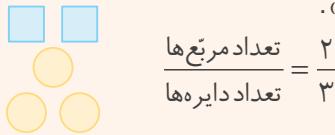




نسبت

معرفی نسبت

به شکل زیر توجه کنید. در این شکل به ازای هر ۲ مربع، ۳ دایره وجود دارد. این مطلب را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم و بخوانیم «نسبت تعداد مربع‌ها به تعداد دایره‌ها ۲ به ۳ است».



نکته

در شکل بالانمی توانیم نسبت تعداد مربع‌ها به تعداد دایره‌ها را به صورت «۳ به ۲» یا $\frac{3}{2}$ بیان کنیم، زیرا اول باید تعداد مربع‌ها و سپس تعداد دایره‌ها را بنویسیم.

تمرین

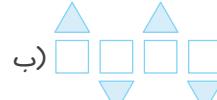
۱) هر یک از نسبت‌های زیر را مانند نمونه، به صورت یک کسر بنویسید.

$$— = 9 \text{ به } 5$$

$$— = 8 \text{ به } 3$$

$$\text{الف) } \frac{11}{5} \text{ به } 8$$

۲) با توجه به شکل‌ها، نسبت‌های خواسته‌شده را به صورت کسر بنویسید.



$$\frac{\text{تعداد مثلث‌ها}}{\text{تعداد دایره‌ها}} = —$$

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها}}{\text{تعداد کل شکل‌ها}} = —$$

$$\frac{\text{تعداد دایره‌ها}}{\text{تعداد مربع‌ها}} = —$$

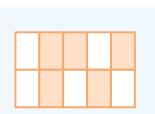
۳) برای شکل‌های زیر نسبت مساحت قسمت رنگ‌شده به مساحت کل شکل را نوشته‌ایم. هر شکل را به نسبت مربوط به آن وصل کنید.



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{9}$$



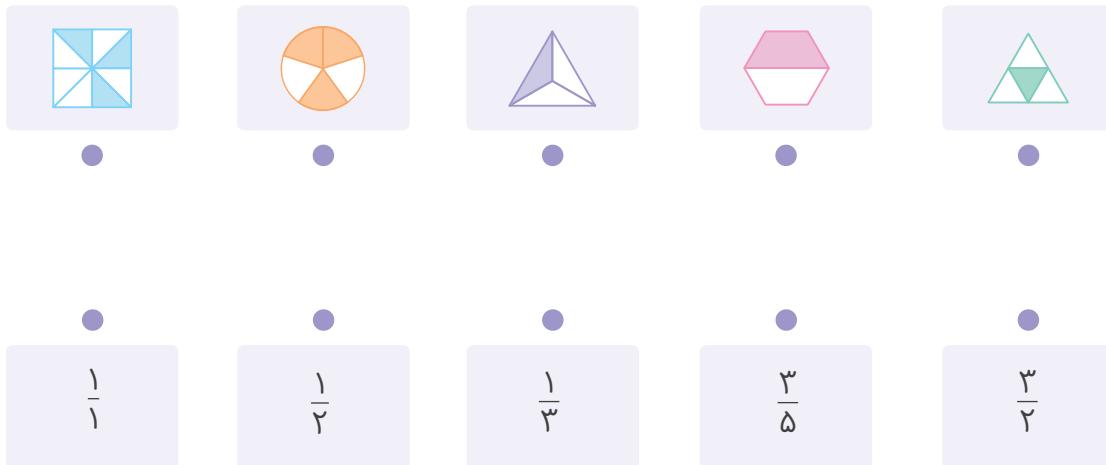
$$\frac{1}{16}$$



$$\frac{1}{3}$$



۴) برای شکل‌های زیر نسبت مساحت قسمت رنگ‌شده به مساحت قسمت رنگ‌نشده را نوشه‌ایم. هر شکل را به نسبت مربوط به آن وصل کنید.



