

فصل چهارم

تقارن و مختصات

- ۸۰ مرکز تقارن و تقارن مرکزی
- ۸۶ دوران
- ۹۱ آزمون نوبت اول
- ۹۵ محورهای مختصات
- ۱۰۱ تقارن و مختصات

فصل پنجم

اندازه‌گیری

- ۱۱۰ طول و سطح
- ۱۱۵ حجم و جرم
- ۱۲۲ مساحت دایره
- ۱۲۸ خط و زاویه

فصل ششم

تناسب و درصد

- ۱۳۸ کسر، نسبت و تناسب
- ۱۴۵ درصد
- ۱۵۱ کاربرد درصد در محاسبات مالی
- ۱۵۸ کاربرد درصد در آمار و احتمال

فصل هفتم

تقریب

- ۱۶۴ تقریب
- ۱۷۳ اندازه‌گیری و محاسبات تقریبی
- ۱۸۱ آزمون نوبت دوم

شاهکار امتحانی

- ۲۱۶ پاسخ‌نامه‌ی شاهکار امتحانی

فهرست

فصل اول

عدد و الگوهای عددی

- ۶ الگوهای عددی
- ۱۲ یادآوری عددنویسی
- ۱۸ بخش پذیری
- ۲۳ معرفی اعداد صحیح

فصل دوم

کسر

- ۳۰ جمع و تفریق کسرها
- ۳۶ ضرب کسرها
- ۴۲ تقسیم کسرها
- ۴۷ محاسبات با کسر

فصل سوم

اعداد اعشاری

- ۵۶ یادآوری
- ۶۵ یادآوری ضرب و تقسیم
- ۷۰ تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی
- ۷۴ تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

فصل

۴

تقارن و مختصات



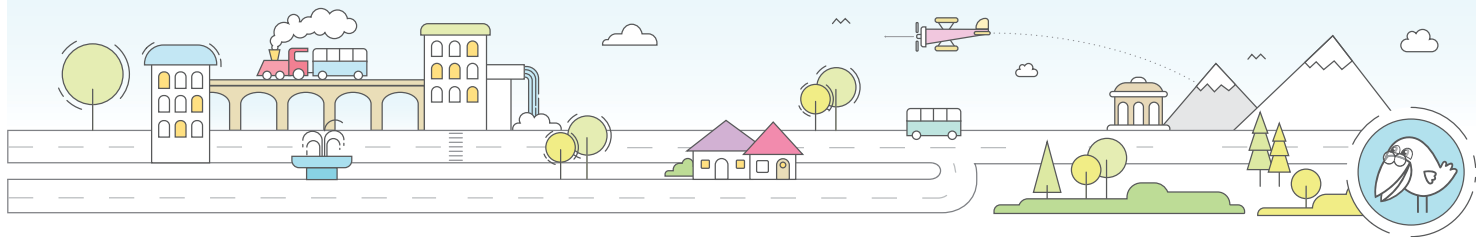
● مرکز تقارن و تقارن مرکزی

● دوران

● محورهای مختصات

● تقارن و مختصات

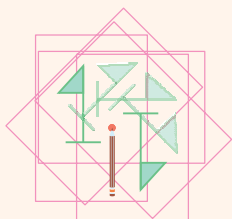




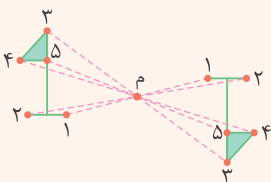
مرکز تقارن و تقارن مرکزی

برای آنکه قرینه‌ی نقطه‌ای مانند (آ) را نسبت به نقطه‌ی (م) به دست آوریم، ابتدا با خط‌کش این دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم و در طرف دیگر نقطه‌ی (م) به همان اندازه ادامه می‌دهیم تا به قرینه‌ی نقطه‌ی (آ) برسیم. اگر بخواهیم قرینه‌ی یک شکل را نسبت به یک نقطه رسم کنیم، می‌توانیم از روش‌های زیر استفاده کنیم:

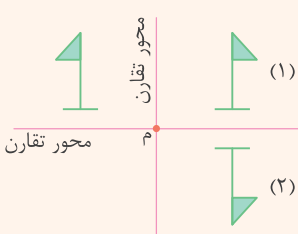
۱- استفاده از کاغذ شفاف: کاغذ شفاف را روی شکل مورد نظر قرار می‌دهیم و آن شکل را رسم می‌کنیم، سپس نوک مداد را روی نقطه‌ای که می‌خواهیم قرینه‌ی شکل را نسبت به آن رسم کنیم، می‌گذاریم و کاغذ شفاف را 180° (نیم‌دور) حول آن نقطه می‌چرخانیم.



