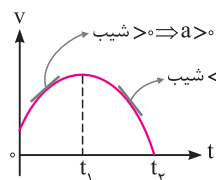
$$\Rightarrow a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 13}{3 - 2} = 7 \text{ m/s}^2$$

۵۷-۴ همان طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان

در هر لحظه، نشان دهنده شتاب متحرک در آن لحظه می‌باشد. بنابراین در این

سؤال از لحظه $t = 0$ تا t_1 ، شتاب متحرک مثبت و از لحظه t_1 تا t_2 شتاب

متحرک منفی می‌باشد.



همان طور که از روی نمودار مشخص است، v_0 عددی منفی است و می‌توان نوشت:

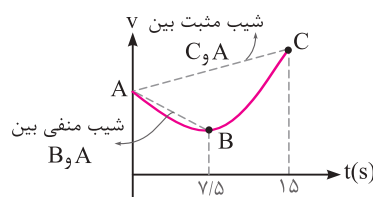
$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = v_0 = -6 \text{ m/s} \\ t_2 = 1.5 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = \frac{0 - (-6)}{1.5 - 0} = 4 \text{ m/s}^2$$

۵۲-۳ شتاب متوسط در $7/5$ ثانیه اول حرکت منفی و در 1.5 ثانیه اول

حرکت مثبت است. با توجه به این که شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار

سرعت - زمان معادل شتاب متوسط متحرک است، تنها گزینه (۳) می‌تواند

نمودار سرعت - زمان این متحرک باشد.



۵۳-۴ به دست آوردن سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 4 \text{ s}$:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{v_2 - v_1}{4 - 0}$$

$$v_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0 - v_1}{4} \Rightarrow v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{v_1 - v_0}{4 - 0}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s} \Rightarrow -2 = \frac{-2 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

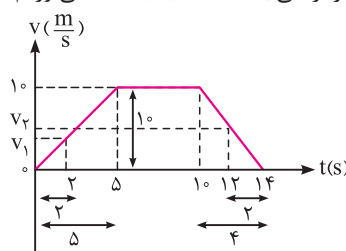
گام دوم: به دست آوردن شتاب متوسط در 8 ثانیه اول:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{0 - 6}{8 - 0} = -\frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

۵۴-۲ برای محاسبه شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 12 \text{ s}$ ، ابتدا

سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای این بازه زمانی به کمک تشابه به دست می‌آوریم:



$$t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 12 \text{ s} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{14 - 10}{14 - 12} \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 5}{12 - 2} = 1 \text{ m/s}^2$$

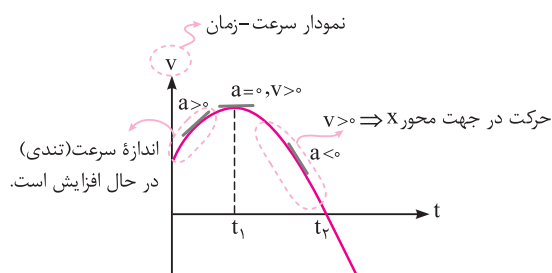
۵۵-۲ همان طور که می‌دانید، سهمی نسبت به محور عبوری از رأس آن،

دارای تقارن است. در دو ثانیه اول حرکت که یک بازه متقارن نسبت به محور

عبوری از رأس سهمی است، سرعت در ابتدا و انتهای بازه زمانی برابر بوده و در

نتیجه شتاب متوسط در این بازه زمانی برابر صفر است.

۵۸- ابتدا به نمودار سرعت - زمان داده شده و شیب مماس های ترسیمی بر روی آن توجه کنید:



با توجه به این نمودار، به بررسی گزاره های مطرح شده می پردازیم:

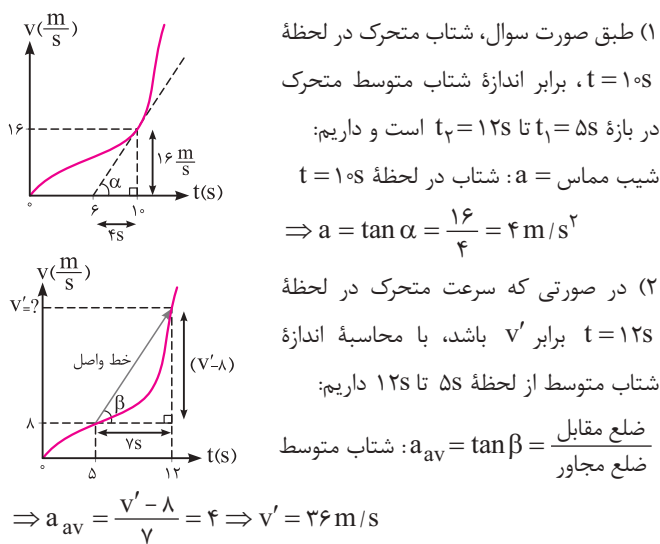
(الف) نادرست است. در لحظه t_1 جهت شتاب متحرک تغییر می کند اما جهت سرعت آن تغییر نمی کند و در جهت محور X است.

(ب) درست است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 سرعت مثبت بوده و متحرک در جهت محور X حرکت می کند.

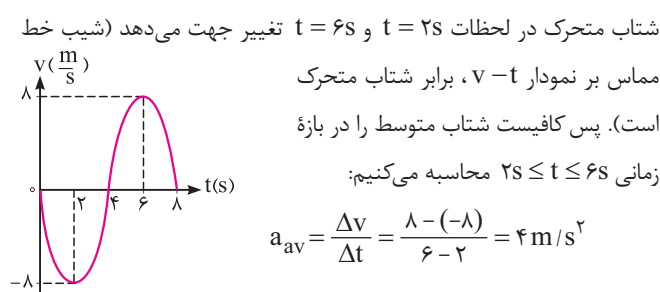
(پ) نادرست است. با توجه به اینکه نمودار از نوع سرعت - زمان است، در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی متحرک در حال افزایش است.

(ت) نادرست است. در بازه زمانی صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت بوده و در نتیجه بردار شتاب متحرک در جهت محور X است و در بازه زمانی t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان منفی بوده و در نتیجه بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور X است.

۵۹- (۲) برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:



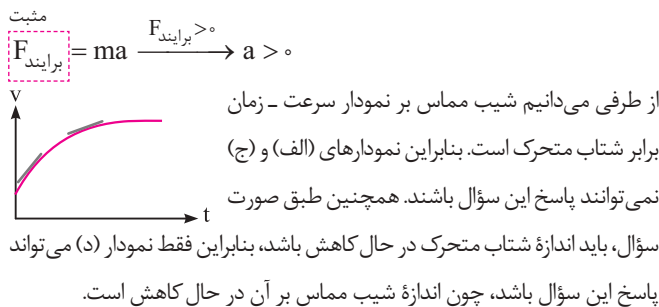
۶۰- (۱) با توجه به نمودار سرعت - زمان داده شده، مشخص است که بردار شتاب متحرک در لحظات $t = 2s$ و $t = 6s$ تغییر جهت می دهد (شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ ، برابر شتاب متحرک است). پس کفایت شتاب متوسط را در بازه زمانی $2s \leq t \leq 6s$ محاسبه می کنیم:



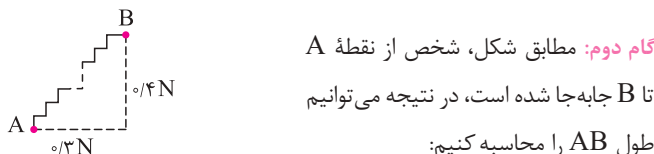
۶۱- همان طور که می دانیم، اگر نمودار سرعت - زمان به صورت یک خط راست با شیب ثابت باشد، شتاب لحظه ای ثابت بوده و برابر شتاب متوسط در هر بازه زمانی (همان شیب نمودار سرعت - زمان) است.