۵) در هر قسمت، شکل‌ها را با توجه به نسبت داده‌شده رنگ کنید.



$$\frac{\text{دایره‌های رنگ‌شده}}{\text{دایره‌های رنگ‌نشده}} = \frac{3}{2}$$



$$\frac{\text{مربع‌های رنگ‌نشده}}{\text{کل مربع‌ها}} = \frac{4}{6}$$



$$\frac{\text{ مثلث‌های رنگ‌شده}}{\text{کل مثلث‌ها}} = \frac{2}{7}$$

۶) با توجه به شکل زیر نسبت‌های خواسته‌شده را به دست آورید. (پاره خط آب) به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است.)



= نسبت اندازه‌ی پاره خط (پ ت) به اندازه‌ی پاره خط (پ ب) (الف)

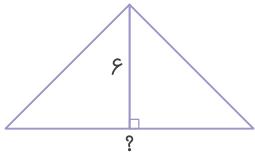
= نسبت اندازه‌ی پاره خط (پ ث) به اندازه‌ی پاره خط (آ ب) (ب)

$$= \frac{\text{اندازه‌ی پاره خط آب}}{\text{اندازه‌ی پاره خط آت}} =$$

$$= \frac{\text{اندازه‌ی کوچک‌ترین پاره خط}}{\text{اندازه‌ی بزرگ‌ترین پاره خط}} =$$



۷ مساحت مثلث زیر ۲۴ سانتی‌متر مربع است. اگر طول یکی از ارتفاع‌های این مثلث ۶ سانتی‌متر باشد:



الف) طول قاعده‌ی نظیر این ارتفاع چند سانتی‌متر است؟

ب) نسبت طول این ارتفاع به طول قاعده‌ی نظیرش را بنویسید.

پ) نسبت اندازه‌ی این قاعده به اندازه‌ی مساحت مثلث را بنویسید.

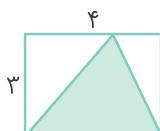
۸ برای درست کردن نوعی رنگ خاص، ۲ کیلوگرم رنگ سبز را با ۳ کیلوگرم رنگ آبی و ۴ کیلوگرم رنگ قرمز مخلوط کردۀ‌ایم. هر یک از نسبت‌های زیر را تعیین کنید.

$$\frac{\text{مقدار رنگ سبز}}{\text{مقدار کل رنگ}} \text{ (الف)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\text{مقدار رنگ آبی}}{\text{مقدار رنگ قرمز}} \text{ (ب)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\text{مقدار رنگ قرمز}}{\text{مقدار رنگ سبز}} \text{ (پ)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\text{مقدار کل رنگ}}{\text{مقدار رنگ آبی}} \text{ (ت)} = \underline{\hspace{2cm}}$$



۹ در شکل مقابل، طول و عرض مستطیل به ترتیب ۴ و ۳ سانتی‌متر است. نسبت‌های خواسته‌شده را پیدا کنید.

$$\frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{محیط مستطیل}} \text{ (الف)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\text{ارتفاع مثلث رنگی}}{\text{قاعده‌ی مثلث رنگی}} \text{ (ب)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث رنگی}}{\text{نصف محیط مستطیل}} \text{ (پ)} = \underline{\hspace{2cm}}$$



۱۰ جرم افسانه ۴۰ کیلوگرم و ۸۰۰ گرم است. جرم نازنین ۲۸ کیلوگرم و ۷۰۰ گرم است. نسبت جرم نازنین به جرم افسانه را تعیین کنید.



۱۱ اتومبیلی ۷۰ کیلومتر را در مدت ۲ ساعت طی می‌کند.

الف) نسبت مسافت طی شده به مدت زمان صرف شده را تعیین کنید.

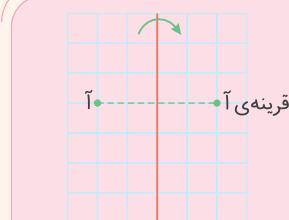
ب) این اتومبیل در ۱ ساعت، چند متر طی می‌کند؟



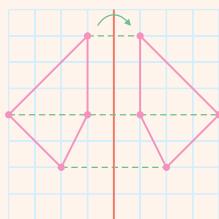
تقارن محوری

قرینه‌ی یک نقطه نسبت به یک خط

اگر بخواهیم قرینه‌ی نقطه‌ی (آ) را نسبت به خط (ب) به دست آوریم، باید از نقطه‌ی (آ) یک پاره خط عمود بر خط (ب) رسم کنیم، سپس آن را به اندازه‌ی خودش در طرف دیگر خط ادامه دهیم، مانند:



اگر در یک صفحه‌ی شطرنجی بخواهیم قرینه‌ی یک نقطه را نسبت به یک خط پیدا کنیم، به کمک خطوط موازی و عمود بر هم صفحه‌ی شطرنجی می‌توانیم قرینه‌ی نقطه‌ی مورد نظر را پیدا کنیم. به شکل رو به رو توجه کنید:



قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک خط

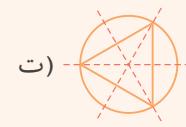
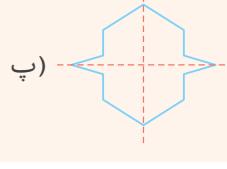
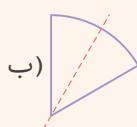
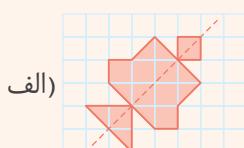
برای به دست آوردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک خط، کافی است قرینه‌ی هر یک از رأس‌های آن شکل را نسبت به خط مورد نظر مشخص کنیم و درنهایت، نقطه‌های قرینه‌ی به دست آمده را مانند شکل اولیه به یکدیگر وصل کنیم، مانند:

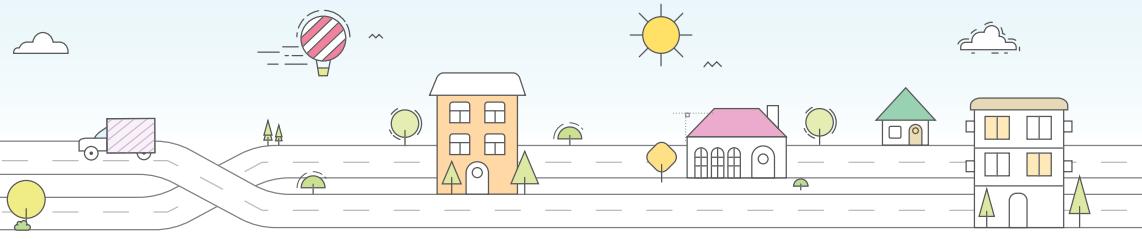


- خطی که قرینه‌ی یک شکل را نسبت به آن رسم می‌کنیم، خط تقارن نامیده می‌شود.
- اگر شکلی خط تقارن داشته باشد، می‌گوییم آن شکل، تقارن محوری دارد.

رسم خط تقارن یک شکل

بعضی شکل‌ها را می‌توانیم با رسم یک خط (خط تقارن)، به دو قسمت کاملاً مساوی تقسیم کنیم به طوری که وقتی شکل را از روی آن خط، تا می‌کنیم، قسمت‌های مساوی ایجاد شده کاملاً روی هم قرار می‌گیرند. برای پیدا کردن خط تقارن یک شکل، باید تصور خوبی نسبت به نصف کردن شکل در ذهن خود داشته باشیم. به نمونه‌های زیر، توجه کنید:





همان‌طور که می‌بینید، ممکن است یک شکل، بیش از یک خط تقارن داشته باشد.

نکته

۱- بعضی شکل‌ها هیچ خط تقارنی ندارند، یعنی نمی‌توان آنها را با رسم یک خط به دو قسمت مساوی تقسیم کرد به طوری که قسمت‌های مساوی روی یکدیگر قرار بگیرند، مانند:

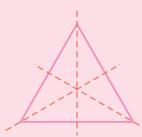
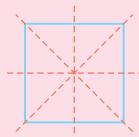


متوازی‌الاضلاع



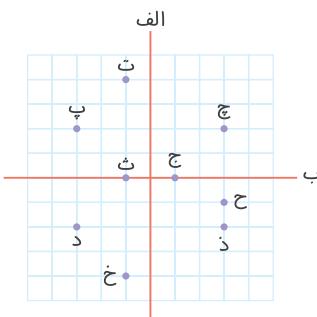
ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه

۲- هر مربع دارای چهار خط تقارن، هر مثلث متساوی‌الاضلاع دارای سه خط تقارن و هر دایره دارای بی‌شمار خط تقارن است.