۲- جابه‌جایی نقاط شکل: ابتدا قرینه‌ی رأس‌های شکل را نسبت به نقطه‌ی مورد نظر مشخص می‌کنیم، سپس نقاط به دست آمده را مانند شکل اصلی به یکدیگر وصل می‌کنیم.

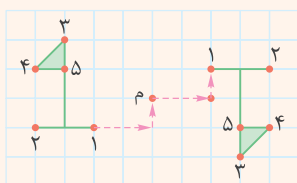


۳- استفاده از محور تقارن: ابتدا روی نقطه‌ی مورد نظر یک محور افقی و یک محور عمودی رسم می‌کنیم، سپس



قرینه‌ی شکل را ابتدا نسبت به محور عمودی رسم می‌کنیم تا شکل (۱) به دست آید. بعد قرینه‌ی شکل (۱) را نسبت به محور افقی رسم می‌کنیم تا شکل (۲) به دست آید که همان قرینه‌ی شکل اصلی نسبت به نقطه‌ی (م) است.

۴- انتقال نقاط روی صفحه‌ی شطرنجی: باید جابه‌جایی هر رأس را تا نقطه‌ی مورد نظر ابتدا به صورت افقی و بعد عمودی بررسی کنیم، سپس از آن نقطه به همان اندازه و در همان جهت قبلی ابتدا افقی و بعد عمودی حرکت کنیم. به این ترتیب قرینه‌ی هر رأس نسبت به نقطه‌ی مورد نظر مشخص می‌شود. برای مثال، در شکل زیر برای

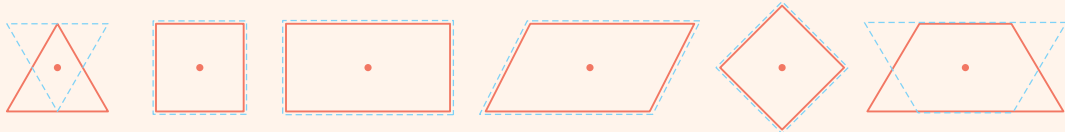


اینکه از رأس (۱) به نقطه‌ی (م) برسیم، ابتدا باید ۲ واحد افقی به راست و ۱ واحد عمودی به بالا حرکت کنیم. حالا از نقطه‌ی (م) ۲ واحد افقی و ۱ واحد عمودی به همان صورت حرکت می‌کنیم تا به قرینه‌ی نقطه‌ی (۱) برسیم. بقیه‌ی نقاط را نیز به همین صورت جابه‌جا می‌کنیم و در آخر آنها را مانند شکل اصلی به یکدیگر وصل می‌کنیم.



مرکز تقارن

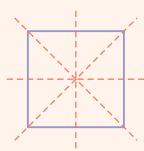
اگر شکلی به اندازه‌ی 180° (نیم‌دور) حول نقطه‌ای بچرخد و روی خودش منطبق شود، به آن نقطه مرکز تقارن شکل گفته می‌شود و می‌گویند شکل تقارن مرکزی دارد. با توجه به شکل‌های زیر که هر یک را 180° حول نقطه‌ی مشخص شده دوران داده‌ایم، نتیجه می‌شود که مربع، مستطیل، متوازی‌الاضلاع و لوزی مرکز تقارن دارند. مثلث و دوزنقه حول هر نقطه‌ای 180° دوران کنند، روی خودشان منطبق نمی‌شوند، پس مثلث و دوزنقه مرکز تقارن ندارند.