بنابراین فقط در شکل های (الف) و (ب)، همواره شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه برابر شتاب لحظه ای می باشد.

۶۲- (۴) با توجه به رابطه $F = ma$ ، هنگامی برایند نیروهای وارد بر متحرک در جهت مثبت محور X است که شتاب متحرک در جهت مثبت محور X باشد.

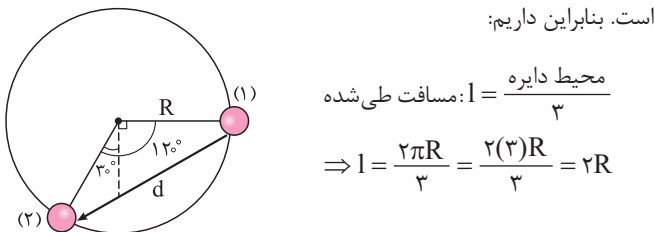


۶۳- (۱) تمام اول: ابتدا شکل مسأله را رسم می کنیم (N تعداد پله ها است):

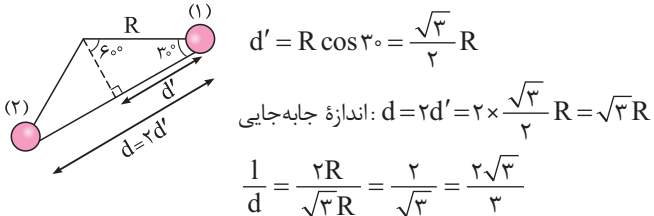


$$AB = \sqrt{(3\text{m})^2 + (4\text{m})^2} \xrightarrow{N=100} AB = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\text{m}$$

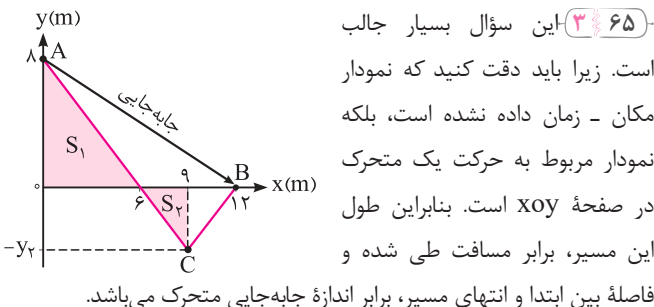
۶۴- (۱) با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط آونگ $\frac{1}{3}$ محیط دایره است. بنابراین داریم:



برای به دست آوردن جابه جایی بین دو نقطه (۱) و (۲) نیز داریم:



۶۵- (۲) این سؤال بسیار جالب است. زیرا باید دقت کنید که نمودار مکان - زمان داده نشده است، بلکه نمودار مربوط به حرکت یک متحرک در صفحه XOY است. بنابراین طول این مسیر، برابر مسافت طی شده و فاصله بین ابتدا و انتهای مسیر، برابر اندازه جابه جایی متحرک می باشد.



$$l = A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5m$$

$$l = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{l}{v} = \frac{5}{1 \times 10^{-2}} = 500s$$

(۶۸) فرض می‌کنیم اندازه تندی حرکت برابر v باشد. بنابراین مدت زمان حرکت متحرک در بازه‌های A تا B و B تا C به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_{AB} = \frac{50}{v} \\ \Delta t_{BC} = \frac{120}{v} \end{cases}$$

برای به دست آوردن سرعت متوسط حرکت جسم از A تا C ، باید جابه‌جایی جسم از A تا C را بر کل زمان حرکت تقسیم کنیم. به این ترتیب داریم:

$$v_{avC \rightarrow A} = \frac{\Delta x_{AC}}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC}} = \frac{130}{\frac{50}{v} + \frac{120}{v}} = \frac{130}{\frac{170}{v}} = \frac{13}{17}v$$

با توجه به این‌که تندی این متحرک ثابت است، بنابراین تندی متوسط آن نیز برابر همان تندی لحظه‌ای می‌باشد و می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{avC \rightarrow B}}{v_{avC \rightarrow A}} = \frac{v}{\frac{13}{17}v} = \frac{17}{13}$$

دقت شود که فاصله $AC = \sqrt{50^2 + 120^2} = 130m$ برابر AC است.

(۶۹) **گام اول:** متحرک بر روی خط $y = 3x - 2$ حرکت می‌کند. حال نقاط ابتدا و انتهای مسیر را به دست می‌آوریم:

$$y = 3x - 2 \rightarrow \begin{cases} x_A = 1m \rightarrow y_A = 1m \\ x_B = 2m \rightarrow y_B = 4m \end{cases}$$

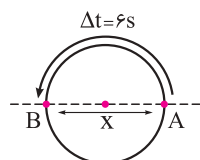
باتوجه به شکل، مسافت پیموده شده توسط متحرک (یعنی طول پاره خط AB)، برابر است با:

$$l_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \rightarrow l_{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}m$$

گام دوم: محاسبه تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{l_{AB}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{10}}{10} m/s$$

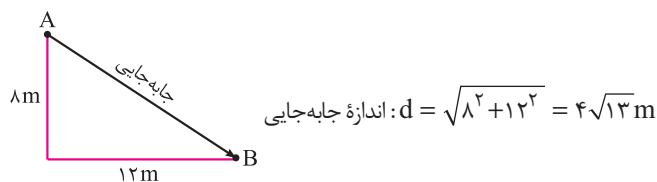
(۷۰) **گام اول:** محاسبه سرعت متوسط در مدت زمان ۶ ثانیه: متحرک در مدت زمان ۱۲s، یک دور کامل بر روی دایره طی می‌کند. بنابراین این متحرک در مدت زمان ۶s، نصف محیط دایره را طی کرده و اندازه جابه‌جایی آن برابر $2R$ می‌باشد.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2R}{6} = \frac{R}{3}$$

گام دوم: محاسبه تندی متوسط در مدت زمان ۳s: متحرک در مدت زمان ۳s، ربع محیط دایره را طی می‌کند (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{l_{AC}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 2\pi R}{3} = \frac{\pi R}{6} \approx \frac{R}{2} \Rightarrow \frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{R}{3}}{\frac{R}{2}} = \frac{2}{3}$$



$$d = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}m$$

برای محاسبه مسافت طی شده، ابتدا به کمک تشابه دو مثلث S_1 و S_2 ، مقدار

$$\frac{8}{y_2} = \frac{6}{9-6} \Rightarrow y_2 = 4m$$

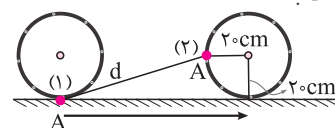
y_2 را به دست می‌آوریم:

حال طول کل مسیر را به دست می‌آوریم (در واقع طول کل پاره‌خط‌ها را محاسبه می‌کنیم):

$$\begin{cases} l_1 = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15m \\ l_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5m \end{cases} \Rightarrow \text{مسافت} = 5 + 15 = 20m$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{مسافت}} = \frac{4\sqrt{13}}{20} = \frac{\sqrt{13}}{5}$$

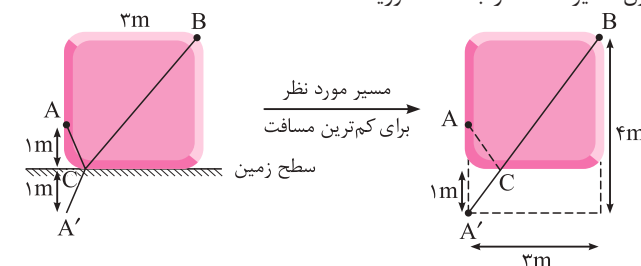
(۶۶) هنگامی که گاری ۳۰cm جابه‌جا می‌شود، تمام نقاط روی آن و از جمله محور چرخ‌ها نیز به اندازه ۳۰cm پیش می‌روند. بنابراین همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، چرخ موردنظر به طور کلی به اندازه ۳۰cm به پیش حرکت کرده است. از طرف دیگر در حین چرخیدن چرخ، نقطه A به سمت بالا آمده است. با توجه به این‌که محیط چرخ ۱۲۰cm ($2\pi R = 120cm$) است و چرخ به اندازه ۳۰cm چرخیده است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که نقطه A به اندازه ۹۰ درجه روی محیط چرخ حرکت کرده و مطابق شکل زیر از نقطه (۱) به نقطه (۲) آمده است. در این صورت جابه‌جایی آن برابر است با:



$$d = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}cm$$

دقت کنید که اگر شکل چرخ را در دو وضعیت به طور دقیق رسم می‌کردیم، دو شکل با یک‌دیگر تداخل پیدا می‌کردند (چرا؟) بنابراین برای وضوح بیشتر، شکل چرخ در دو وضعیت جدا از یک‌دیگر رسم شده است.

(۶۷) این تست، یک سؤال دشوار می‌باشد. هدف اصلی این سؤال، یافتن کم‌ترین مسافتی است که مورچه باید طی کند تا از نقطه A به سطح زمین آمده و سپس به نقطه B برود. فرض کنید مسیر ACB که بر روی شکل مشخص شده است، مسافتی است که مورچه باید طی کند. حال اگر مسیر AC را نسبت به سطح زمین قرینه کنیم، مسیر $A'C$ به دست می‌آید که برابر مسیر AC است. مسیر $A'CB$ زمانی کم‌ترین طول را دارد که این مسیر به صورت کاملاً مستقیم بوده و از A' به B وصل شود (شکل سمت راست) و در این حالت نقاط A' ، C و B در یک امتداد قرار دارند. در این صورت به راحتی می‌توان طول مسیر $A'B$ را به دست آورد:



۷۱- بررسی گزاره‌ها

الف) اگر متحرک A با تندی ثابت یک دور کامل بر روی دایره بچرخد، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن برابر صفر است، در حالی که در هیچ یک از نقاط مسیر حرکتش، سرعت لحظه‌ای آن صفر نشده است. بنابراین گزاره (الف) نادرست است. (ب) اگر اندازه سرعت متوسط متحرک B که بر روی یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، برابر صفر باشد، یعنی جابه‌جایی این متحرک صفر است.

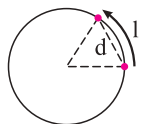
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av}=0} \Delta x = 0$$

بنابراین متحرک باید یکی از دو مسیر زیر را طی کرده باشد.



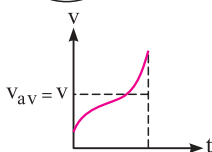
در نتیجه این متحرک حتماً یک تغییر جهت داشته و در نتیجه در یک لحظه اندازه سرعت آن صفر شده است. بنابراین گزاره (ب) صحیح است.

ج) اگر متحرک A با تندی ثابت بر روی دایره بچرخد، اندازه سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، کمتر از تندی متحرک است، زیرا جابه‌جایی این متحرک کمتر از مسافت طی شده توسط آن است. بنابراین این گزاره نیز نادرست است.



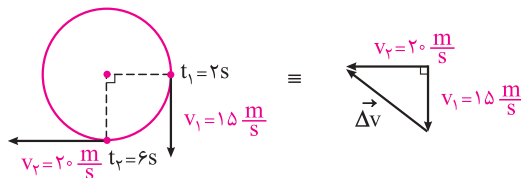
$$l > d \Rightarrow s_{av} > v_{av}$$

د) اگر اندازه سرعت متوسط متحرک B در یک بازه زمانی برابر v باشد، حتماً تندی آن در حداقل یک لحظه از آن بازه زمانی برابر v خواهد بود. برای درک بهتر این مطلب، می‌توان به نمودار سرعت - زمان مقابل توجه کرد:



بنابراین فقط گزاره‌های (ب) و (د) الزاماً صحیح هستند.

۷۲- با محاسبه بردار $\Delta \vec{v}$ ، به سادگی شتاب متوسط این متحرک محاسبه می‌شود:



$$\Rightarrow \text{اندازه شتاب متوسط: } |\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{20^2 + 15^2}}{6-2} = \frac{25}{4} = 6.25 \text{ m/s}^2$$

مواستون باشه

۱) سرعت کمیته برداری است و برای بررسی جهت $\Delta \vec{v}$ ، ابتدا از یک نقطه بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ را رسم می‌کنیم. بردار $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ برداری است که مستقیماً انتهای $\vec{v}_1$ را به انتهای $\vec{v}_2$ متصل می‌کند.

۲) در مثال فوق، اگر زاویه بین دو بردار غیر از 90° درجه باشد، برای محاسبه $\Delta \vec{v}$ از رابطه کلی زیر استفاده می‌کنیم:

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}$$

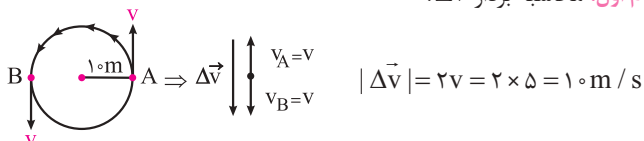
بردار تفاضل: $\Delta \vec{v}$

زاویه بین دو بردار سرعت

۷۳- فرض کنید که این متحرک از A تا B حرکت کرده است. از طرفی

می‌دانیم که سرعت بر مسیر حرکت مماس می‌باشد، با توجه به این موضوع در شکل زیر، سرعت در نقاط A و B نشان داده شده است. در ادامه برای حل سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبه بردار $\Delta \vec{v}$:



دقت شود هنگامی که زاویه بین دو بردار برابر 180° درجه است، اندازه تفاضل دو بردار، بیشینه بوده و برابر مجموع اندازه دو بردار است.