تمرین

۱ با توجه به صفحه‌ی شطرنجی رویه‌رو موارد خواسته‌شده را پیدا کنید.



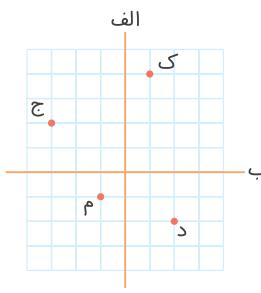
الف) قرینه‌ی نقطه‌ی (ت) نسبت به خط (ب) =
..... نسبت به خط (ب) =

ب) قرینه‌ی نقطه‌ی (پ) نسبت به خط (الف) =
..... نسبت به خط (الف) =

پ) قرینه‌ی نقطه‌ی (ث) نسبت به خط (ب) =
..... نسبت به خط (ب) =

ت) قرینه‌ی نقطه‌ی (ث) نسبت به خط (الف) =
..... نسبت به خط (الف) =

۲ در صفحه شطرنجی زیر قرینه‌ی نقاط داده‌شده را طبق خواسته‌ی سؤال رسم و نام‌گذاری کنید.

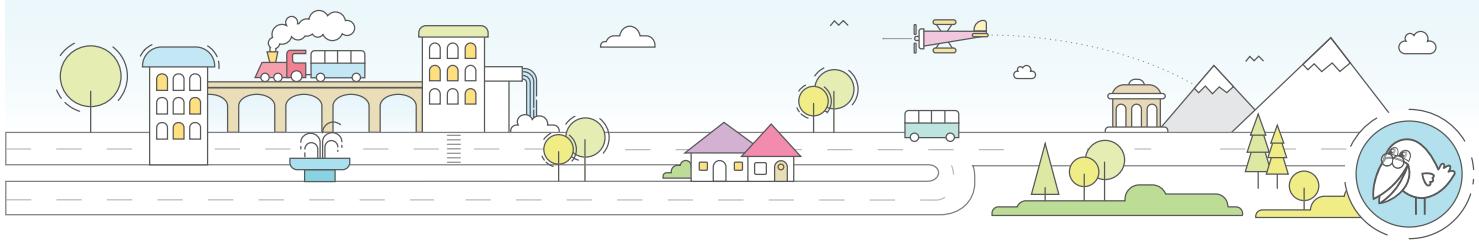


الف) قرینه‌ی نقطه‌ی (ج) نسبت به خط (ب) را (ل) بنامید.

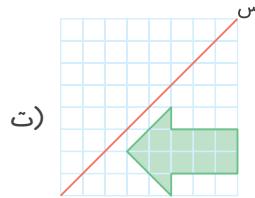
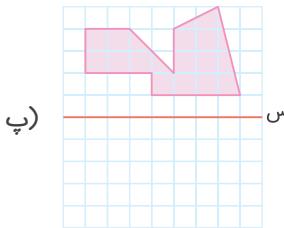
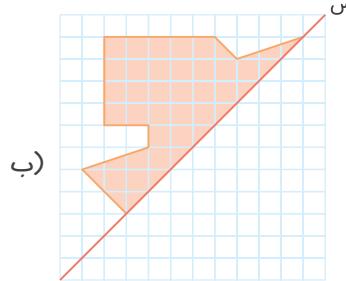
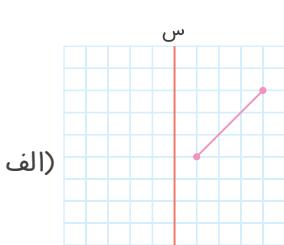
ب) قرینه‌ی نقطه‌ی (د) نسبت به خط (الف) را (پ) بنامید.

پ) قرینه‌ی نقطه‌ی (م) نسبت به خط (الف) را (س) بنامید.

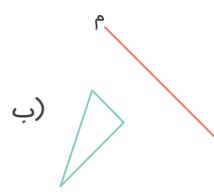
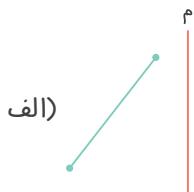
ت) قرینه‌ی نقطه‌ی (ک) نسبت به خط (ب) را (ش) بنامید.