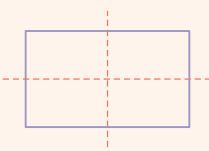
در متوازی‌الاضلاع، مربع، مستطیل و لوزی، محل برخورد قطرها همان مرکز تقارن است.

یادآوری محور تقارن

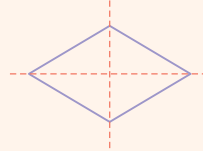
محور تقارن خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند به طوری که اگر شکل را از روی آن خط تا کنیم، دو قسمت شکل کاملاً بر هم منطبق می‌شوند. به خط تقارن هر شکل دقت کنید:



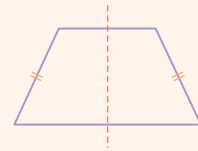
مربع چهار محور تقارن دارد.



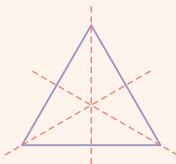
مستطیل دو محور تقارن دارد.



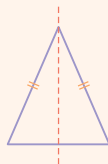
لوزی دو محور تقارن دارد.



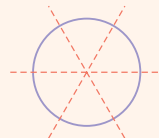
دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین یک محور تقارن دارد.



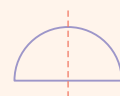
مثلث متساوی‌الاضلاع سه محور تقارن دارد.



مثلث متساوی‌الساقین یک محور تقارن دارد.



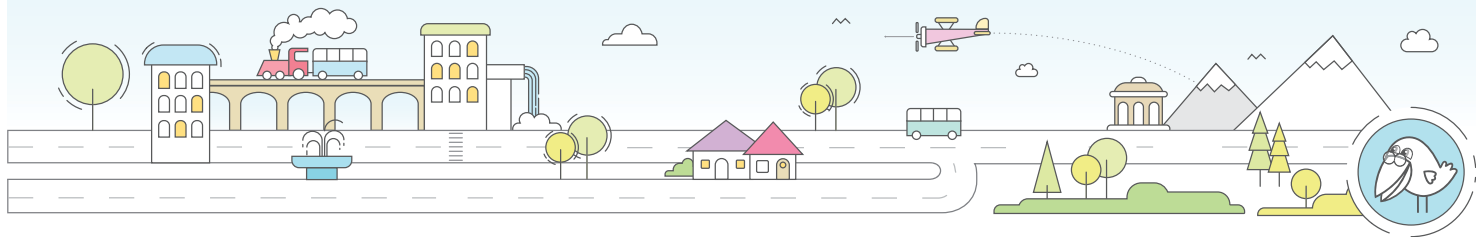
دایره بی‌شمار محور تقارن دارد.



نیم‌دایره یک محور تقارن دارد.



متوازی‌الاضلاع، مثلث مختلف‌الاضلاع و همه‌ی دوزنقه‌ها، به جز دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، محور تقارن ندارند.



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱) متوازی‌الاضلاع دو محور تقارن دارد. ☐ درست ☐ نادرست
- ۲) هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد. ☐ درست ☐ نادرست
- ۳) در مستطیل محل برخورد قطرها مرکز تقارن است. ☐ درست ☐ نادرست
- ۴) دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه مرکز تقارن ندارد. ☐ درست ☐ نادرست
- ۵) اگر لوزی را حول نقطه‌ی برخورد خط‌های تقارنش نیم‌دور بچرخانیم، دوباره بر خودش منطبق می‌شود. ☐ درست ☐ نادرست

ب) هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.

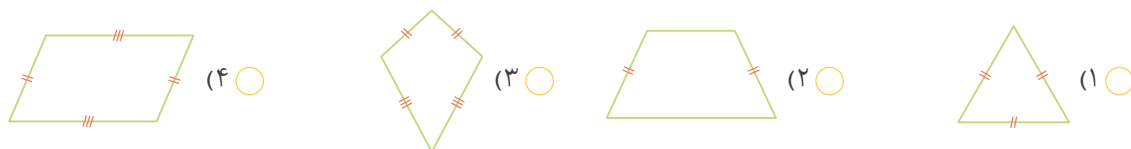
- ۱) وقتی شکلی به اندازه‌ی حول نقطه‌ای بچرخد و روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل دارد.
- ۲) مربع خط تقارن دارد.
- ۳) مثلث متساوی‌الاضلاع خط تقارن دارد.
- ۴) شکل خط تقارن ندارد، اما محل برخورد قطرهایش مرکز تقارن آن است.
- ۵) شکل فقط یک خط تقارن دارد، ولی مرکز تقارن ندارد.