گام دوم: محاسبه زمان جابه‌جایی از نقطه A تا B: با توجه به این‌که متحرک با تندی ثابت حرکت می‌کند، برای محاسبه زمان جابه‌جایی، کفایت طول کمان AB را بر تندی آن تقسیم کنیم:

$$\Delta t_{AB} = \frac{\text{طول کمان AB}}{v} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{محیط}}{v} = \frac{\frac{1}{2} \times (2\pi \times 10)}{5} = 2\pi \text{ ثانیه}$$

گام سوم: محاسبه شتاب متوسط:

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi} \text{ m/s}^2$$

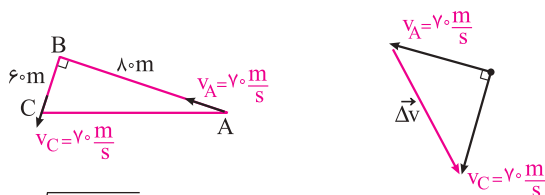
۷۴- گام اول: ابتدا مدت زمان حرکت متحرک در بازه‌های A تا B و B تا C را به دست می‌آوریم:

$$BC = 60 \text{ m}, AC = 100 \text{ m} \Rightarrow (AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$$

$$\Rightarrow (AB)^2 + 60^2 = 100^2 \Rightarrow AB = 80 \text{ m}$$

$$l = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_{AB} = \frac{80}{v_0} \text{ s} \\ \Delta t_{BC} = \frac{60}{v_0} \text{ s} \end{cases}$$

گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، سرعت متحرک در هر لحظه بر مسیر حرکتش مماس است. بنابراین بردار سرعت در نقاط A و C مطابق شکل است:



$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + v_0^2} = v_0\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC}}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_{av}| = \frac{v_0\sqrt{2}}{\frac{80}{v_0} + \frac{60}{v_0}} = 25\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

۷۹-۴) معادله مکان-زمان برای حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ می‌باشد.

بنابراین حرکت این متحرک ($x = 3t + 5$) به صورت سرعت ثابت می‌باشد.

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ x = 3t + 5 \end{cases} \Rightarrow v = 3 \text{ m/s}, x_0 = 5 \text{ m}$$

در نتیجه $a_{av} = a = 0$ و $v_{av} = v = 3 \text{ m/s}$ می‌باشد.

برای محاسبه جابه‌جایی در دو ثانیه سوم ($\Delta t = 2 \text{ s}$)، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t = 3 \times 2 = 6 \text{ m}$$

بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۸۰-۴) هر یک از حالات را جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف) ثابت بودن بردار سرعت متحرک به این معنی است که اندازه و جهت سرعت ثابت است، بنابراین تندی متحرک نیز همواره ثابت و برابر با اندازه سرعت خواهد بود. (حالت الف) نمی‌تواند رخ دهد.

ب) اگر تندی حرکت ثابت باشد، اندازه سرعت متحرک ثابت است ولی جهت بردار سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه بردار سرعت تغییر خواهد کرد. حرکت با تندی ثابت روی محیط یک دایره نمونه‌ای از این نوع حرکت است. (حالت ب) می‌تواند رخ دهد.

ج) مطابق توضیحات قسمت (ب)، در حرکت با تندی ثابت، جهت سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه با تغییر بردار سرعت، حرکت شتاب‌دار خواهد بود. (حالت ج) می‌تواند رخ دهد.

د) در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت بردار سرعت همواره ثابت است، بنابراین بردار سرعت تغییری نخواهد کرد و در نتیجه حرکت شتاب‌دار نخواهد بود. (حالت د) نمی‌تواند رخ دهد.

۸۱-۳) جابه‌جایی در دو ثانیه سوم حرکت، برابر $\Delta x = -8 \text{ m}$ است،

بنابراین داریم ($4 \text{ s} \leq t \leq 6 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$):

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow -8 = v \times 2 \Rightarrow v = -4 \text{ m/s}$$

گام دوم: طبق صورت سؤال، در لحظه $t = 6 \text{ s}$ ، متحرک در مکان $x = 0$ قرار دارد (بردار مکان در هنگام عبور از مبدأ مکان تغییر جهت می‌دهد). بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = -4 \times 6 + x_0 \Rightarrow x_0 = 24 \text{ m}$$

گام سوم: بنابراین در لحظه $t = 0$ ، متحرک

در مکان $x_0 = 24 \text{ m}$ قرار داشته و با

4 m/s در خلاف جهت محور x حرکت

می‌کند.

۸۲-۴) متحرک در مدت ۳ ثانیه از مکان $x_1 = 2 \text{ m}$ به مکان

$x_2 = 14 \text{ m}$ رسیده است، بنابراین ۱۲ متر جابه‌جا شده است و می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12}{3} = 4 \text{ m/s}$$

گام دوم: فرم کلی معادله حرکت سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است،

بنابراین برای آن‌که متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ به مکان $x_2 = 12 \text{ m}$ برسد، داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=4 \text{ m/s}, x_2=12 \text{ m}, t=2 \text{ s}} 12 = 4 \times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = 4 \text{ m}$$

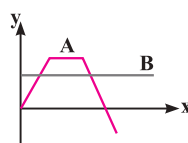
بنابراین متحرک باید از ۱۰ متر عقب‌تر از $x_2 = 12 \text{ m}$ شروع به حرکت کند.

۷۵-۴) نمودارهای رسم شده، صرفاً مسیر حرکت دو

متحرک در صفحه xOy را مشخص می‌کند و اطلاعاتی

در مورد زمان عبور هر یک از این دو متحرک از نقاط

مشخص شده را نمی‌دهد. بنابراین مشخص نیست که آیا

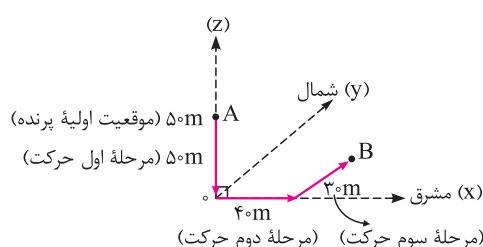


دو متحرک با هم به نقاط مشترک خود در طی مسیر می‌رسند یا خیر. بنابراین نمی‌توان در مورد رسیدن دو متحرک به یک‌دیگر اظهار نظر کرد.

۷۶-۲) برای پاسخ به این تست مفهومی، شکل زیر را در نظر بگیرید. با

توجه به حرکت‌های اشاره شده برای پرنده در صورت سؤال، موقعیت آن از A

به B رسیده است:



A موقعیت اولیه در $(x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 5 \text{ m})$

B موقعیت ثانویه در $(x_2 = 4 \text{ m}, y_2 = 3 \text{ m}, z_2 = 0)$

بردار جابه‌جایی برابر طول پاره خط AB است و داریم:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2} \text{ m}$$

۷۷-۱) گام اول: کوتاه‌ترین مسیر بین نقاط A و B، برابر قطر مکعب است.

همان‌طور که می‌دانید، برای یک مکعب به ضلع a ، قطر

داخلی مکعب برابر $a\sqrt{3}$ می‌باشد. بنابراین در این

سؤال، مسافت طی شده توسط زنبور از A تا B برابر

است با: $l = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ m}$

گام دوم: با توجه به تندی حرکت زنبور، می‌توان نوشت:

$$l = v \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{l}{v} = \frac{4\sqrt{3}}{10} = 400\sqrt{3} \text{ s}$$

۷۸-۲) این سؤال، یک تست دشوار می‌باشد. تفاوت آن با سؤال قبل در این

است که در سؤال قبل، زنبور در فضای داخل اتاق می‌تواند پرواز کند، ولی در این

سؤال، مورچه باید بر روی سطح مکعب حرکت کند و قابلیت پرواز کردن ندارد.