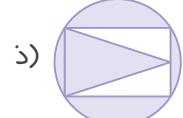
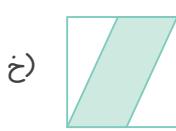
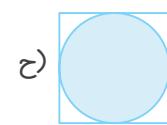
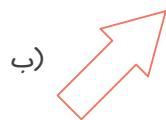
۳ قرینهٔ هر شکل را نسبت به خط (s) رسم کنید.



۴ به کمک خطکش یا گونیا، قرینهٔ هر شکل را نسبت به خط (m) رسم کنید.



۵ همهٔ خطاهای تقارن شکل‌های زیر را در صورت امکان، رسم کنید.





۶ کدام شکل های تقارن محوری دارند؟ آنها را با علامت ✓ مشخص کنید.



(ب) ○



(ب) ○



(الف) ○



(ج) ○



(ث) ○



(ت) ○



(خ) ○

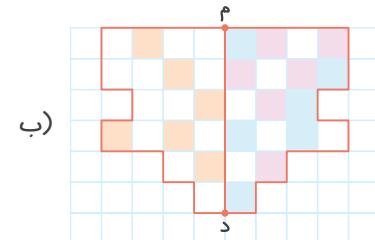
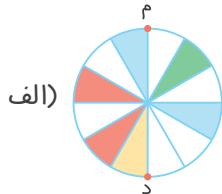


(ح) ○

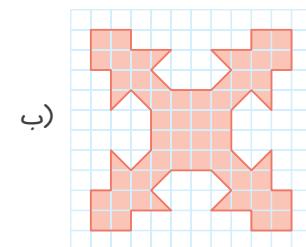
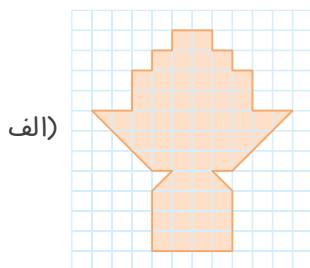


(ج) ○

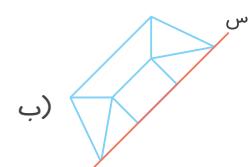
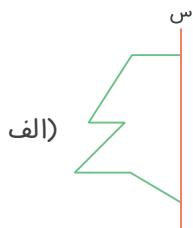
۷ شکل های زیر را طوری رنگ آمیزی کنید که پاره خط (م) خطي تقارن آنها باشد.



۸ در هر یک از شکل های زیر، بارسم خطوط های تقارن و پیدا کردن مساحت یک قسمت، مساحت کل شکل را پیدا کنید.

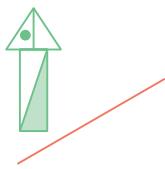


۹ نیمه هی دیگر هر شکل را طوری بکشید که خط (س) خط تقارن باشد.

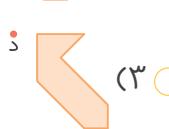
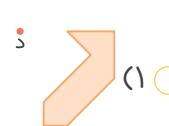
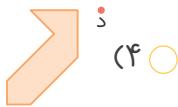
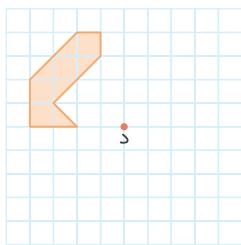




پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱) قرینه‌ی شکل روبه‌رو نسبت به خط داده‌شده کدام است؟



۲) قرینه‌ی شکل روبه‌رو نسبت به نقطه (د) کدام است؟

۱) مثلث متساوی‌الاضلاع

۳) کدام شکل تقارن مرکزی دارد؟

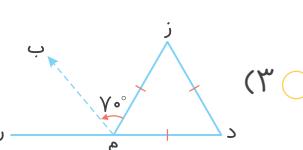
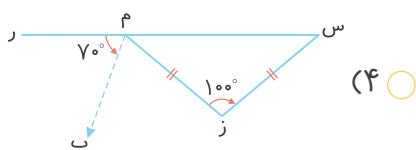
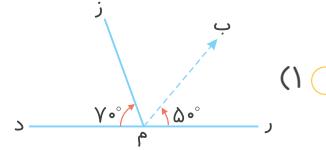
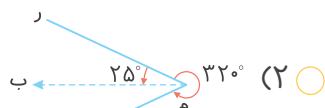
۲) متوازی‌الاضلاع