پ) گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

- ۱) در کدام گزینه اگر شکل را حول نقطه‌ی مشخص شده 180° بچرخانیم، قرینه‌ی شکل روی خودش منطبق می‌شود؟

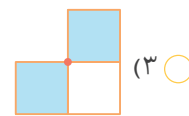
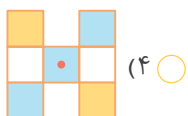
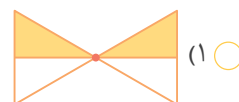
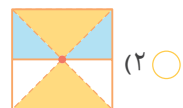


- ۲) کدام یک از شکل‌های زیر مرکز تقارن دارد؟

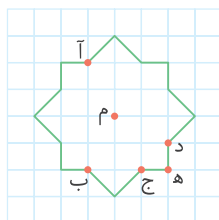




۳ در کدام شکل نقطه‌ی مشخص‌شده مرکز تقارن است؟



۴ در شکل زیر، قرینه‌ی نقطه‌ی (آ) نسبت به نقطه‌ی (م) کدام است؟



(۱) نقطه‌ی (ب) ☐

(۲) نقطه‌ی (ج) ☐

(۳) نقطه‌ی (د) ☐

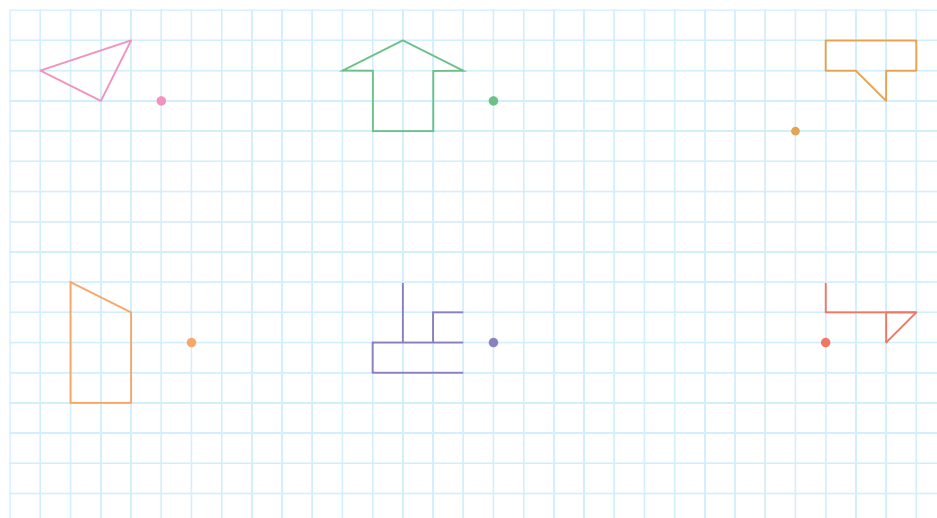
(۴) نقطه‌ی (ه) ☐

۵ قرینه‌ی شکل مقابل نسبت به نقطه‌ی (م) کدام شکل زیر است؟



ت) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۱ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی داده‌شده پیدا کنید.





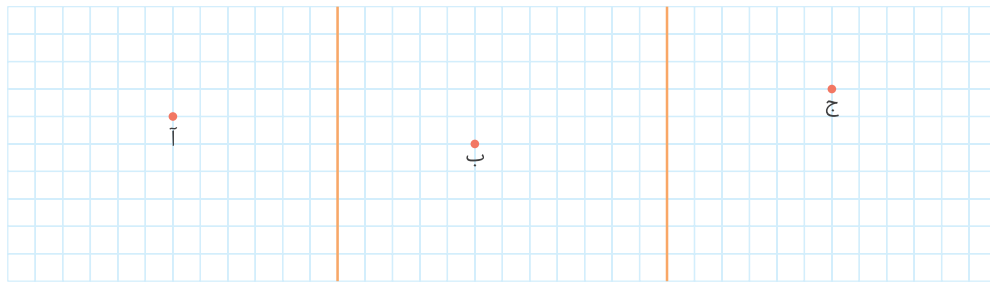
۷ الف) شکلی رسم کنید که خط تقارن نداشته باشد، اما مرکز تقارن داشته باشد.