گام اول: اگر سطوح این مکعب را باز کنیم، شکل زیر به دست می‌آید. با توجه

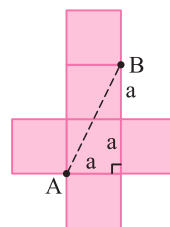
به این شکل، کم‌ترین مسافتی که مورچه باید طی کند تا از A به B برسد، باید

مسیر مستقیم بین A و B باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$l = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a = 4\sqrt{5} \text{ m}$$

گام دوم: با توجه به تندی حرکت مورچه، می‌توان نوشت:

$$l = v \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{l}{v} = \frac{4\sqrt{5}}{10} = 400\sqrt{5} \text{ s}$$



شناگر B: این شناگر مسیر رفت به طول l را با تندی 18 km/h رفته و مسیر برگشت به طول l را با تندی 6 km/h بازمی‌گردد و می‌توان نوشت:

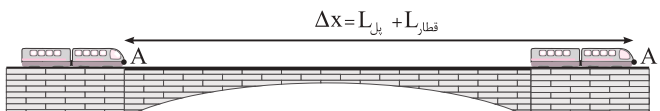
$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} l = 18 \Delta t_{1B} \Rightarrow \Delta t_{1B} = \frac{l}{18} \\ l = 6 \Delta t_{2B} \Rightarrow \Delta t_{2B} = \frac{l}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_{1B} + \Delta t_{2B} = \frac{l}{18} + \frac{l}{6} = \frac{2l}{9}$$

شناگر A برنده مسابقه می‌شود. $\Rightarrow \Delta t_B > \Delta t_A$

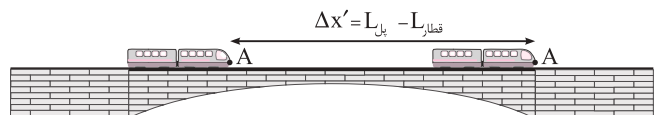
۸۶ (۱): مطابق شکل، برای آن‌که قطار کاملاً از روی پل عبور کند، نقطه A

باید به اندازه مجموع طول قطار و طول پل جابه‌جا شود، بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow L_{\text{پل}} + L_{\text{قطار}} = v \Delta t \quad \text{رابطه (۱)}$$

هم‌چنین در مدتی که قطار به طور کامل روی پل بوده است، جابه‌جایی نقطه A از قطار به اندازه اختلاف طول پل با طول قطار است.



$$\Delta x' = v \Delta t' \Rightarrow L_{\text{پل}} - L_{\text{قطار}} = v \Delta t' \quad \text{رابطه (۲)}$$

با تقسیم رابطه (۱) به رابطه (۲) داریم:

$$\frac{L_{\text{پل}} + L_{\text{قطار}}}{L_{\text{پل}} - L_{\text{قطار}}} = \frac{\cancel{v} \Delta t}{\cancel{v} \Delta t'} \Rightarrow \frac{L_{\text{پل}} + L_{\text{قطار}}}{L_{\text{پل}} - L_{\text{قطار}}} = \frac{\Delta t}{\Delta t'}$$

$$\Rightarrow 120 + L_{\text{قطار}} = 360 - 2L_{\text{قطار}} \Rightarrow 4L_{\text{قطار}} = 240 \Rightarrow L_{\text{قطار}} = 60 \text{ m}$$

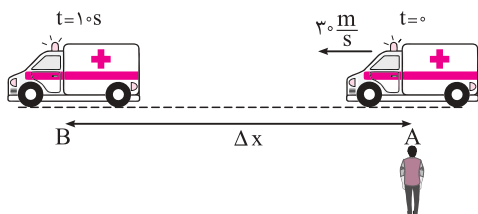
۸۷ (۲): از لحظه‌ای که آژیر آمبولانس در کنار شخص A روشن می‌شود، این

شخص صدای آژیر را می‌شنود. پس از 10 ثانیه که آژیر خاموش می‌شود، آخرین

پرده‌های صوتی از آمبولانس در نقطه B به سمت شخص حرکت می‌کند و مدتی

طول می‌کشد تا به شخص برسد، بنابراین شخص A صدای آژیر را بیشتر از مدت

زمان 10 ثانیه خواهد شنید. با توجه به این توضیحات، داریم:



$$\Delta x = v_{\text{آمبولانس}} \Delta t_{\text{آمبولانس}} = 30 \times 10 = 300 \text{ m}$$

$$\Delta x = v_{\text{صوت}} \Delta t_{\text{صوت}} \Rightarrow \frac{300 \text{ m}}{300 \text{ m/s}} \Delta t_{\text{صوت}} = 300 \Rightarrow \Delta t_{\text{صوت}} = 1 \text{ s}$$

بنابراین یک ثانیه طول می‌کشد تا آخرین پرده صوتی آژیر به شخص A برسد و

در نتیجه این شخص، 11 ثانیه صدای آژیر را خواهد شنید.

۸۳ (۴): گام اول: اگر فاصله دو ایستگاه را با Δx نشان دهیم، مطابق رابطه

$$\Delta x = v \Delta t \quad \text{در حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:}$$

$\Delta x = v_1 \times (2 \times 60)$ فاصله Δx با سرعت v_1 در 2 دقیقه طی می‌شود.

$$\Rightarrow v_1 = \frac{\Delta x}{120}$$

$\Delta x = v_2 \times (3 \times 60)$ فاصله Δx با سرعت v_2 در 3 دقیقه طی می‌شود.

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\Delta x}{180}$$

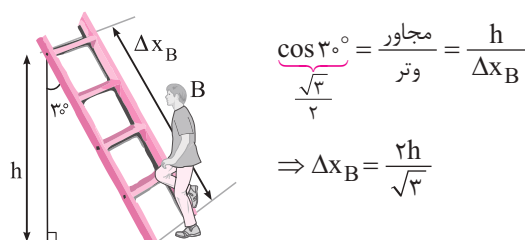
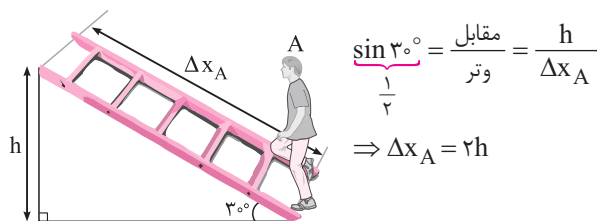
گام دوم: در صورتی که قطار با سرعت $v_1 + v_2$ حرکت کند، داریم:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{\Delta x}{120} + \frac{\Delta x}{180} = \frac{3\Delta x + 2\Delta x}{360} = \frac{\Delta x}{72}$$

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{v = \frac{\Delta x}{72}} \Delta x = \frac{\Delta x}{72} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 72 \text{ s}$$

۸۴ (۲): گام اول: محاسبه جابه‌جایی هر شخص روی نردبان:

مطابق شکل، برای آن‌که هر شخص به اندازه h بالا برود، داریم:



گام دوم: مقایسه زمان حرکت دو شخص:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{v \text{ برابر}} \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}$$

$$\frac{\Delta x_A = 2h}{\Delta x_B = \frac{2h}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{2h}{\frac{2h}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

۸۵ (۱): فرض می‌کنیم طول استخر برابر l باشد و زمان رفت و برگشت هر یک

از شناگرها را محاسبه می‌کنیم. شناگری که در زمان کوتاه‌تری این مسیر را طی

کند، برنده مسابقه خواهد بود.