۲) گزینه‌های ۲ و ۳

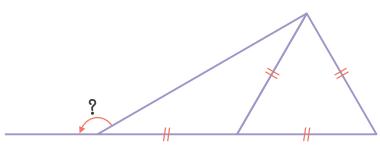
۴) مستطیل

۳) گزینه‌های ۲ و ۳

۴) در کدامیک از شکل‌های زیر نیم خط (م ب) نیمساز زاویه‌ی (ر م ز) است؟



۵) در شکل زیر اندازه‌ی زاویه‌ی مشخص شده کدام است؟



110° (۲)

100° (۴)

150° (۱)

120° (۳)

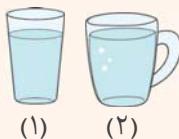
آزمون این فصل را از اپلیکیشن رایگان کلاچ سپید دریافت کنید.





حجم و گنجایش

گنجایش



به مقدار مایعی که درون یک ظرف جای می‌گیرد، گنجایش آن ظرف گفته می‌شود. به عنوان نمونه مقدار آبی که درون لیوان (۲) جای می‌گیرد، بیشتر از مقدار آبی است که درون لیوان (۱) جای می‌گیرد، پس گنجایش لیوان (۲) بیشتر از گنجایش لیوان (۱) است.

واحد گنجایش (لیتر)



به پارچ روبه رو توجه کنید. اگر آب درون این پارچ را داخل استکان‌های هماندازه بریزیم، ^۴ استکان پر می‌شود و اگر داخل لیوان‌های هماندازه بریزیم، ^۳ لیوان پر می‌شود. به این ترتیب می‌توانیم بنویسیم:



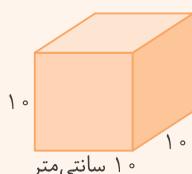
^۴ استکان = گنجایش پارچ



^۳ لیوان = گنجایش پارچ

همان‌طور که می‌بینید، ^۲ عدد متفاوت برای گنجایش این پارچ به دست آورده‌ایم که دلیل آن، متفاوت بودن اندازه‌ی استکان و لیوان است.

برای اینکه بتوانیم گنجایش همه‌ی اجسام را با یک عدد مشخص بیان کنیم، از واحدی به نام لیتر استفاده می‌کنیم.



یک لیتر برابر با مقدار مایعی است که درون مکعبی به ضلع 1 سانتی‌متر جا می‌شود.

$$\text{لیتر} = \text{سانتی‌متر مکعب} = 10 \times 10 \times 10 = 1000 = \text{حجم مایع}$$

همان‌طور که می‌بینید، حجم مایعی که درون مکعبی به ضلع 1 سانتی‌متر جا می‌گیرد، برابر با $1000\text{ سانتی‌متر مکعب}$ است، پس می‌توان نوشت:

نکته

۱- برای اندازه‌گیری مقدار مایعاتی که کمتر از ۱ لیتر حجم دارند، از واحد کوچک‌تری به نام سانتی‌متر مکعب

یا سی‌سی یا میلی‌لیتر استفاده می‌شود.

۲- هر لیتر برابر 1000 سی‌سی است.



پیدا کردن حجم اجسامی که شکل هندسی مشخصی ندارند

اگر بخواهیم حجم یک جسم که هیچ شکل هندسی مشخصی ندارد (مانند یک تکه سنگ) را پیدا کنیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

۱- درون یک ظرف که درجه‌بندی شده است، آب می‌ریزیم به طوری که اگر تکه سنگ را داخل آن بیندازیم، آب آن از ظرف بیرون نریزد.

۲- حجم اوّلیه‌ی آب درون ظرف را یادداشت می‌کنیم. اختلاف حجم‌ها را می‌کنیم.

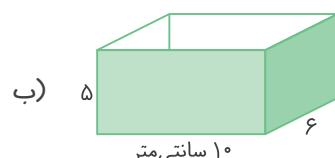
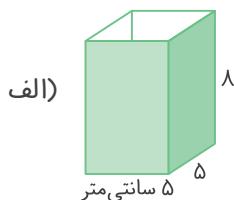
۳- تکه سنگ را داخل ظرف آب می‌اندازیم و حجم جدید آب را یادداشت می‌کنیم.