ب) شکلی رسم کنید که یک خط تقارن داشته باشد، اما مرکز تقارن نداشته باشد.

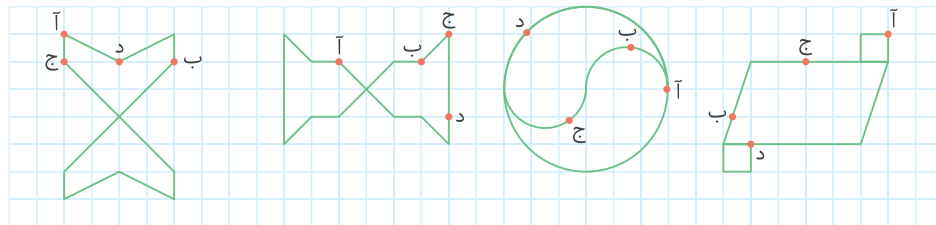
پ) شکلی رسم کنید که ۳ خط تقارن داشته باشد، اما مرکز تقارن نداشته باشد.

ت) شکلی رسم کنید که مرکز تقارن و خط تقارن نداشته باشد.

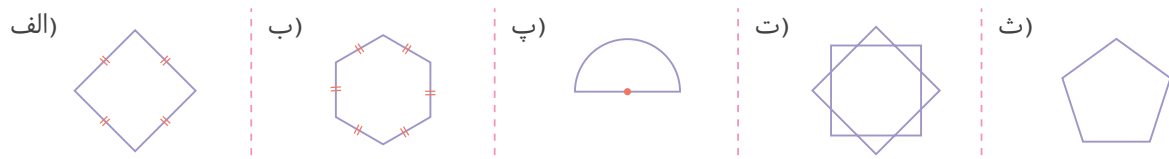
۸ در هر قسمت شکلی رسم کنید که نقطه‌ای داده شده مرکز تقارن آن باشد.

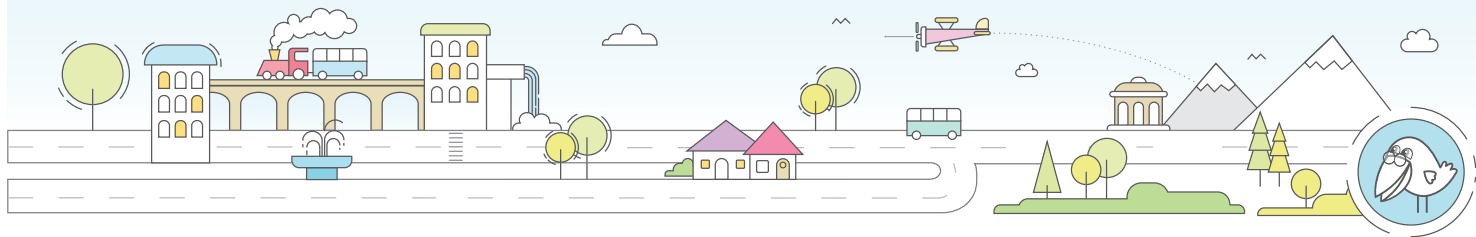


۹ قرینه‌ی هر یک از نقطه‌های داده شده را نسبت به مرکز تقارن پیدا و روی شکل مشخص کنید.



۱۰ مرکز تقارن هر یک از شکل‌های زیر را در صورت وجود مشخص، سپس محور تقارن هر شکل را رسم کنید.