شناگر A: این شناگر کل مسیر رفت و برگشت ($2l$) را با تندی ثابت 12 km/h

طی می‌کند و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 2l = 12 \Delta t_A \Rightarrow \Delta t_A = \frac{l}{6}$$

۹۲- ابتدا فاصله هر یک از دو خودرو تا چهارراه را، یک ثانیه قبل از برخورد به یکدیگر محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = v_A \Delta t = 40 \times 1 = 40 \text{ m}$$

$$\Delta x_B = v_B \Delta t = 30 \times 1 = 30 \text{ m}$$

$$\text{فاصله } A \text{ تا } B = \sqrt{(\Delta x_A)^2 + (\Delta x_B)^2}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله } A \text{ تا } B = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ m}$$

۹۳- فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر $|x_B - x_A|$ است، بنابراین داریم:

$$|x_B - x_A| = 36 \Rightarrow |(v+6)t + 10 - (vt + 40)| = 36 \Rightarrow |6t - 30| = 36$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6t - 30 = 36 \Rightarrow t_1 = 11 \text{ s} \\ 6t - 30 = -36 \Rightarrow t_2 = -1 \text{ s} \end{cases}$$

(غیرقابل قبول)

۹۴- مکان اولیه متحرک A برابر $x_{A0} = 60$ است و مکان اولیه متحرک B، قرینه آن یعنی $x_{B0} = -60$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = vt + 60 \\ x_B = 2vt - 60 \end{cases}$$

$x_A = x_B \Rightarrow vt + 60 = 2vt - 60 \Rightarrow vt = 120$

$$\Rightarrow x_A = vt + 60 = 180 \text{ m}$$

۹۵- شکل رسم شده، وضعیت دو متحرک را در لحظه $t_0 = 0$ نشان می‌دهد. برای حل، ابتدا معادله حرکت هر یک از متحرک‌ها را به دست می‌آوریم

(برای راحتی کار، متحرک A را در مبدأ در نظر می‌گیریم):

$$\begin{aligned} & \text{ } \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{A0} & v_A = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s} \\ x_B = v_B t + x_{B0} & |v_B| = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5t + 0 \\ x_B = -10t + 350 \end{cases}$$

(متحرک B در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.)

لحظه‌ای که برای اولین بار فاصله دو متحرک از یکدیگر به 50 m می‌رسد، زمانی

است که متحرک B در سمت راست متحرک A بوده (جلوتر بوده) و داریم:

$$x_B - x_A = 50 \Rightarrow (-10t + 350) - (5t) = 50 \Rightarrow 15t = 300 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} & \text{ } \end{aligned}$$

در ادامه اگر متحرک B به متحرک A رسیده و از آن عبور کند، فاصله دو متحرک

از یکدیگر می‌تواند مجدداً به 50 m برسد و در این حالت متحرک A جلوتر بوده

و می‌توان نوشت:

$$x_A - x_B = 50 \Rightarrow 5t - (-10t + 350) = 50 \Rightarrow 15t - 350 = 50$$

$$\Rightarrow t = \frac{400}{15} = \frac{80}{3} \text{ s}$$

پس در محدوده زمانی $20 \text{ s} < t < \frac{80}{3} \text{ s}$ فاصله دو متحرک از یکدیگر، کم‌تر

از 50 m است.

۸۸- برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبه زمان رسیدن اتومبیل B:

$$\Delta x = v_B \Delta t_B \Rightarrow 240 = 40 \Delta t_B \Rightarrow \Delta t_B = 6 \text{ h}$$

گام دوم: محاسبه سرعت اتومبیل A:

طبق صورت سؤال، اتومبیل A، دو ساعت دیرتر حرکت کرده است و هم‌زمان با B به اراک رسیده است، بنابراین زمان حرکت آن، ۲ ساعت کم‌تر از B است و داریم:

$$\Delta t_A = \Delta t_B - 2 = 6 - 2 = 4 \text{ h}$$

$$\Delta x = v_A \Delta t_A \Rightarrow 240 = v_A \times 4 \Rightarrow v_A = 60 \text{ km/h}$$

۸۹- گام اول: سرعت اتومبیل کندتر را برابر v و سرعت اتومبیل سریع‌تر

را برابر ۲۷ در نظر می‌گیریم. با توجه به آن‌که اتومبیل سریع‌تر، ۱۰ ثانیه دیرتر

حرکتش را شروع کرده و ۱۰ ثانیه زودتر به مقصد رسیده است، زمان کل حرکت

آن، ۲۰ ثانیه کم‌تر از اتومبیل کندتر است (برای اتومبیل کندتر از اندیس (۱) و

برای اتومبیل سریع‌تر از اندیس (۲) استفاده می‌کنیم).

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 - 20 \text{ s}, \quad v_1 = v, \quad v_2 = 27$$

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطه (۱): } 600 = v \Delta t_1 & \text{اتومبیل کند} \\ \text{رابطه (۲): } 600 = 27 \Delta t_2 = 27 (\Delta t_1 - 20) & \text{اتومبیل سریع} \end{cases}$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$\frac{600}{600} = \frac{27(\Delta t_1 - 20)}{v \Delta t_1} \Rightarrow 1 = \frac{27(\Delta t_1 - 20)}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\Delta t_1 - 40$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = 40 \text{ s}$$

گام دوم: با جایگذاری $\Delta t_1 = 40 \text{ s}$ در رابطه (۱) داریم:

$$600 = v \Delta t_1 \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

۹۰- خرگوش در طول مسیر، ۱۹ دقیقه استراحت کرده است، بنابراین

زمان حرکت آن، ۱۹ دقیقه کم‌تر از لاک‌پشت است. هم‌چنین لاک‌پشت با فاصله

۳۰ متر، برنده مسابقه شده است، بنابراین جابه‌جایی خرگوش، ۳۰ متر کم‌تر از

طول مسیر مسابقه است و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطه (۱): } \Delta x = 0/1 \times t & \text{لاک‌پشت} \\ \text{رابطه (۲): } \Delta x - 30 = 1/5 \times (t - 19 \times 60) & \text{خرگوش} \end{cases}$$

با کم کردن رابطه (۱) از (۲) داریم:

$$30 = 0/1 t - 1/5 (t - 19 \times 60) \Rightarrow 30 = -1/4 t + 1710 \Rightarrow 1/4 t = 1680$$

$$\Rightarrow t = 1200 \text{ s}$$

در نهایت با توجه به رابطه (۱) می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \Delta x = 0/1 t = 0/1 \times 1200 = 120 \text{ m}$$

۹۱- برای آن‌که دو خودرو به‌طور هم‌زمان به چهار راه رسیده و با هم

تصادف کنند، باید خودرو A به اندازه ۱۶۰ متر و خودرو B به اندازه ۱۲۰ متر

جابه‌جا شوند، بنابراین داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\text{یکسان } \Delta t} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{160}{120} = \frac{v_A}{30} \Rightarrow v_A = 40 \text{ m/s}$$

$$v_B = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹۷-۳ در مدت ۲ ثانیه، فاصله دو متحرک از ۱۷cm به ۲۳cm می‌رسد، در نتیجه فاصله بین آن‌ها ۶cm زیاد شده است، بنابراین در هر ثانیه، فاصله آن‌ها ۳cm زیاد می‌شود. با توجه به این توضیحات، برای آن‌که فاصله آن‌ها از ۱۷cm به ۳۲cm برسد، یعنی ۱۵cm زیاد شود، ۵ ثانیه زمان نیاز است.