۴- حجم تکه سنگ برابر با اختلاف حجم‌ها در این دو حالت است:

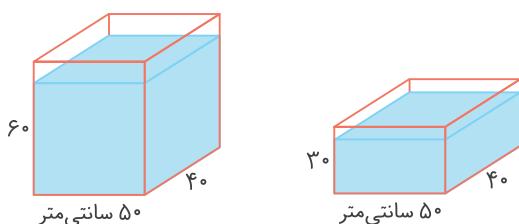
$$\text{سانتی متر مکعب} = 40 = \frac{1}{4} \times 1000 - \frac{2}{3} = \frac{2}{7} - \frac{2}{3}$$

تمرین

۱ در هر یک از ظرف‌های زیر چند سانتی متر مکعب آب جا می‌گیرد؟



۲ دو آکواریوم مانند شکل‌های زیر در اختیار داریم. گنجایش آکواریوم سمت چپ چند برابر گنجایش آکواریوم سمت راست است؟





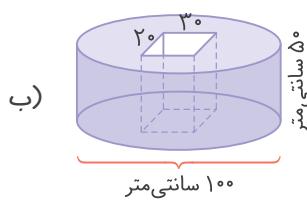
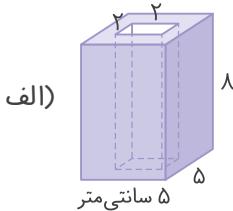
۳ می‌دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است. تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\text{الف) } 25000 \text{ سانتی‌متر مکعب} = \text{ب) } 5 \text{ لیتر} \quad \text{لیتر}$$

$$\text{ت) } 4500 \text{ سانتی‌متر مکعب} = \text{پ) } 0.5 \text{ لیتر} \quad \text{سانتی‌متر مکعب}$$

$$\text{سانانتی‌متر مکعب} \text{ ج) } \frac{3}{4} \text{ لیتر} = \text{سانانتی‌متر مکعب} \text{ ث) } \frac{1}{2} \text{ لیتر} \quad \text{سانانتی‌متر مکعب}$$

۴ گنجایش هر یک از شکل‌های زیر چند لیتر است؟ (به قسمت‌های خالی توجه کنید).



۵ تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } 15 \text{ لیتر} = \text{میلی‌لیتر} \quad \text{ب) } 4700 \text{ سی‌سی} = \text{لیتر}$$

$$\text{پ) } 59000 \text{ میلی‌لیتر} = \text{سی‌سی} \quad \text{لیتر} \quad \text{لیتر} = \frac{1}{3} \text{ لیتر}$$

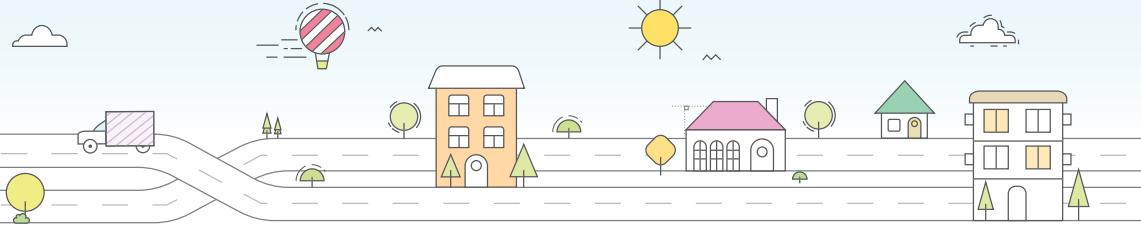
۶ گنجایش یک مکعب توخالی، ۱۲۵ لیتر است. طول این مکعب چند سانتی‌متر است؟

۷ گنجایش یک مکعب مستطیل توخالی به طول ۲۰ متر، عرض ۲۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۱۰۰ میلی‌متر، چند میلی‌لیتر است؟

۸ گنجایش یک مکعب مستطیل توخالی، ۳۰۰ سی‌سی است. اگر طول و عرض این مکعب مستطیل به ترتیب ۵ سانتی‌متر و ۴۰٪ متر باشد، ارتفاع آن چند میلی‌متر است؟

۹ حجم‌های زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ و از چپ به راست بنویسید.

۷۲۶ سانتی‌متر مکعب، $\frac{1}{2}$ لیتر، $\frac{3}{4}$ لیتر، ۳۲۰۰ سی‌سی، ۴۲۵ میلی‌لیتر

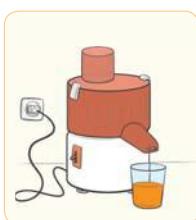


۱۰ هر یک از واحدهای زیر را به حجم مناسب آن وصل کنید.

حجم یک حبه قند	<input type="radio"/>	سی سی
حجم داروی تزریقی به یک بیمار در یک وعده	<input type="radio"/>	سانتی متر مکعب
حجم آب داده شده به یک گلدان	<input type="radio"/>	لیتر
حجم بنزین مصرفی یک ماشین در یک روز	<input type="radio"/>	میلی لیتر



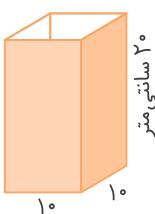
۱۱ علی هر روز، $\frac{1}{5}$ لیتر آب می‌نوشد. او در طول یک ماه، چند سی سی آب می‌نوشد؟
(ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید).



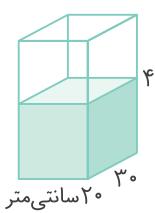
۱۲ (الف) فاطمه برای تهیی نوعی نوشیدنی، 780 سی سی آب هویج را با $\frac{3}{4}$ لیتر آب پر تقال و 300 میلی لیتر آب سیب مخلوط کرد. او چند سانتی متر مکعب شربت درست کرده است؟

ب) اگر این مقدار نوشیدنی را در 5 لیوان یکسان برشیم، حجم نوشیدنی هر لیوان چند سی سی خواهد شد؟

۱۳ گنجایش یک لیوان، 450 سی سی است. اگر $\frac{1}{5}$ لیوان آب داشته باشیم، کل آب موجود چند لیتر است؟



۱۴ یک ظرف پر از آب به شکل روبرو داریم. قطعه سنگی داخل این ظرف می‌اندازیم. اگر مقدار آبی که از ظرف به بیرون می‌ریزد، 700 سی سی باشد، حجم این قطعه سنگ چند سانتی متر مکعب است؟



۱۵ درون ظرف روبرو $\frac{1}{15}$ لیتر آب وجود دارد. اگر یک قطعه سنگ داخل آن بیندازیم، آب تا لبه ظرف بالا می‌آید. حجم این قطعه سنگ چند میلی لیتر است؟



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱) با دو مریع، یک مثلث و یک ذوزنقه، شکل‌های زیر را ساخته‌ایم. کدام گزینه، درباره‌ی این شکل‌ها درست است؟



۱) محیط هر سه شکل با هم برابر است.

۲) محیط شکل (۲) از محیط شکل (۱) کمتر است.

۳) مساحت هر سه شکل با هم برابر است.

۴) گزینه‌های ۲ و ۳

۲) مساحت قسمت رنگی در شکل روبه‌رو کدام است؟

۱۰) ۲

۴۰) ۱

۲۰) ۴

۳۰) ۳

۳) محیط شکل زیر کدام است؟

۵۰) ۲۴

۱۲) ۵۶

۲۵) ۱۲

۶) ۲۸



۴) یک جعبه‌ی بزرگ با ۲۴ جعبه‌ی کوچک مکعب‌شکل به ضلع ۰/۲ متر کاملاً پر می‌شود. گنجایش این جعبه چند

سی سی است؟

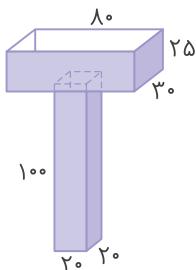
۱/۹۲

۰/۱۹۲

۱۹۲۰۰۰

۱۹۲

۵) گنجایش ظرف زیر چند لیتر است؟ (اندازه‌ها بر حسب میلی‌متر است).



۱۰۰) ۱

۱۰۰۰۰۰) ۲

۰/۱) ۳

۱۰۰۰) ۴

آزمون این فصل را از اپلیکیشن کلاگ سپید دریافت کنید.