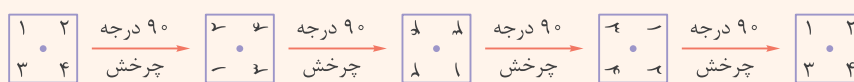




دوران

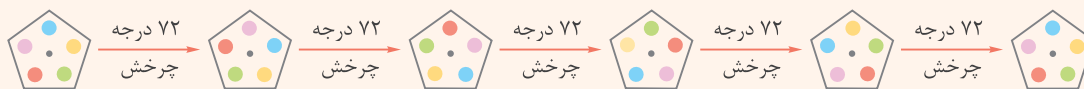
در هر چرخش یا دَوَران، مرکز دوران، زاویه و جهت چرخش اهمیت زیادی دارد. به شکل‌های زیر دقت کنید؛ هر کدام از این شکل‌ها را نسبت به نقطه‌ی مشخص‌شده (مرکز دوران) در چند مرحله دوران داده‌ایم.

الف) چرخش در خلاف جهت عقربه‌ها:



همان‌طور که می‌بینید، این شکل پس از ۴ چرخش 90° یا یک چرخش 360° به موقعیت اولیه‌ی خود بازگشت.

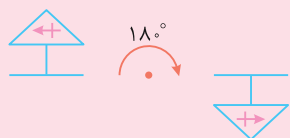
ب) چرخش در جهت عقربه‌ها:



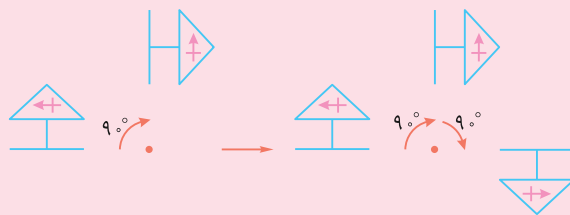
همان‌طور که می‌بینید، این شکل پس از ۵ چرخش 72° یا یک چرخش 360° به موقعیت اولیه‌ی خود بازگشت.

نکته

اگر شکلی را 18° در جهت یا خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه‌ای بچرخانیم، قرینه‌ی آن شکل نسبت به آن نقطه به دست می‌آید.



البته می‌توانیم به جای یک چرخش مستقیم 18° از دو چرخش متوالی 9° استفاده کنیم.



اولین چرخش 90° ‌ای

بعد از دو چرخش متوالی 90° ‌ای

تقارن چرخشی

وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی 18° یا کمتر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل **تقارن چرخشی** دارد. به شکل‌های داده‌شده دقت کنید.



الف) $\xrightarrow{\text{درجه چرخش } 90^\circ \text{ در جهت عقربه‌ها}}$ این شکل بعد از 90° چرخش حول نقطه‌ی مشخص شده در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوباره روی خودش منطبق می‌شود، پس دوران چرخشی دارد.

ب) $\xrightarrow{\text{درجه چرخش } 180^\circ \text{ در جهت عقربه‌ها}}$ این شکل بعد از 180° چرخش حول نقطه‌ی مشخص شده در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوباره روی خودش منطبق می‌شود، پس دوران چرخشی دارد.

پ) اگر این شکل را از ۱ تا 180° درجه بچرخانیم، هیچ‌گاه بر خودش منطبق نمی‌شود، پس دوران چرخشی ندارد.

ت) $\xrightarrow{\text{درجه چرخش } 72^\circ \text{ در جهت عقربه‌ها}}$ این شکل دوران چرخشی ندارد. ث)



تمرین

الف) هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.

۱) وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی 180° یا کمتر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، می‌گوییم آن شکل دارد.

۲) به نقطه‌ای که شکل را دور آن می‌چرخانند، دوران می‌گویند.

۳) اگر شکلی را به اندازه‌ی 180° درجه حول نقطه‌ای بچرخانیم، آن شکل نسبت به آن نقطه به دست می‌آید.

۴) شکل تقارن چرخشی با زاویه‌ی در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دارد.

۵) شکل تقارن چرخشی با زاویه‌ی در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دارد.