$v_{نسبی} = 3 \text{ cm/s} \Rightarrow$ در هر ثانیه ۳cm به فاصله اضافه می‌شود.

$$\Delta x_{نسبی} = v_{نسبی} \Delta t \Rightarrow 15 = 3 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 5 \text{ s}$$

۹۸-۲ گام اول: متحرک A از مکان $x_A = 18 \text{ m}$ و متحرک B از مبدأ مکان ($x_B = 0$) شروع به حرکت می‌کنند، بنابراین معادله حرکت آن‌ها به صورت زیر است:

$$x_A = v_A t + 18, \quad x_B = v_B t$$

گام دوم: در لحظه $t = 6 \text{ s}$ ، دو متحرک به هم می‌رسند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x_A = x_B \Rightarrow v_A \times 6 + 18 = v_B \times 6$$

$$\Rightarrow v_B - v_A = 3 \text{ m/s}$$

گام سوم: در ادامه، لحظاتی که فاصله دو متحرک به ۳ متر می‌رسد را محاسبه می‌کنیم.

$$|x_B - x_A| = 3 \Rightarrow |v_B t - (v_A t + 18)| = 3$$

$$\Rightarrow |(v_B - v_A)t - 18| = 3 \xrightarrow{v_B - v_A = 3 \text{ m/s}} |3t - 18| = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t - 18 = 3 \Rightarrow t_1 = 7 \text{ s} \\ 3t - 18 = -3 \Rightarrow t_2 = 5 \text{ s} \end{cases}$$

مثلاً بفونش

در مدت ۶ ثانیه، فاصله دو متحرک، ۱۸ متر کم شده است، بنابراین در هر ثانیه، فاصله آن‌ها به اندازه ۳ متر تغییر می‌کند. با توجه به این‌که در لحظه $t = 6 \text{ s}$ ، دو متحرک کنار هم قرار دارند، ۱ ثانیه قبل و بعد از این لحظه، فاصله آن‌ها برابر ۳ متر است.

۹۹-۲ گام اول: بررسی حرکت دو متحرک تا لحظه رسیدن به یکدیگر:

$$\begin{cases} x_1 = v_1 \Delta t \\ x_2 = v_2 \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{رابطه I}$$

گام دوم: بررسی ادامه حرکت هر یک از دو متحرک:

$$\begin{cases} x_1 = v_1 \times 25 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{25}{16} \\ x_2 = v_2 \times 16 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{25}{16} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه I}} \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_1} \times \frac{25}{16} \Rightarrow \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{x_1}{x_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x_1}{180 - x_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow x_1 = 100 \text{ m}, \quad x_2 = 80 \text{ m}$$

$$x_2 = v_2 \times 16 \Rightarrow 80 = v_2 \times 16 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

گام سوم:

۱۰۰-۲ دو خودرو به طور همزمان به نقطه C می‌رسند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} AC = v_1 \Delta t \\ BC = v_2 \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{v_1}{v_2}$$

طبق صورت سؤال، زمان حرکت خودروی (۱) از C تا B، برابر زمان حرکت خودروی (۲) از C تا A است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} BC &= v_1 (9 \Delta t') \\ AC &= v_2 \Delta t' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{9v_1}{v_2} \xrightarrow{\frac{v_1}{v_2} = \frac{AC}{BC}} \frac{BC}{AC} = \frac{9AC}{BC} \\ \Rightarrow \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{BC}{AC} = 3 \end{aligned}$$

تحلیل حرکت با کمک حرکت نسبی دو متحرک

در این سؤال، سرعت نسبی دو متحرک 15 m/s است و دو بار فاصله دو متحرک از یکدیگر 50 m می‌شود. این دو زمان به صورت زیر به دست می‌آید:

(۱) قبل از رسیدن دو متحرک به یکدیگر: در این حالت مجموع جابه‌جایی دو متحرک 300 متر ($350 - 50 = 300 \text{ m}$) است:

$$\Delta x_{کل} = 350 - 50 = 300 \text{ m} \Rightarrow 300 = (5 + 10) \times t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{300}{15} = 20 \text{ s}$$

(۲) پس از رسیدن دو متحرک به یکدیگر: در این حالت مجموع جابه‌جایی دو متحرک 400 متر ($350 + 50 = 400 \text{ m}$) است. فراموش نشود که فاصله دو متحرک ابتدا برابر 350 m بوده و در نتیجه ابتدا 350 m را مجموعاً می‌پیمایند تا به هم برسند و سپس 50 متر دیگر از هم دور می‌شوند:

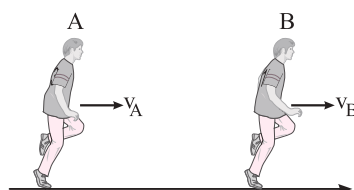
$$\Delta x_{کل} = 350 + 50 = 400 \text{ m} \Rightarrow 400 = (5 + 10) \times t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{400}{15} = \frac{80}{3} \text{ s}$$

فاصله اولیه

بنابراین می‌توان گفت که در بازه زمانی بین 20 s و $\frac{80}{3} \text{ s}$ ، فاصله بین دو متحرک کمتر از 50 متر است و در خارج از این بازه زمانی، فاصله دو متحرک بیشتر از 50 متر می‌شود.

دقت کنید چون دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر مجموع اندازه سرعت آن‌ها و برابر 15 m/s ($5 + 10$) است.

۹۶-۲ گام اول: شکل مقابل،



لحظه شروع مسابقه را نشان می‌دهد که دوندۀ B، ۶ متر جلوتر از A است. در این صورت، معادله حرکت دونده‌ها به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = v_B t + 6 \end{cases}$$

گام دوم: در لحظه $t = 2 \text{ s}$ ، دوندۀ A، ۴ متر جلوتر از B است، بنابراین داریم:

$$t = 2 \text{ s} \text{ در لحظه } t: x_A - x_B = 4 \Rightarrow v_A \times 2 - (v_B \times 2 + 6) = 4$$

$$\Rightarrow 2v_A - 2v_B = 10 \Rightarrow v_A - v_B = 5 \text{ m/s}$$

گام سوم: در ادامه، فاصله دو دونده را در لحظه $t = 3 \text{ s}$ محاسبه می‌کنیم:

$$t = 3 \text{ s} \text{ در لحظه } t \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A \times 3 \\ x_B = v_B \times 3 + 6 \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 3(v_A - v_B) - 6$$

$$\xrightarrow{v_A - v_B = 5 \text{ m/s}} x_A - x_B = 3 \times 5 - 6 = 9 \text{ m}$$

مثلاً بفونش

در ابتدا، دوندۀ A به اندازه ۶ متر عقب بوده است و در مدت ۲ ثانیه، ۴ متر جلو می‌افتد، بنابراین در این ۲ ثانیه، دوندۀ A به اندازه ۱۰ متر بیشتر از دوندۀ B دویده است و به عبارت دیگر، دوندۀ A، هر ثانیه به اندازه ۵ متر بیشتر از B می‌دود. با توجه به این توضیحات، در لحظه $t = 3 \text{ s}$ ، فاصله دو دونده به اندازه ۵ متر بیشتر از لحظه $t = 2 \text{ s}$ است، یعنی فاصله آن‌ها از ۴ متر به ۹ متر می‌رسد.

$$l_A + l_B = 600 \Rightarrow v_A t + v_B t = 600 \Rightarrow 4t + 6t = 600 \Rightarrow t = 60s$$

$$l_A = v_A t = 4 \times 60 = 240m$$

۱۰۵-۲- **گام اول:** محاسبه فاصله دو قطار اول که از ایستگاه A به طرف B

شروع به حرکت کرده‌اند:

فاصله زمانی دو قطار اول برابر ۱۰۰ ثانیه است، بنابراین داریم:

$$\Delta x = v \Delta t = 100v$$

۱۰۶-۲- **گام دوم:** محاسبه فاصله زمانی ملاقات قطار سوم با دو قطار اول: (منظور از قطار

سوم، قطاری است که از ایستگاه B به طرف A شروع به حرکت کرده است.)