ب) گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

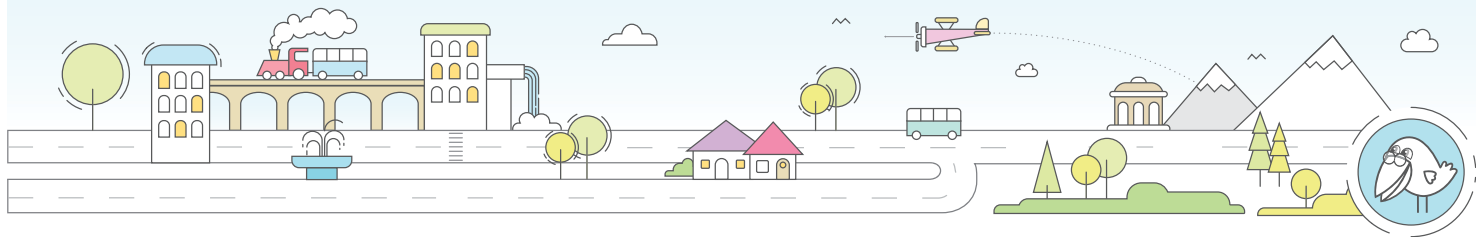
۱) شکل بعد از چند چرخش 72° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه‌ی مشخص شده، دوباره به موقعیت اولیه‌ی خود بازمی‌گردد؟

۵ (۴) ☐

۴ (۳) ☐

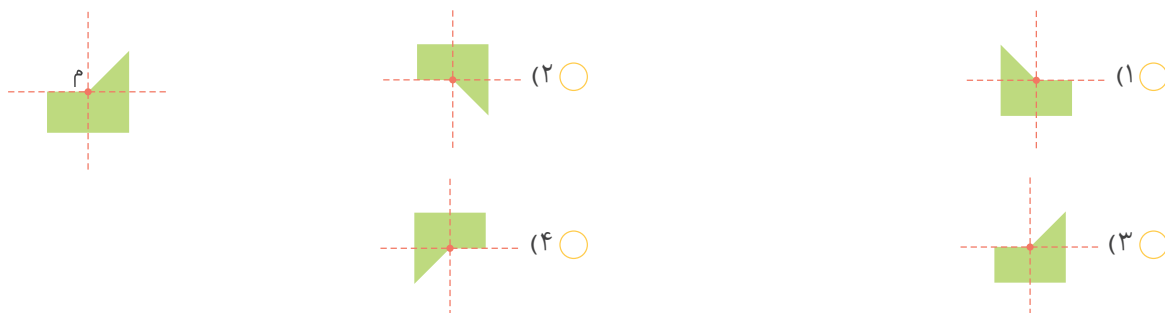
۳ (۲) ☐

۱ (۱) ☐

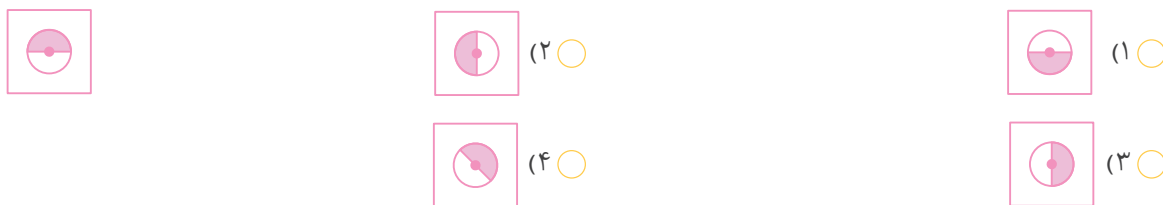


۲ شکل زیر را حول نقطه‌ی (م) نیم‌دور در صفحه می‌چرخانیم. کدام یک از شکل‌های زیر نتیجه‌ی این نیم‌دور چرخش است؟

(آزمون TIMSS)



۳ اگر شکل مقابل را ۹۰ درجه حول مرکز مربع در جهت حرکت عقربه‌های ساعت بچرخانیم، کدام شکل به دست می‌آید؟



۴ شکل با کدام تقارن چرخشی حول نقطه‌ی مشخص‌شده دوباره بر خودش منطبق می‌شود؟

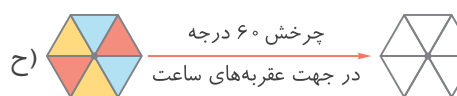
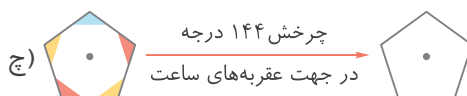
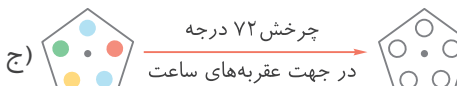
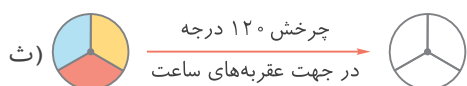
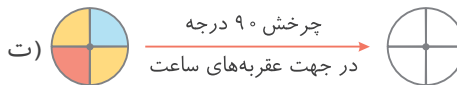
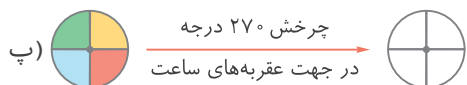
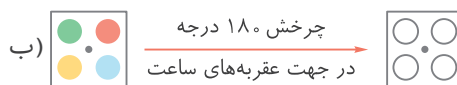
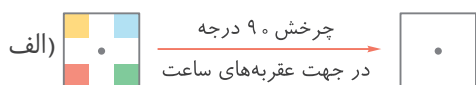
(۱) ۶۰ درجه (۲) ۱۲۰ درجه (۳) ۹۰ درجه (۴) ۱۸۰ درجه

۵ شکل با کدام تقارن چرخشی حول نقطه‌ی مشخص‌شده دوباره بر خودش منطبق می‌شود؟

(۱) ۶۰ درجه (۲) ۹۰ درجه (۳) ۱۲۰ درجه (۴) ۱۸۰ درجه

(پ) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۱ شکل‌های زیر را با توجه به دوران‌های انجام‌شده حول نقطه‌ی مشخص‌شده در هر شکل رنگ کنید.





۲ هر کدام از شکل‌های زیر را حول نقطه‌ی داده‌شده حدّ اقل چند درجه بچرخانیم تا شکل روی خودش بیفتد؟

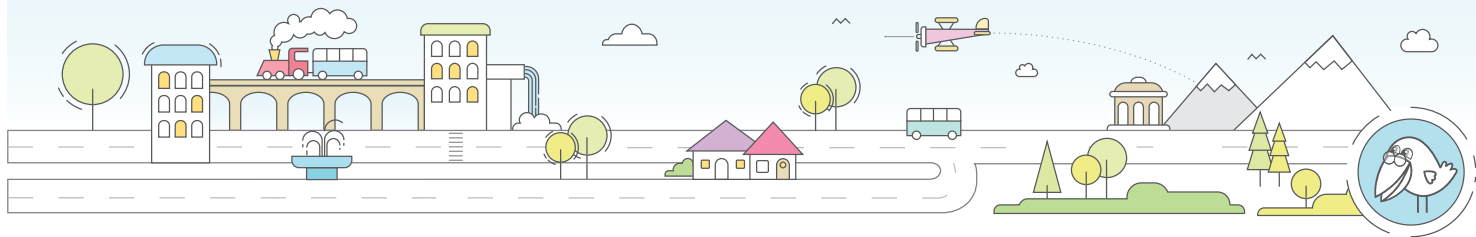
الف)	ب)	پ)	ت)
ث)	ج)	چ)	ح)
خ)	د)	ذ)	ر)

۳ مشخص کنید کدام یک از شکل‌های زیر تقارن چرخشی ندارد.

الف)	ب)	پ)
ت)	ث)	ج)
چ)	ح)	خ)

۴ شکل‌های زیر که حالت‌های مختلف یک تاس را نمایش می‌دهند، همگی تقارن‌های چرخشی حول مرکز مربع دارند. زاویه‌های تقارن چرخشی هر شکل را مشخص کنید.





۵ برای هر قسمت شکلی رسم کنید که تقارن چرخشی مورد نظر را داشته باشد.

الف) 90°

ب) 180°

پ) 60°

ت) 120°

۶ هر شکل را با توجه به زاویه‌ی داده‌شده حول نقطه‌ی مشخص‌شده در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید.

شکل	90° درجه	180° درجه	270° درجه	360° درجه