قطار سوم، با تندی v به سمت قطارهای اول و دوم می‌رود، بنابراین با توجه به

این‌که قطارهای اول و دوم با تندی v حرکت می‌کنند، قطارها با سرعت نسبی ۲۷

به سمت هم حرکت می‌کنند می‌توان نوشت:

$$\Delta x = 2v \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{100}{2} = 50s$$

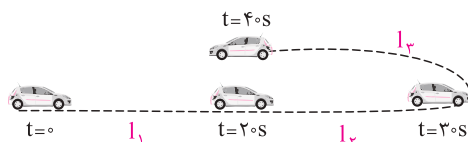
۱۰۶-۳- در یک مدت زمان معین، نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط به

صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \end{array} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} \right.$$

بنابراین کافی است مسافت و جابه‌جایی این اتومبیل را محاسبه کنیم. با توجه به

شکل زیر می‌توان نوشت:

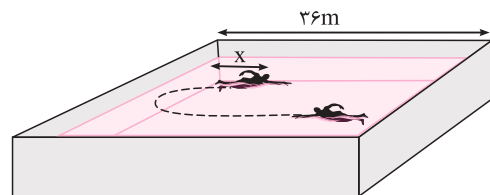


$$\left\{ \begin{array}{l} l_1 = v_1 \Delta t_1 = 10 \times 20 = 200m \\ l_2 = v_2 \Delta t_2 = 4 \times 10 = 40m \\ l_3 = v_3 \Delta t_3 = 4 \times 10 = 40m \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{مسافت: } l = l_1 + l_2 + l_3 = 280m \\ \text{جابه‌جایی: } d = l_1 + l_2 - l_3 = 200m \end{array} \right. \right.$$

$$\Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{280}{200} = \frac{7}{5}$$

۱۰۷-۱- **شناگر در ۲۰ ثانیه طول استخر را طی کرده و سپس به اندازه x**

برگشته است، مطابق شکل می‌توان نوشت:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مسافت: } l = 36 + x \\ \text{اندازه جابه‌جایی: } |d| = 36 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{l}{|d|} = \frac{36 + x}{36 - x} = 5$$

$$\Rightarrow 36 + x = 180 - 5x \Rightarrow 6x = 144 \Rightarrow x = 24m$$

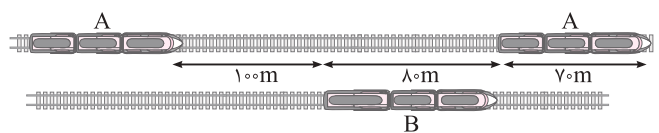
بنابراین اندازه سرعت متوسط متحرک در کل این ۲۰ ثانیه برابر است با:

$$v_{av} = \frac{|d|}{\Delta t} = \frac{36 - x}{20} = \frac{36 - 24}{20} = 0.6 m/s$$

۱۰۱-۴- مطابق شکل، برای آن‌که قطار A به‌طور کامل از B سبقت بگیرد،

باید به اندازه مجموع فاصله اولیه دو قطار و طول قطارها، بیشتر از B حرکت کند،

بنابراین داریم:



$$\Delta x_A = \Delta x_B + l_{00} + l_0 + l_0 = \Delta x_B + 250$$

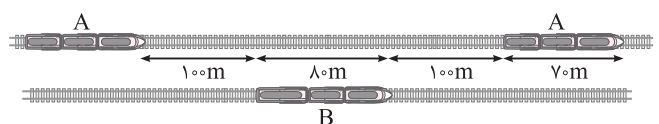
تندی قطار A، $10 m/s$ ، بیشتر از B است، بنابراین در هر ثانیه، قطار A به اندازه

۱۰ متر بیشتر از B حرکت می‌کند و در نتیجه برای آن‌که قطار A به اندازه 250 متر

بیشتر از B حرکت کند، ۲۵ ثانیه زمان نیاز است.

۱۰۲-۳- مطابق توضیحات پاسخ سؤال قبل، برای آن‌که قطار A، 100 متر

جلوتر از B باشد، باید به اندازه 350 متر بیشتر از B حرکت کند.



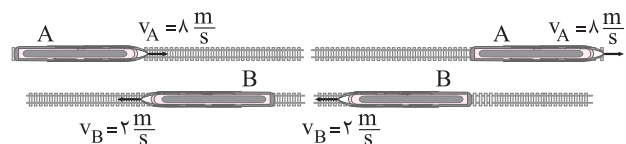
$$\Delta x_A = \Delta x_B + l_{00} + l_0 + l_{00} + l_0 = \Delta x_B + 350$$

در هر ثانیه، قطار A به اندازه 10 متر بیشتر از B حرکت می‌کند، بنابراین در

مدت 35 ثانیه، به اندازه 350 متر بیشتر حرکت خواهد کرد.

۱۰۳-۴- شکل‌های زیر، نحوه قرارگیری قطارها در لحظات $t = 0$ و $t = 30s$

را نشان می‌دهد.



وضعیت دو قطار در $t = 0$

وضعیت دو قطار در $t = 30s$

مطابق شکل‌ها، در مدت زمان 30 ثانیه، دو قطار در مجموع مسافتی به اندازه

مجموع طول قطارها را طی کرده‌اند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x_A = v_A \Delta t \\ \Delta x_B = v_B \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_A + \Delta x_B = (v_A + v_B) \Delta t$$

$$\frac{\Delta t = 30s, \Delta x_{\text{کل}} = L_A + L_B}{v_A = 10 m/s, v_B = 2 m/s} \Rightarrow L_A + L_B = (10 + 2) \times 30 = 300m$$

اگر طول هر واگن یا لوکوموتیو را با d نشان دهیم، طول قطار A برابر $6d$ و طول

قطار B برابر $9d$ است، بنابراین داریم:

$$6d + 9d = 300 \Rightarrow 15d = 300 \Rightarrow d = 20m$$

۱۰۴-۴- مطابق شکل، دو دوندۀ در لحظه‌ای به هم می‌رسند که دوندۀ B مسیر

رفت را طی کرده و در حال برگشت است، ولی دوندۀ A هم‌چنان در مسیر رفت قرار دارد.

مطابق شکل، مجموع مسافت

طی شده توسط دو دوندۀ، باید

۲ برابر طول پیست، یعنی برابر

600 متر باشد، بنابراین داریم:

